

«Розробка арифметико-алгоритмічних основ безпомилкового обчислення на базі розрядно-логічного кодування даних»

Основні наукові результати

Задача створення комп'ютерних технологій високоточних обчислень є актуальною на сьогоднішній час. Такі задачі, як розрахунки складних виробів в проектно-конструкторських роботах, зокрема, в ракетно-авіаційній техніці, задачі високоточної фізики та хімії, розрахунки на мікро-та макромолекулярному рівнях, радіоастрономії, задачі діагностики мають широкий діапазон вхідних, проміжних та вихідних даних і точність представлення даних та їх подальших перетворень є критичним параметром для цього типу задач. Тому що навіть невеликі, порівняно з іншими задачами, похибки реалізації їх алгоритмів можуть зробити результати розрахунків неприйнятними.

Взагалі причиною виникнення похибок рішення задач є те, що ЕОМ, яка реалізує алгоритм задачі, є кінцевою машиною: вона в змозі представити, власно кажучи, тільки кінцеву множину чисел. Таким чином, будь-яка спроба використати ЕОМ для виконання арифметичних операцій в полі дійсних чисел приречена на невдачу, оскільки дійсні числа – це безкінечна множина, більшість елементів якої неможливо представити в обчислювальній машині.

Проте це не означає, що неможливо спробувати апроксимувати на комп'ютері арифметику в полі дійсних чисел. В більшості сучасних ЕОМ для такої апроксимації використовується позиційна двійкова система обчислення. Для такого способу представлення чисел є характерними наочність, відносна простота виконання арифметичних операцій, наявність простого правила округлення. Елементний базис та операційні засоби більшості сучасних ЕОМ типу ПК розроблені саме для такої системи.

Найпоширенішими є два формати представлення даних: з фіксованою комою та з плаваючою комою. На сьогоднішній день, як правило, в ЕОМ, що призначаються для рішення широкого кола задач, основним є представлення чисел з плаваючою комою, однак поряд з цією формою використовується також і зображення з фіксованою комою для цілих чисел, оскільки операції з такими числами виконуються за менший час.

Може здатися, що ефект неточного виконання арифметичних операцій (та помилок округлення) не є дуже серйозним. Однак відомо, що обчислене рішення може бути інтерпретоване як точне рішення слабо збуреної задачі. Окрім того існує клас задач, що називаються погано обумовленими, для яких рішення (точне) є найбільш чутливим до малих збурень даних. При рішенні таких задач ефект помилок округлення може бути катастрофічним. Крім того, навіть якщо задача не є погано обумовленою, але вимоги до малого значення величини похибки дуже високі, то поширення помилок округлень може зробити результат обчислень неприйнятним.

Одним із шляхів подолання такого протиріччя між можливостями математичного апарату та операційною середою ЕОМ є застосування непозиційних систем. Прикладом такої числової системи є система віднімань, в якій арифметичні операції виконуються точно. Недоліком цієї технології є неефективність та складність її реалізації на сучасних ПК, тому що елементний базис та операційна середа останніх не відповідають положенням представлення даних та арифметичних операцій над ними.

Незважаючи на принципові відмінності між непозиційним та позиційним представленням доведена можливість об'єднання цих систем в таку, якій властиві позитивні властивості складових. Розрядно-логічне зображення, засноване на кодуванні ненульових розрядів двійкового (позиційного) операнду, також є доказом можливості кодування з властивостями, що характерні як для позиційних, так і для непозиційних систем. Якщо об'єднати інформативність розряду (ненульове значення) і його позиційне розташування способом розрядного кодування, то можливо змінити традиційну фізичну реалізацію позиції розряду в позиційному коді, що застосовується в сучасних ЕОМ, та покращити рішення вказаного протиріччя між можливостями математичного апарату та операційною середою ЕОМ.

Важливою властивістю технології розрядно-логічних обчислень є те, що її можливо застосувати до класу ЕОМ типу ПК, в яких вказана технологія реалізується через набір під-

програм – моделей арифметичних операцій. Тобто РЛ технологія не пред'являє додаткових вимог до елементного базису та операційних засобів ПК.

Таким чином, застосовуючи розрядно-логарифмічне кодування, при якому можна значно розширити діапазон зміни даних, можливо відповідними операційними засобами ПК невеликої розрядності виконати обробку достатньо великих розрядних полів, що при традиційному підході неможливо. Розширення діапазону зміни даних є основою для підвищення точності обчислень в засобах обчислювальної техніки. На відміну від традиційного зображення чисел РЛ коди дозволяють скоротити фактор округлення, так як поряд з найбільш значущими розрядами числа можна зберігати найменш значущі розряди, що зазвичай відкидалися. Треба зазначити, що точність представлення даних та виконання арифметичних операцій над ними при реалізації РЛ технології у вигляді набору підпрограм може бути легко змінена програмістом чи користувачем ПК в залежності від вимог задачі, причому, ця точність обмежується лише ресурсами пам'яті та часу.

Підпрограми, що реалізують перевід числа з двійкової позиційної системи обчислення в РЛ зображення і зворотньо та програми, що реалізують основні арифметичні операції над РЛ числами, можуть бути написані на будь-якій мові програмування високого рівня, на якій представляється алгоритм рішення задачі. Подальше використання цих підпрограм не буде вимагати від програмістів спеціальних знань в області РЛ технології.

Таким чином, РЛ зображення даних може бути основою комп'ютерної технології високоточних обчислень для класу ЕОМ типу ПК. Розвиток цієї технології є перспективним та має практичну цінність.

Практична цінність

Розроблена технологія високоточних розрядно-логарифмічних обчислень яка реалізується через програмні модулі базових операцій та технологію роботи з розрядно-логарифмічним структурами даних.

Важливою властивістю технології розрядно-логарифмічних обчислень є те, що її можливо застосувати до класу ЕОМ типу ПК, в яких вказана технологія реалізується через набір підпрограм – моделей арифметичних операцій. Тобто РЛ технологія не пред'являє додаткових вимог до елементного базису та операційних засобів ПК. При застосуванні технолог РЛ обчислень за рахунок великого діапазону даних не має потреби слідкувати за переповненням, тобто формування діапазону виконується автоматично, що спрощує програмне забезпечення.

При розширенні діапазону змінювань даних підвищується точність обчислень у засобах ОТ. На відміну від традиційного подання чисел РЛ коди дозволяють зменшити вплив фактора округлення, так як поряд із найбільш значущими розрядами числа можна зберегти найменш значущі розряди, які зазвичай відкидаються. Указана властивість має важливе практичне значення: наприклад, в цифровій обробці сигналів з'являється можливість комплексної обробки сигналів із великими та малими амплітудами.

Оцінити результати впровадження технології РЛ обчислень можна шляхом порівняння впливу помилок округлень на обчислювальні алгоритми цієї технології та традиційної технології з плаваючою комою. Для прикладу розглядаються обчислювальні алгоритми поширеної задачі розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Ця задача була обрана тому, що вона може проілюструвати такі поняття, як обумовленість задач і обчислень, які в свою чергу можуть охарактеризувати вплив помилок різних технологій на результати рішення задачі.

Для оцінки впровадження технології РЛ обчислень був розроблений програмний модуль, який реалізує методи рішення СЛАР у вигляді підпрограм, написаних на мові програмування високого рівня Delphi.