

УДК 517.926

ОПТИЧНА ВЛАСТИВІСТЬ ПАРАБОЛИ**Анастасія Халеп***Національний авіаційний університет, Київ**Науковий керівник – Олександр Давидов, к.ф.-м.н., доц.*

Ключові слова: парабола, опукла лінія, оптична властивість, фокальний радіус, директриса, дотична.

Перед початком дослідження слід нагадати, що взагалі уявляє собою парабола, тож звернемо увагу на визначення.

Параболою називається множина всіх точок на площині, відстані від яких до даної точки (фокуса) і до даної прямої (директриси) рівні.

Також варто зазначити й основні властивості параболи, на які ми будемо опиратися в процесі доведення:

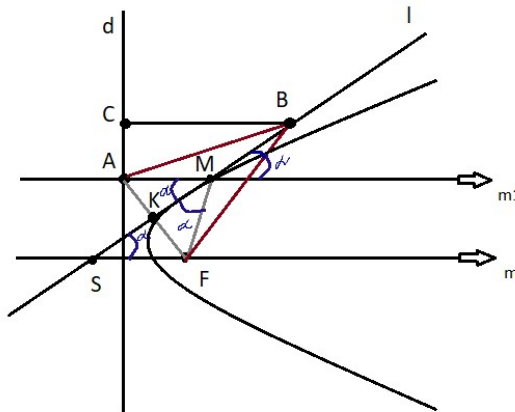
- 1) парабола є опуклою лінією;
- 2) якщо точка лежить між гілками параболи, то відстань від неї до фокуса менша за відстань до директриси;
- 3) якщо точка розташована поза параболою, то відстань від неї до фокуса більша за відстань до директриси.

Оптична властивість параболи формується наступним чином:

дотична до параболи в будь-якій її точці утворює однакові кути із фокальним радіусом цієї точки й віссю параболи та проходить усередині внутрішнього кута між фокальним радіусом і перпендикуляром, опущеним із цієї точки на директрису.

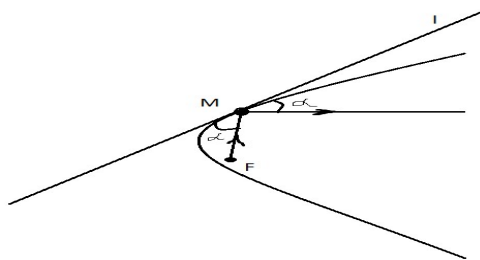
Для ефективності сприйняття пропоную діяти наступним чином: спочатку визначимо дотичну в даній задачі, а потім перейдемо до аналізу кутів. Нехай задано параболу із фокусом точкою F і директрисою d . Зафіксуємо довільну точку M на параболі. Якщо MA - перпендикуляр із точки M на директрису d , то за означенням параболи (*) $MA=MF$, тобто трикутник AMF – рівнобедрений. Через точку K , що за умови є серединою відрізка AF , та точку M проведемо пряму l і на ній візьмемо довільну точку B таку, що не збігається з точкою M . При цьому MK - висота, бісектриса і медіана трикутника AMF , BC - перпендикуляр із точки B на директрису d . Оскільки пряма l є серединним перпендикуляром для відрізка AF , то $BA=BF$. Однак $t. B$ та M не збігаються, відповідно не збігаються й $t. A$ і C . Отже, відрізок BA є похилою з точки B на директрису d . Знаючи, що BC - перпендикуляр на d , то $BA>BC$. Звідси, $BF=BA>BC$. Таким чином, відстань від точки B до директриси параболи d менша за відстань до фокуса F . Це означає, що точка B не належить параболі та, згідно із властивостями параболи (*2), лежить зовні. Тобто пряма l має з параболою єдину

спільну точку M , а всі інші точки прямої розташовані зовні параболи. Отже, пряма l є дотичною до параболи в точці M :



Вісь m – вісь параболи, $m1$ - пряма, що проходить через точку M паралельно прямій m . Позначимо через α кут між дотичною l і прямою m . $\angle BMm1$ між прямими l та $m1$ також $= \alpha$ як відповідні при перетині двох паралельних прямих січною. $\angle AMF$ є вертикальним до $\angle BMm1$, тобто $= \alpha$. Оскільки відрізок MK у трикутнику AMF є бісектрисою $\angle AMF$, то $\angle FMK = \angle AMK = \alpha$. Отже, кут між дотичною l і фокальним радіусом FM точки M дорівнює куту α між прямими l та m . Властивість доведено.

Оптична властивість параболи має фізичний зміст: якщо у фокусі параболи міститься джерело світла, то промінь, виходячи із фокусу й відбиваючись від параболи, піде паралельно її осі:



Висновок

У ході детального дослідження, можна побачити, що доведення оптичної властивості параболи спирається на її основні властивості та базове означення, які підтримуються додатковими поясненнями та малюнками.

Список використаних джерел:

1. Овчинніков П.П., Яремчук Ф.П., Михайленко В.М. Вища математика: Підручник: Ч.1: Лінійна і векторна алгебра. Аналітична геометрія-К.:Техніка,2000-592 с.