

**В.М. Азарсков**, дтн, проф. (Національний авіаційний університет)  
**Р.В. Михайловський**, студент (Національний авіаційний університет)

### Розробка програми керування положенням платформи гексапода

У промисловості та науці часто використовують гідравлічні платформи Стюарта через їх міцність, швидке прискорення та силу утримання, але лише деякі публікації зосереджуються на дешевій конструкції з використанням електродвигунів.

Платформа Стюарта є конструкцією, що складається з двох основних елементів. Перший елемент – це нерухома основа і другий елемент – рухома платформа. Принцип роботи платформи Стюарта заснований на тому, що на платформі виділяються шість точок, відстань від яких до нерухомої основи змінюється. Залежно від цих шести відстаней змінюється кут повороту рухомої платформи щодо основи.

Для визначення конфігурації платформи необхідно визначити вектори  $p_k$  та  $b_k$  відносно систем відліку  $^pO$  та  $^bO$  (рис. 1) за умови, що платформа та основа співпадають (довжина вектора  $T$  дорівнює нулю).

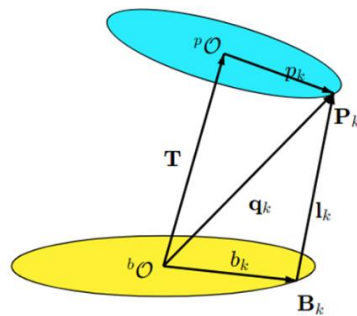


Рисунок 1 – Загальна схема платформи Стюарта

Опорна точка  $P_k$  на платформі визначає положення шарніру з номером  $k$  на платформі. Опорна точка  $B_k$  на основі визначає точку кріплення важеля на вісі двигуна з номером  $k$  (рис. 2).

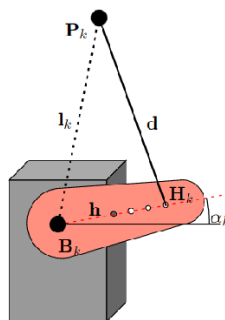


Рисунок 2 – Кінематика приєднання серводвигуна

Для розв’язання цієї задачі введено дві системи координат  $O_b X_b Y_b Z_b$  та  $O_p X_p Y_p Z_p$ . Вектор переходу  $T$  визначає положення полюсу  $^pO$  платформи (рис. 1) відносно бази  $^bO$ .

$$T = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Кватерніон повороту платформи відносно бази  $R$  визначено з урахуванням відомостей у монографії [2].

Оскільки орієнтація об'єкта визначається з допомогою кутів тангажу  $\vartheta$ , крену  $\gamma$  та курсу  $\psi$ , то з джерела [2] визначено зв'язок між цими кутами Крилова (рис. 8) та компонентами кватерніона  $R$  у вигляді

$$\begin{cases} r_0 = \cos \frac{\Psi}{2} \cos \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\vartheta}{2} + \sin \frac{\Psi}{2} \sin \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\vartheta}{2}, \\ r_1 = \cos \frac{\Psi}{2} \cos \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\vartheta}{2} - \sin \frac{\Psi}{2} \sin \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\vartheta}{2}, \\ r_2 = \cos \frac{\Psi}{2} \sin \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\vartheta}{2} + \sin \frac{\Psi}{2} \cos \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\vartheta}{2}, \\ r_3 = \sin \frac{\Psi}{2} \cos \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\vartheta}{2} - \cos \frac{\Psi}{2} \sin \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\vartheta}{2}, \end{cases} \quad (2)$$

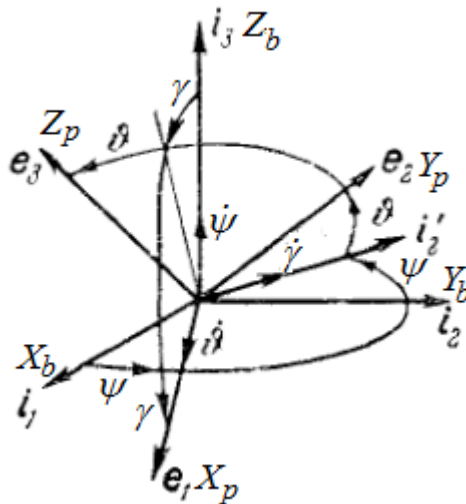


Рисунок 8 – Кути та послідовність поворотів Крилова

Кватерніон  $R$  дорівнює

$$R = r_0 1 + r_1 i + r_2 j + r_3 k \quad (3)$$

$i, j, k$  – комплексні одиниці. Цей кватерніон характеризує перехід від системи координат  $ObX_bY_bZ_b$  до  $OpX_pY_pZ_p$

Для автоматизації обчислення кватерніону за кутами в системі Matlab призначена функція `angle2quat`. Формат звернення

`R=angle2quat(rotationAng1, rotationAng2, rotationAng3, rotationSequence)`, де `rotationAng1`, `rotationAng2`, `rotationAng3` – перший, другий та третій кути повороту системи координат. Масиви розмірів  $m \times 1$ ;

`rotationSequence` – символічна змінна, яка характеризує послідовність поворотів. За замовченням вона дорівнює 'ZYX'. Це означає послідовність поворотів Крилова( перший на курс навколо Z; другий на крен навколо Y; третій на тангаж навколо X);

$R$  – масив розміру  $m \times 4$  елементів кватерніону.  $m$  – кількість комбінацій кутів обертання.

Для автоматизації перетворення кутів обертання у кватерніону в системі Simulink призначено блок Rotation Angles to Quaternions бібліотеки Aerospace Blockset/Utilities/Axes Transformations.

Ефективна довжина штанг являє собою вектор  $l_k$ , який дорівнює [1]

$$l_k = T + R \times p_k \times \bar{R} - b_k = \begin{bmatrix} l_k^{(x)} \\ l_k^{(y)} \\ l_k^{(z)} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Добуток  $R \times p_k \times \bar{R}$  у відповідності до [2] є новим вектором  $a_k$  який повернули у відповідності з кватерніоном  $R$ . Іншою мовою

$$a_k = R \times p_k \times \bar{R}. \quad (5)$$

Для автоматизації обчислення вектору  $a_k$  за кутами в системі Matlab призначена функція quatrotate. Формат звернення

a1= quatrotate(q,p);

a1 – зберігає вектор p, який повернуто у відповідності до кватерніону q.

Для автоматизації повороту вектору p у відповідності з кватерніоном q в системі Simulink призначено блок Quaternion Rotation з бібліотеки Aerospace Blockset/Utilities/Math Operations.

В основу алгоритму покладено залежність

$$\alpha_k = \arcsin \frac{g_k}{\sqrt{e_k^2 + f_k^2}} + \arctg \left( \frac{f_k}{e_k} \right). \quad (6)$$

Тут

$$\begin{aligned} e_k &= 2|h|l_k^{(z)} \\ f_k &= 2|h|(\cos(\beta_k)l_k^{(x)} + \sin(\beta_k)l_k^{(y)}) \\ g_k &= \sqrt{|l_k|^2 - (|d|^2 - |h|^2)} \end{aligned} \quad (7)$$

$|d|$  - довжина тяги (рис. 2).

$|h|$  - відстань між точками  $B_k$  та  $H_k$  рис. 2.

### Список літератури

1. Inverse Kinematics of a Stewart Platform
2. Застосування кватерніонів у задачах орієнтації твердого тела / В.Н. Бранец, И.П. Шмиглевский – М.: Наука, 1973. -320 с.