

УДК 517.9

**ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМ ДИФЕРЕНЦІЙНИХ РІВНЯНЬ ДЛЯ  
ПОБУДОВИ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ**

**Анастасія Андрейшина, Артем Коваленко**

*Національний авіаційний університет, Київ*

*Науковий керівник – Ткаченко Роксолана, ст. викладач*

Ключові слова: диференціальне рівняння, похідна, математична модель

**Вступ**

Математична модель - математичне уявлення реальності, один з варіантів моделі як системи, дослідження якої дозволяє отримувати інформацію про деяку іншу систему. Математична модель призначена передбачити поведінку реального об'єкта, та завжди є той чи інший ступінь її ідеалізації.

**Матеріали і методи**

Звідки береться математична модель? За багато років проектування в і аналізу склалась певна формалізована основа математичних моделей літаків у вигляді певної системи диференціальних рівнянь.

Система диференціальних  $dx$  рівнянь записується зазвичай в так званій нормальній формі Коші:

$$\frac{dx}{dt} = F(x, u), \quad (1.1)$$

де  $x$  - вектор станів, вектор управління,  $F$ -деяка функція,  $t$  - час.

Приведемо як приклад літак. Координатами вектора станів вибираються змінні, що визначають положення літака в поточний момент часу, наприклад,  $x_1$  - дальність польоту або перша координата вектора  $x$ ,  $x_2$  -горизонтальна швидкість польоту або друга координата вектора  $x$ ,  $x_3$ - висота польоту,  $x_4$ - вертикальна швидкість,  $x_5$  - курс ,  $x_6$ - нахил траєкторії,  $x_7$ - кут нахилу літака щодо центру його маса і інші змінні. Як координат вектора управління зазвичай вибираються  $u_1$  - кут повороту керма напрямків,  $u_2$ - кут повороту керма висоти,  $u_3$ - кут повороту елеронів,  $u_4$ - кут тяги та інші засоби управління. Система рівнянь (1.1) може бути розписана і в скалярній формі

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= F_1(x, u), \\ \frac{dx_2}{dt} &= F_2(x, u), \quad (1.2) \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{dx_n}{dt} &= F_n(x, u), \end{aligned}$$

де  $n$  - порядок системи.

Рішення кожного рівняння (1.2) дає деякий елементарний рух. Їх сукупність характеризує складну динаміку всього літака. Число  $n$  рівнянь може доходити до 200, коли описується не тільки рух центру мас літака, але і рух навколо центру мас в тривимірному просторі, жорсткість крил літака, витрата палива, зміна положення центру мас і інші рухи.

Якщо перейти до моделі винахідницької задачі, то виникає питання, що ж може бути такими елементарними рухами, сукупність яких і визначає проблемну ситуацію?

Такими елементарними рухами можуть бути протиріччя, а кожне  $i$ -е рівняння системи (1.2) буде описувати розвиток  $i$ -ого протиріччя з координування  $x_i(t)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Тоді вся система (1.2) має математично моделювати вихідну проблемну ситуацію нашої задачі.

Можна припускати, що математична модель може виявитися досить складною. Наприклад, систему з двох сотень диференціальних рівнянь аналізувати дуже важко, а розробити до неї автопілот, наприклад, просто неможливо. Тому систему рівнянь піддають декомпозиції. Для цього виділяють якусь траєкторію, напрямок, і розглядають рух, що відноситься тільки до цього напрямку.

Рух в тривимірному просторі найчастіше розбивають на два типи руху: поздовжнє - у вертикальній площині, і поперечне - в горизонтальній. Наприклад, траєкторія посадки в поздовжній площині може бути описана системою всього з 4-х рівнянь і т.д.

### **Результати**

Під час роботи був розглянутий порядок створення системи диференціальних рівнянь для побудови математичної моделі, зокрема на прикладі літального апарату, та випадки її використання.

### **Висновки**

Побудова математичних моделей носить вкрай актуальний характер в наш час, технології розвиваються вперед. Зокрема це актуально для літальних апаратів, різноманітність яких з кожним роком збільшується: від невеликих дронів для доставки до космічних дослідницьких апаратів. Незважаючи на всю складність, опису кожного фактора окремим рівнянням, за допомогою комп'ютерних систем можна істотно спростити завдання.

### **Список використаних джерел:**

1. Диференціальні рівняння : навч. посіб. / Головатий Ю. Д., Кирилич В. М., Лавренюк С. П.; Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка. - Львів : ЛНУ ім. І. Франка, 2011. - 468 с.
2. Бугрій О.М.; Процак Н.П.; Бугрій Н.В. (2011 р.). Основи диференціальних рівнянь: теорія, приклади та задачі : Навчальний посібник. Львів.
3. Петровський І.Г. “Лекції з теорії звичайних диференціальних рівнянь”, 2004
4. Денисюк В.П., Репета В.К. “Вища математика. Модульна технологія навчання”, 2009