

### **Несуча спроможність сильфонних компенсаторів з урахуванням розвитку пластичних деформацій**

**Анотація.** Тонкостінні просторові конструкції широко використовуються в авіабудуванні, у різноманітних транспортних засобах, будівництві нафто- та газопроводів великих діаметрів з високим надлишковим тиском. В елементах цих конструкцій спостерігаються концентрації напружень та розвиток зон пластичних деформацій, коли переміщення перевищують товщину тонкої оболонки, що обумовлює постановку задачі з урахуванням геометричної та фізичної нелінійності.

**Ключові слова:** *сильфонні компенсатори, пружнопластичні деформації, моментна схема скінченних елементів, оптимальне проектування.*

**Постановка проблеми.** Для успішного вирішення задач оптимального проектування розроблено єдиний підхід, який поєднує розрахунок міцності та оптимізацію форми і структури оболонкових конструкцій, що проектуються, на основі комплексних досліджень процесів нелінійної деформації і формозміни просторових конструкцій з урахуванням великих переміщень і пружно-пластичностичних деформацій, а також еволюції зміни фізико-механічних властивостей в позамежному стані використововуваного матеріалу[1]. На основі розробленої методики виконана чисельна реалізація дослідження напружено-деформованого стану з використанням методу скінченних елементів.

Проведені дослідження виконані в межах держбюджетної (кафедральної) теми «Новітні технології реконструкції промислових та цивільних будівель і споруд аеропортів», термін з 1.09.2007 до 30.09.2010 р.

Інженерні розрахунки сильфонних компенсаторів дають високі запаси міцності [2], і на сьогодні застосовуються більш точні чисельні методи [3, 4, 5, 6, 7], однак при конструюванні компенсатора в конкретних технологічних умовах для задоволення споживчих властивостей конструкції – компенсуюча здатність, жорсткість, ефективна площа, а також для розширення можливості ефективного оптимального проектування компенсаторів з використанням високоточних програмних комплексів - необхідно попередньо виконувати інженерний розрахунок. Розглянемо найбільш поширений [2] графоаналітичний розрахунок, в основу якого покладено графічні залежності НДС від висоти та товщини гофра, а також ресурсу (в циклах) від амплітуди напружень. У розрахунку використовуються графічні залежності напружень від циклів у сильфоні, номограми, що відображають залежність НДС від розмірів

гофра, а також деякі інтегральні показники, отримані від усього стандартного ряду діаметрів сільфонів з різною висотою і товщиною гофрів з певними значеннями властивостей матеріалу та інших параметрів одношарового сільфона (рис. 1).

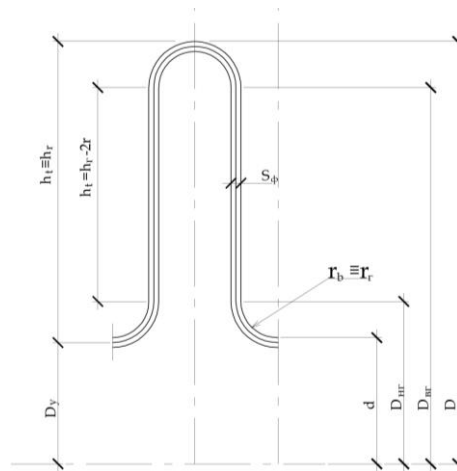


Рис. 1. Схема до інженерного розрахунку сільфонного компенсатора

Графічні залежності і номограми для інженерного розрахунку побудовані для області пружних напружень у разі зовнішньої дії на компенсатор внаслідок температурних зсувів та надмірного внутрішнього тиску. Розглядаються максимальні напруження, що виникають в перерізі гофра, від осевого зміщення величиною 1 мм (при внутрішньому тиску, що дорівнює нулю). Позначимо ці напруження  $\sigma_0$ , МПа/мм, та максимальні напруження від внутрішнього тиску величиною 1 МПа (при зміщенні, що дорівнює нулю) -  $\sigma_p$ , МПа/МПа.

Інженерний розрахунок виконується в чотири етапи:

- 1) визначення товщини сільфона при заданій висоті гофра та відомому робочому тиску;
- 2) розрахунок параметрів і ресурсу сільфона;
- 3) визначення ресурсу сільфона, виходячи з умов корозійної стійкості;
- 4) порівняння ресурсу, отриманого з розрахунку НДС, і ресурсу – з умов корозійної стійкості.

Вважаємо, що сільфонний компенсатор проектується для трубопроводу  $D_y = 1200$  мм довжиною 30 м з робочим тиском  $P_p = 7,5$  МПа і при перепаді температур  $T_{max} = 100^0$ , фізико-механічні характеристики матеріалу сталь 20 – модуль Юнга  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа, коефіцієнт Пуассона  $\nu = 0,3$ . Співвідношення параметрів гофра:  $0,15 h_r \leq r_r \leq 0,20 h_r$ , де  $h_r$  – висота гофра.

Приймаємо число робочих циклів за рік - 120, при терміні служби 30 років:  $N_0 = 3,6 \cdot 10^3$ . Беремо висоту гофра  $h_r = 130$  мм (максимальне значення на номограмі в [77]), радіуси вершин і западин сільфона:  $0,15 \cdot 130 \leq r_r \leq 0,20 \cdot 130$ . приймаємо  $r_r = 26$  мм, висота кільця дорівнює  $h_k = 130 - 2 \cdot 26 = 78$  мм.

Розрахунок ведемо відповідно до вищевказаних етапів.

1. Визначення товщини сільфона – розрахункової:

$$S_p = \sqrt{\sigma'_p \cdot P_p \cdot D_y / 2,1 \cdot \sigma_{дон.}}, \quad (1)$$

де  $\sigma'_p = \sigma_p \cdot S_\phi^2 / D_y$  беремо за номограмою, при максимальній робочій температурі  $T_{max} = 250^\circ$  припустиме напруження  $\sigma_{дон.} = 140 \text{ МПа}$ .

По номограмі (рис. 2.5 б [2] – штрихова крива) – для  $h_r = 130 \text{ мм}$ ,  $D_y = 1200 \text{ мм} \rightarrow \sigma'_p = 6,1 \text{ МПа/МПа}$ .

Відповідно маємо  $S_p = \sqrt{6,1 \cdot 7,5 \cdot 1200 / 2,1 \cdot 140} = 13,7 \text{ мм}$ . (2)

Приймаємо фактичну товщину сільфона  $S_\phi = 14,5 \text{ мм}$ .

2. Розрахунок параметрів максимальних еквівалентних напружень:

- при осьовому стиску - розтягу на 1 мм  $\sigma_{екв}^0 = \sigma'_0 \cdot S_\phi \cdot D_y / 100$ , (3)

де  $\sigma'_0$  приймаємо по номограмі -  $h_r = 130 \text{ мм}$ ,  $D_y = 1200 \text{ мм} \rightarrow \sigma'_0 = 1,25$  (рис. 2.5, б [2] суцільна крива), тоді маємо:

$$\sigma_{екв}^0 = 1,25 \cdot 14,5 \cdot 1200 / 100 = 217,5 \text{ МПа/мм}. \quad (4)$$

- від дії робочого тиску при нульовому осьовому стиску – розтягу

$$\sigma_{екв}^0 = \sigma'_p \cdot D_y \cdot P_p / S_\phi^2, \quad (5)$$

де  $\sigma'_p$  приймаємо за номограмою  $h_r = 130 \text{ мм}$ ,  $D_y = 1200 \text{ мм}$  (рис. 2.5, б [2], штрихова лінія), тоді отримаємо:

$$\sigma_{екв}^0 = \frac{6,1 \cdot 1200 \cdot 7,5}{14,5^2} = 261,1 \text{ МПа/1МПа} \quad (6)$$

Визначаємо осьову компенсуючу здатність одного гофра сільфона при обраному гарантованому числі  $N = 1000$  циклів (при 120 циклах на рік), якому за графічною залежністю (рис. 2.3 в [2]) відповідає величина  $\sigma_{м.дон.}$ :

$$\Delta_0^N = \pm \frac{2 \sigma_{м.дон.} - \sigma_{екв.}^p}{\sigma_{екв.}^\phi}, \quad (7)$$

де  $\sigma_{м.дон.}$  - амплітуда напружень, прийнята за номограмою для числа циклів  $N = 1000$  (з урахуванням коефіцієнта запасу),  $\sigma_{м.дон.} = 500 \text{ МПа}$  (для корозійно-

стійкої сталі)  $\Delta_0^N = \pm \frac{2 \cdot 500 - 261,1}{217,5} = \pm 3,4 \text{ мм}$ .

Визначаємо параметр жорсткості сільфона (сила при осьовому стиску –розтягу на 1 мм):

$$C_0 = 20 \cdot C'_0 \cdot S_\phi^3, \quad (8)$$

де  $C'_0 = C_0 / 20 S_\phi^3$  визначається за номограмою (рис. 2.7 в [2])  $h_r = 130 \text{ мм}$ ,  $D_y = 1200 \text{ мм} \rightarrow C'_0 = 7,8 \text{ Н/мм}$  :  $C_0 = 20 \cdot 7,8 \cdot 14,5^3 = 475,6 \text{ кН/мм}$ .

3. Визначення ресурсу сільфона, виходячи з умов корозійної стійкості конструкції:

$$N_k = T \cdot n_0 / v_k, \quad (9)$$

де  $T = S_\phi - S_p = 14,5 - 13,7$  мм - запас по товщині сільфона;  $n_0$  - число відключень трубопроводу за рік;  $v_k$  - швидкість корозії, для слабкого ступеня агресивності газоповітряного середовища (табл. 2.1 в [2]), приймаємо  $v_k = 0,1$ . Остаточно за (9) маємо:

$$N_k = 0,8 \cdot 120 / 0,1 = 960 \text{ 0 цкл.} \quad (10)$$

Визначаємо компенсуючу здатність гофра при  $N_k = 960$  по (10) (за допомогою графічної залежності  $\sigma_m(N_k)$ ):

$$\Delta_0^{N_k} = \pm \frac{2 \cdot 250 - 261,1}{217,5} = \pm 3,58 \text{ мм.}$$

4. Визначення числа гофрів у сільфоні, виходячи з необхідної компенсуючої здатності для всього багатогофрового компенсатора:

$$\Delta_k = \Delta_0 \cdot n; \quad n = \frac{\Delta_k}{\Delta_0}, \quad (11)$$

де  $n$  - число гофрів,  $\Delta_0$  - компенсуюча здатність для одного гофра;  $\Delta_k$  - необхідна компенсуюча здатність для ділянки труби, відповідно до завдання на проект компенсатора ( $l = 30,0$  м,  $T = 100^\circ$ ):

$$\Delta_k \equiv \Delta l = \alpha(T_2 - T_1) \cdot l_0, \quad \Delta l = 0,12 \cdot 10^{-4} (120 - 20) \cdot 3 \cdot 10^4 = 36 \text{ мм,}$$

тоді отримаємо:  $n = \frac{36}{3,58} = 10$  гофр.

Якщо змінити форму компенсатора і привести його до  $\Omega$ -подібних гофрів без змін висоти гофра, то всі отримані параметри компенсатора не зміняться, зміняться лише форма гофра, для якої правильним є співвідношення

$$0,15 h_r \leq r_r \leq 0,40 h_r, \text{ тобто } 0,15 \cdot 130 \leq r_r \leq 0,40 \cdot 130 \quad (12)$$

Приймаємо остаточну форму гофрів для 10-лінзового компенсатора, представлену на рис. 2.

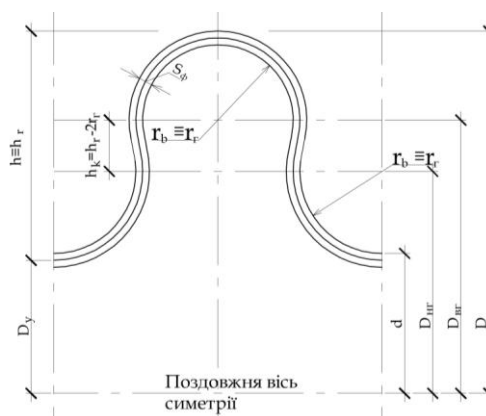


Рис.2. Схема до інженерного розрахунку: варіант вибору  $\Omega$ -подібної форми гофра



Ці величини геометричних параметрів використані в розрахунковій схемі на рис. 3, з урахуванням симетрії в середньому перерізі.

Під час оцінки стійкості від випинання сильфон розглядається як гнучкий стрижень, до кінців якого прикладене стискуюче зусилля. Втрата стійкості відбувається, коли ця сила досягає критичного значення. Розглянемо критичну силу в конструкції сильфона для прикладу, який розглядаємо з урахуванням розрахункової довжини  $l_c$  між нерухомою і рухомою опорами:

$$\begin{aligned} l_c &= 6 \cdot D_H + L_K = 6 \cdot (D_y + S_\Phi) + T_C \cdot n = \\ &= 6 \cdot (1200 + 14,5) + 200 \cdot 10 = 9287 \text{ мм} = 928,7 \text{ см} \end{aligned} \quad (14)$$

за формулою 
$$R_k \leq \frac{9 \cdot \pi^2 EI}{4 \cdot k_3 \cdot l_c^2}, \quad (15)$$

де  $I$  - момент інерції сильфона,  $T_C$  - крок між гофрами сильфона,  $k_3$  - коефіцієнт запасу.

Для прикладу, що розглядається маємо [2]:

$$I = \frac{0,1 \cdot d^2 \cdot S_\Phi^2 \cdot T_C}{2 \cdot (D - d) + T_C} \quad (16)$$

$$T_C = 4 \cdot r_\Gamma \quad k_3 = 1,5. \quad (17)$$

Відповідно до (3), (12), (16) і (17) отримаємо:

$$T_C = 4 \cdot 50 = 200 \text{ мм}, \quad I = \frac{0,1 \cdot 122,9^2 \cdot 1,45^2 \cdot 20,0}{2(148,9 - 122,9) + 20,0} = 882,14 \text{ см}^4.$$

Відповідно до (4.14) та (4.15) маємо:

$$R_k = \frac{9 \cdot 3,14^2 \cdot 2,0 \cdot 10^6 \cdot 882,14}{4 \cdot 1,5 \cdot 928,7^2} = 30,28 \cdot 10^3 \text{ кг} = 30,28 \text{ т}.$$

Наявність надлишкового внутрішнього тиску збільшує жорсткість осьового сильфонного компенсатора і, відповідно, збільшує критичну силу на величину розтягувальної сили, що виникає в порожнині сильфона від внутрішнього тиску, яка визначається за формулою:

$$R_k^p = F_E \cdot P_p, \quad (18)$$

де  $F_E$  - ефективна площа перерізу компенсатора, перпендикулярна його осі, яка створює силу від тиску, що збільшує жорсткість компенсатора.

Ефективна площа залежить не лише від геометрії перерізу сильфона, а й від числа лінз, формула отримана (на основі чисельних експериментів):

$$F_E = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4} \cdot \frac{(n-1) \cdot k_0}{2n-1}, \quad (19)$$

де  $D$  - діаметр вершини гофра;  $d$  - діаметр западини гофра;  $n$  - число лінз;  $k_0$  - коефіцієнт збільшення для осевого круглого сільфона  $k_0 = 1,25$ .

Остаточно з урахуванням (15) та (19) критична сила при поздовжньому стисненні сільфона набуває вигляду:

$$R_k \leq \frac{9\pi^2 EI}{4k_3 \cdot l_c^2} + \frac{\pi(D^2 - d^2) \cdot (n-1) \cdot P_p \cdot k_0}{4 \cdot (2n-1)}, \quad (20)$$

відповідно до (20) отримаємо:

$$R_k \leq 30,28 \cdot 10^3 + \frac{3,14(148,9^2 - 122,9^2)(10-1) \cdot 75,0 \cdot 1,25}{4(2 \cdot 10 - 1)} = 276,76 \cdot 10^3 \text{ кг}.$$

Розглянуте інженерне рішення круглого сільфонного компенсатора обрано як тестовий приклад для чисельної реалізації розрахунків міцності за допомогою моментної схеми скінченних елементів (МССЕ). Відповідно до наведених вище геометричних параметрів  $\Omega$ -подібної форми сільфона (рис. 2) та фізико-механічних властивостей матеріалу круглого сільфонного десятилінзового компенсатора (рис. 3) побудована дискретна модель і розрахункова схема з урахуванням симетрії в центральному поперечному перерізі (пл.  $OZ^2Z^3$  на рис. 3). Розміри сіткової області становлять  $M1 \times M2 \times M3 = 2 \times 17 \times 126$ , що відповідає числу вузлів сільфонної оболонки  $NU = 2 \cdot 17 \cdot 126 = 4284$  і числу рівнянь скінченноелементної моделі без урахування зв'язків, що накладені  $K = 3 \times NU = 3 \cdot 4284 = 12852$ .

Розглянуто декілька варіантів розрахунку:

- надлишковий внутрішній тиск із защемленими патрубками сільфона;
- вимушене розтягнення за відсутності надлишкового тиску на величину, визначену відповідно до (11) з урахуванням поперечної симетрії;
- розтягнення за наявності надлишкового тиску;
- вимушений стиск за відсутності надлишкового тиску в сільфоні;
- вимушений стиск за наявності надлишкового внутрішнього тиску в порожнині сільфона.

В усіх розрахунках за матеріал прийнято сталь марки 12Г2СМФ з межею текучості  $\sigma_T = 600 \text{ МПа}$  ( $6000 \text{ кгс} / \text{см}^2$ ), тому напружений стан конструкції при максимальному комплексному навантаженні (розтяг-стиск і внутрішній тиск) відповідає пружній стадії, максимально наближеній до граничного напруженого стану, про що свідчать результати розрахунку.

За результатами чисельних розрахунків, побудовані епюри згинальних меридіанних напружень і моментів у центральному гофрі компенсатора, що представлені на рис. 4 та 5.

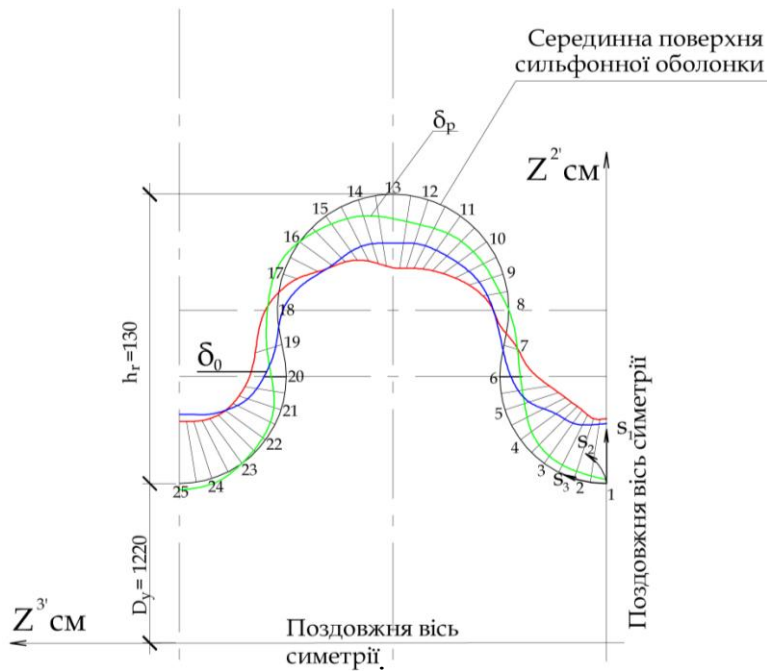


Рис. 4. Епюри згинальних меридіанних напружень:  $\sigma_p$  - від внутрішнього тиску;  $\sigma_0$  - від вимушеного зсуву;  $\sigma_p + \sigma_0$  - від сумарної дії  $\sigma_p + \sigma_0$

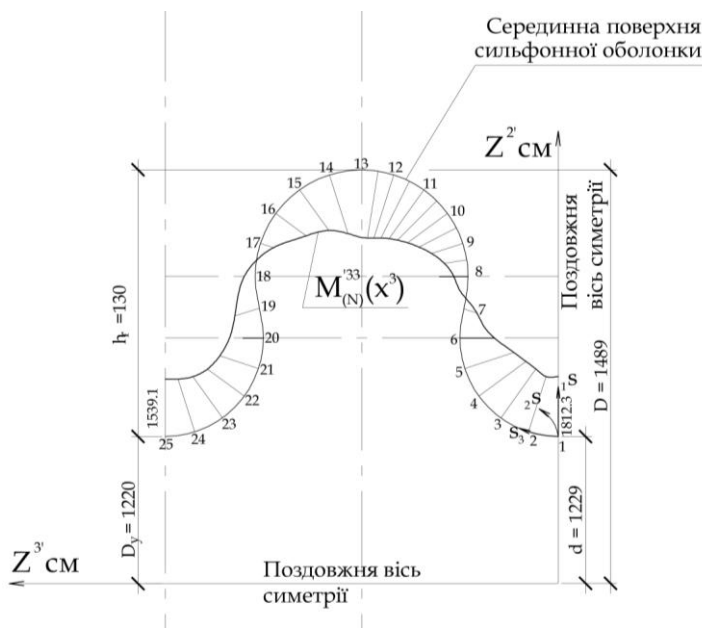


Рис. 5. Епюра згинальних меридіанних моментів  $M_N^{33}$  в центральному гофрі від дії внутрішнього тиску в порожнині сифона  $P_p = 75 \text{ кгс/см}^2$  та вимушеного зсуву  $u_{4249}^I = 1,8 \text{ см}$

Порівняльний аналіз отриманих результатів і результатів інженерного розрахунку продемонстрував наступне. Якісна характеристика розподілу внутрішніх зусиль у гофрі сифона за результатами чисельного розрахунку збігається з характером розподілу за результатами інженерного розрахунку з використанням номограм [2]. Еквівалентне згинальне напруження відповідно до (6) становить  $261,1 \text{ МПа}$  ( $2611 \text{ кгс/см}^2$ ), за результатами чисельного



розрахунку, за першим варіантом максимальні згинальні меридіанні напруження дорівнюють:  $\sigma_{(u)375}^{33} = -2522,4 \text{ кгс/см}^2$ , різниця становить  $\Delta\sigma_{(u)375}^{33}, \% = (2611,0 - 2522,4) / 2522,4 \cdot 100 \cong 3,5\%$ .

Знак «мінус» показує, що розтягнене волокно у вершині гофра знаходиться всередині (у порожнині сільфона) (рис. 4).

Еквівалентне напруження визначене за номограмами згідно з (3), при розтягненні гофра на 1 мм, у середньому при розтягненні на 1,8 мм (з урахуванням симетрії) еквівалентне напруження за номограмами становить:  $\sigma_{\text{ЕКВ}}^0 = 217,5 \cdot 1,8 = 391,5 \text{ МПа} (3915 \text{ кгс/см}^2)$ .

Середнє напруження в западині центрального гофра за результатами чисельного розрахунку становить (точки 1...5 на епюрі рис. 4 – крива 2):  $\sigma_{\text{ср}}^0 = (5056,4 + 4762,7 + 4162,2 + 3261,5 + 2108,0) / 5 = 3870,2 \text{ кгс/см}^2$ .

Різниця складає  $\Delta = (3915 - 3870,2) / 3915 \cdot 100 = 1,1\%$ , при цьому чисельний розрахунок показує, що максимальне згинальне напруження в разі сумісного навантаження надлишковим тиском ( $P_p = 75 \text{ кгс/см}^2$ ) і поздовжнім розтягненням на 36 мм при 10 гофрах дорівнює  $\sigma_{(u)375}^{33} = -6878,6 \text{ кгс/см}^2$  у вершині гофра в нижньому волокні (епюра на рис. 4.4 - крива 3). Відповідно до [2] максимально допустиме напруження  $\sigma_{\text{м.дон.}} = 500 \text{ МПа}$ , або еквівалентне напруження від усіх навантажень  $\sigma_{\text{екв.}}^{\text{max}} = 2 \cdot \sigma_{\text{м.дон.}} = 2 \cdot 500 = 1000 \text{ МПа}$ .

Дійсне напруження за результатами чисельного розрахунку  $\sigma_{(u)375}^{33} = -6878,6 \text{ кгс/см}^2$  менше ніж  $\sigma_{\text{екв.}}^{\text{max}} = 10000 \text{ кгс/см}^2$  і є граничним з урахуванням  $\sigma^T = 6000 \text{ кгс/см}^2$ , а також збільшенням при зміцненні, при цьому виникнення пластичних деформацій відповідно до функцій навантаження не спостерігається.

Визначені сумарні реакції у зв'язках за симетричною площиною в поперечному перерізі  $OZ^2Z^3$ , які для розрахункового фрагмента дорівнюють - 68849,2 кгс, а для всієї конструкції, збільшені учетверо:

$$R_k^1 = \sum_{N=1}^{35} R_N^1 \cdot 4 = -68849,2 \cdot 4 = 275,4 \cdot 10^3 \text{ кг} = 275,4 \text{ т}.$$

Порівняння величини  $R_k^1$  з розрахунковою величиною критичного навантаження дозволяє дійти висновку, що розглянута конструкція 10-лінзового компенсатора при закріпленні біля рухомої опори задовольняє умови стійкості, оскільки:  $275,4 = R_k^1 < R_k = 276,76 \text{ т}$ .

За результатами порівняльного аналізу чисельних результатів з результатами тестової задачі багатолінзового компенсатора доходимо висновку, що запропонована методика дослідження НДС конструкцій багатолінзових компенсаторів є достовірною і дозволяє добирати необхідні оптимальні конструктивні параметри і характеристики сталі для отримання надійної і більш економічної конструкції компенсаторів для трубопроводів з високим тиском.

## Література:

1. Цихановський В. К. Несущая способность комбинированных оболочечных конструкций с учётом развития пластических деформаций / В. К. Цихановський, С. М. Козловец, Н. А. Костыра // Промислове будівництво та інженерні споруди. – 2008. – №3. – К.: ВАТ “УкрНДІпроектстальконструкція” ім. В.М. Шимановського. – С. 17–21.
2. Говядко Г. М. Компенсаторы для трубопроводов: [справочник] / Г. М. Говядко, В. И. Есарев, В. Д. Дубчак. – СПб.: Энергоатомиздат, Санкт-Петербург, 1993. – 183 с.
3. Аксельрад Э. Л. Гибкие оболочки / Эрнест Леонидович Аксельрад. – М.: Наука, 1976. – 376 с.: илл.
4. Новожилов В. В. Теория тонких оболочек / В. В. Новожилов. – Л.: ГСИСП, 1962. – 431с.
5. Казанцев А. Г. Малоцикловая усталость сильфонных компенсаторах при неизотермическом нагружении / А. Г. Казанцев // Проблемы прочности. – 1986. – №7. – С. 30–34.
6. Сосновский Л. А. Об оценке долговечности при циклических нагружениях / Л. А. Сосновский // Проблемы прочности. – 1986. – №11. – С. 16–21.
7. Сильфоны. Расчет и проектирование / [Л. Е. Андреева, А. И. Беседа, Ю.А. Богданова и др.]; под ред. Л. Е. Андреевой. – М.: Машиностроение, 1975.

**Аннотация.** Для успешной реализации требований надёжности и экономичности современных пространственных конструкций необходимо использовать современные конструктивные формы и комбинированные механические системы. К классу пространственных конструкций относятся комбинированные оболочечные системы, основным элементом которых являются гибкие оболочки: тонкостенные резервуары, газгольдеры, а также упругие специальные оболочечные устройства – сильфоны, компенсаторы, тонкостенные трубы. Исследуемые комбинированные оболочечные системы имеют произвольную форму в плане и сложную конфигурацию в пространстве, поэтому наиболее приемлемыми методами расчета таких механических систем являются численные методы.

**Abstract.** The analytical and numerical method of non-linear deformation and optimum design of flexible complex shell structures has been developed. The analytical part of the method consists of development moment scheme of the method of finite elements. This scheme is applied for estimation tasks of calculation on strength and optimization thin shells with allowance plastic strain.

Reliability of results is proved by comparison with results of numerical researches other authors and by the solutions of the tests which are based on the theory of shells. Practical tasks of calculation structures of pipeline compensator with significant diameter and large-span structures have been calculated.