

ЗАСТОСУВАННЯ РІВНЯННЯ ВАН ДЕР ПОЛЯ В ЕЛЕКТРОТЕХНІЦІ

Дехтяр М.О.

Національний авіаційний університет, Київ

Науковий керівник – Затула Н.І., канд. фіз.-мат.наук, доц.

Ключові слова: електричні ланцюги, електричний конденсатор, закони Кірхгофа, система диференціальних рівнянь, рівняння Ван дер Поля.

Рівняння Ван дер Поля було не першим рівнянням, що описувало автоколивальні процеси, але першим нелінійним диференціальним рівнянням, що мало реальний фізичний зміст та періодичний розв'язок. Цю властивість було виявлено видатним голландським вченим Балтазаром ван дер Полем (1889–1959) у результаті дослідів з вивчення коливань в електричних ланцюгах і в зв'язку з дослідженням електричної моделі биття серця [1].

Розглянемо процес розряджання електричного конденсатора через дротяну котушку індуктивності. Згідно із законами Кірхгофа [2], це явище описується системою звичайних диференціальних рівнянь:

$$C \frac{dU}{dt} = -I, \quad U - L \frac{dI}{dt} = RI, \quad (1)$$

де $I=I(t)$ – струм розрядки, $U=U(t)$ – напруга, R – опір, C – ємність конденсатора, L – індуктивність котушки. Здійснивши у другому рівнянні (1) перехід від класичного закону Ома до узагальненого, дістаємо нелінійну систему рівнянь

$$C \frac{dU}{dt} = -I, \quad L \frac{dI}{dt} = U - h(I), \quad (2)$$

або одне нелінійне рівняння другого порядку, еквівалентне (2), у якому U позначено через y :

$$ay'' + y = -f(y'), \quad a = \text{const.}$$

Вважаючи, що $f(y') = \varepsilon(y'^3 - y')$, дістанемо рівняння Ван дер Поля, яке застосовується в теорії тріодів [2]:

$$ay'' + y = \varepsilon(y' - y'^3), \quad \varepsilon = \text{const.}$$

Рівняння Ван дер Поля використовується в радіотехніці для опису не тільки тріодного генератора, але і генератора на тунельному діоді або транзисторного генератора. В основі виведення цього рівняння лежать настільки прості і загальні фізичні міркування, що воно виявляється застосовним до широкого спектру прикладних задач.

Список використаних джерел

1. Феномен уравнения Ван дер Поля / Кузнецов А.П., Селиверстова Е.С., Трубецков Д.И., Тюрюкина Л.В. – Изв. вузов «ПНД», т. 22, № 4, 2014. – 42 с.
2. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. – НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2010. – 560 с. (глава 14).