

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний авіаційний університет
Факультет кібербезпеки, комп'ютерної та програмної інженерії
Кафедра прикладної математики

УЗГОДЖЕНО
Декан ФККПІ

_____ О.Азаренко

«__» _____ 2020 р.

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з навчальної роботи

_____ А. Гудманян

«__» _____ 2020 р.



Система менеджменту якості

РОБОЧА ПРОГРАМА
навчальної дисципліни
«Математичні методи в аеродинаміці»

Галузь знань: 11 "Математика та статистика"
Спеціальність: 113 "Прикладна математика"
Освітньо-професійна програма: "Прикладна математика"

Форма навчання	Семестр	Усього (годин/кредитів ECTS)	Лекції	Практ. заняття	Самостій на робота	ДЗ/К	Форма сем. контролю
Денна	1	180/6	34	34	112	1 ДЗ	Екзамен – 1 с
Заочна	–	–	–	–	–	–	–

Індекс РМ - 4 – 113 / 19 – 2.1.1

СМЯ НАУ РП 09.01.11-01-2020



Робочу програму навчальної дисципліни «Математичні методи в аеродинаміці» розроблено на основі освітньої програми та робочого навчального плану № РМ-4-113/19 підготовки фахівців освітнього ступеня «Магістр» за спеціальністю 113 «Прикладна математика» освітньо-професійної програми «Прикладна математика» та відповідних нормативних документів.

Робочу програму розробив
професор кафедри прикладної математики _____ Жук П.Ф.

Робочу програму обговорено та схвалено на засіданні випускової кафедри спеціальності 113 "Прикладна математика" освітньо-професійної програми "Прикладна математика" – кафедри прикладної математики, протокол № _____ від " _____ " _____ 2020 р.

Завідувач кафедри _____ Приставка П.О.

Робочу програму обговорено та схвалено на засіданні науково-методично-редакційної ради факультету кібербезпеки, комп'ютерної та програмної інженерії, протокол № _____ від _____ 2020 р.

Голова НМРР _____ Куклінський М.В.

Рівень документа – 3б
Плановий термін між ревізіями – 1 рік
Контрольний примірник



ЗМІСТ

	сторінка
Вступ	4
1. Пояснювальна записка	4
1.1. Заплановані результати	4
1.2. Програма навчальної дисципліни	5
2. Зміст навчальної дисципліни	8
2.1. Структура навчальної дисципліни	8
2.2. Домашнє завдання.....	9
2.3. Перелік питань для підготовки до екзамену.....	10
3. Навчально-методичні матеріали з дисципліни	10
3.1. Методи навчання	10
3.2. Рекомендована література	10
3.3. Інформаційні ресурси в інтернеті.....	10
4. Рейтингова система оцінювання набутих студентом знань та вмінь...	11



ВСТУП

Робоча програма (РП) навчальної дисципліни розроблена на основі «Методичних рекомендацій до розроблення та оформлення робочої програми навчальної дисципліни», затверджених розпорядженнями №071/роз. від 10.07.2019 р., №088/роз. від 16.10.2019 р. та відповідних нормативних документів.

1. ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

1.1. Заплановані результати.

Дана навчальна дисципліна є теоретичною та практичною основою сукупності знань та вмінь, що формують профіль фахівця в галузі прикладної математики.

Метою викладання дисципліни є:

- засвоєння студентами основних математичних моделей аеродинаміки, аналітичних та чисельних методів їх розв'язання;
- формування у студентів логічного та алгоритмічного мислення, необхідного для розв'язання теоретичних та практичних задач за фахом.

Завданнями вивчення навчальної дисципліни є:

- засвоєння основних принципів побудови та дослідження математичних моделей аеродинаміки;
- опанування сучасними аналітичними методами, які дозволяють розв'язувати окремі типи наближених моделей аеродинаміки;
- оволодіння сучасними чисельними методами розв'язування складних аеродинамічних задач.

У результаті вивчення даної навчальної дисципліни студент повинен **набути таких компетентностей:**

- знати принципи побудови та дослідження математичних моделей аеродинаміки;
- володіти основними теоретичними поняттями, що складають основу теорії систем гіперболічних рівнянь;
- володіти теоретичними засади побудови та дослідження аналітичних та чисельних методів аеродинаміки,
- вміти використовувати в своїй професійній галузі математичні методи аеродинаміки;
- самостійно формалізувати окремі типи задач аеродинаміки, зводити їх до типових задач та розв'язувати.

Навчальна дисципліна «Математичні методи в аеродинаміці» базується на знаннях дисциплін рівня бакалавра та є базою для вивчення таких дисциплін, як: «Математичні моделі динамічних систем», «Додаткові розділи методів обчислень» та інших.



1.2. Програма навчальної дисципліни

Навчальний матеріал дисципліни структурований за модульним принципом і складається з двох навчальних модулів, а саме:

- навчального модуля №1 «Аналітичні методи в аеродинаміці»
- навчального модуля №2 «Чисельні методи в аеродинаміці», кожен з яких є логічно завершеною, відносно самостійною, цілісною частиною навчальної дисципліни, засвоєння якої передбачає проведення модульної контрольної роботи та аналіз результатів її виконання.

Модуль №1 «Аналітичні методи в аеродинаміці»

Тема 1. Основні принципи математичного моделювання аеродинамічних процесів

Основні завдання, якими займається сучасна аеродинаміка. Особливості експериментального, теоретичного і чисельного підходів у розв'язанні цих завдань. Основні відомості з кінетики газів. Принципи математичного моделювання аеродинамічних процесів. Інтегральні і диференціальні закони збереження. Інтегральні закони збереження на лінії розриву ударних хвиль. Рівняння Ренкіна-Гюґоніо.

Тема 2. Загальні математичні моделі аеродинаміки

Математичні рівняння законів збереження маси та енергії, кількості та моменту кількості руху газу. Різні форми запису диференціальних рівнянь. Математичні постановки завдань аеродинаміки. Основні принципи постановки крайових умов для (систем) рівнянь гіперболічного, параболічного і еліптичного типів. Ієрархія математичних моделей. Математичні моделі ідеальних і неідеальних газів. Стаціонарні моделі в аеродинаміці. Системи рівнянь Нав'є-Стокса та Ейлера.

Тема 3. Області застосування математичних моделей аеродинаміки

Математичні моделі хімічних реакцій у газі. Рівняння хімічної кінетики. Перетворення рівнянь до безрозмірного вигляду. Критерії подібності. Деякі точні розв'язки задачі Коші для скалярного закону збереження і для системи (квазі) одновимірних рівнянь газової динаміки. Математична модель нерівновісної течії реагуючого газу в осі симетричному соплі Лавалю.

Тема 4. Елементарна задача метода характеристик

Рівняння в характеристичній формі. Елементарна задача метода характеристик. Задача з не характеристичними початковими даними (задача Коші). Область залежності і область впливу. Інваріанти Рімана. Слабкі розриви. Лінія слабого розриву. Задачі з умовами на характеристиках (задача Гурса). Прості хвилі (хвилі Рімана). Задачі з умовами на траєкторії: задача про поршні, задача з вільною границею.

Тема 5. Метод характеристик для течій з розривами

Співвідношення між параметрами газу на розриві. Еволюційні розриви. Слабкі і сильні ударні хвилі. Розпад довільного розриву. Зіткнення ударних хвиль. Віддзеркалення ударної хвилі від стінки. Взаємодія ударної хвилі з



контактним розривом. Віддзеркалення ударної хвилі від відкритого кінця труби. Задача про вибух. Асимптотична поведінка затухаючих ударних хвиль. Сильний вибух. Розповсюдження хвиль детонації і горіння в трубах. Акустичне наближення.

Тема 6. Метод функцій комплексної змінної

Потенціал швидкостей. Функція течії. Комплексний потенціал і комплексна швидкість. Метод конформних відображень. Приклади простих течій. Потенційне обтікання кругового циліндра потоком ідеальної нестискуваної рідини.

Тема 7. Метод функцій комплексної змінної для плоских усталених течій ідеального нестискаємого газу

Плоскі усталені течії ідеального нестискаємого газу. Обтікання еліптичного циліндра. Обтікання пластинки. Задача обтікання контуру довільної форми. Постулат Чаплигіна-Жуковського. Формули Чаплигіна-Блазіуса. Інтеграл від комплексної швидкості. Формула для моменту. Теорема Жуковського.

Тема 8. Метод малих збурень

Наближенні моделі аеродинаміки. Причини збурення однорідного потоку. Основне рівняння лінійної теорії малих збурень. Застосування методу малих збурень у лінійної теорії плоских течій газу. Закон подібності Прандтля—Глауєрта. Закон подібності Аккерета. Конус Маху. Ефект Доплера.

Тема 9. Метод малих збурень для задач обтікання крила

Лінійна теорія обтікання тіл обертання. Лінійна теорія обтікання крила скінченого розмаху. Випадок надзвукової швидкості потоку, що набігає на крило. Навколозвукові течії та їх загальні властивості. Закони подібності при обтіканні тіл. Течії в соплах і струменях.

Модуль № 2 «Чисельні методи в аеродинаміці»

Тема 1. Скінчено-різницевий метод

Перехід до дискретних моделей. Способи дискретизації. Типи сіток. Порівняльні недоліки і переваги структурованих і неструктурованих сіток. Метод алгебри побудови сітки по заданих граничних вузлах. Адаптація до межі складної форми. Метод алгебри згущування сітки. Неструктуровані (трикутні) сітки. Скінчено-різницевий метод.

Тема 2. Методика конструювання скінчено-різницевих алгоритмів розв'язання аеродинамічних задач

Апроксимації скінчено-різницевих схем для рівнянь з частинними похідними. Стійкість скінчено-різницевих схем. Найважливіші характеристики різницевих схем. Точність. Економічність. Проблеми реалізації. Метод скінчених об'ємів. Методика конструювання скінчено-різницевих алгоритмів розв'язання аеродинамічних задач. Чисельні методи розв'язання нестационарних двомірних задач аеродинаміки в лагранжевих координатах.

Тема 3. Чисельні методи розв'язання нестационарних двомірних задач аеродинаміки в лагранжевих координатах



Чисельні методи розв'язання багатовимірних задач аеродинаміки. Метод «частинок у комірці» розв'язання нестационарних задач аеродинаміки. Методика «Медуза» розв'язання двовимірних аеродинамічних задач. Схеми для скалярного закону збереження. Протипотокова схема. Схема Лакса. Умовна апроксимація. Одно- і двокрокова схеми Лакса - Вендроффа. Схема Маккормака. Неявні схеми в дивергентній формі. Внутрішні ітерації.

Тема 4. Чисельні методи розв'язання багатовимірних задач аеродинаміки

Протипотокові схеми для гіперболічних систем рівнянь. Схема змінних напрямів. Схема розщеплювання. Схема розщеплення по фізичним процесам. Сумарна апроксимація. Схема стабілізуючої поправки. Схема Дугласа. LU - факторизація. Схеми для розв'язання стаціонарних задач. Метод установлення. Схема розщеплювання з мінімальною дисипацією.

Тема 5. Маршеві чисельні алгоритми

Маршеві по просторовій координаті алгоритми розв'язання стаціонарних задач газової динаміки. Необхідна умова коректності постановки маршевого завдання по просторовій координаті. Маршеві алгоритми розв'язання параболізованих рівнянь. Метод глобальних ітерацій. Схема Річардсона. Схема Дюфорта – Франкела. Схема з вагами. Компактні схеми. Схеми в дробових кроках.

Тема 6. Особливості задач гіперзвукової аеродинаміки

Фізичні і математичні особливості течій з ударними хвилями. Інваріанти Рімана. Інваріанти простої хвилі. Методи обчислення ударних хвиль. Консервативність різницевої схеми. Однорідні різницеві схеми, основані на апроксимації інтегральних законів збереження.

Тема 7. Скінчено-різницеві методи гіперзвукової аеродинаміки

Монотонні схеми. Порядок апроксимації і головний член погрішності монотонної схеми для скалярного закону збереження. Схема Годунова. Схема Роя. Порядок апроксимації схеми і проблема нефізичних осциляцій чисельного розв'язку. Дослідження коефіцієнта переходу різницевої схеми. Амплітудна і фазова помилка. Дисперсна і дифузійна властивості різницевої схеми. Диференціальне представлення різницевої схеми. Штучна в'язкість. Метод корекції антидифузійних потоків. Слабкі розв'язки. Проблема вибору фізичного розв'язку.

Тема 8. TVD схеми та схеми високого порядку апроксимації

TVD схеми. Схеми з не зростаючою повною варіацією. Достатня умова TVD. TVD - модифікація схеми Лакса - Вендроффа для скалярного закону збереження і для системи одновимірних рівнянь газової динаміки. Схема Ошера. Схеми високого порядку апроксимації: ENO і WENO схеми. Схеми типу Рунге-Кутта з розширеними інтервалами стійкості.



2. ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

2.1. Структура навчальної дисципліни

№ з/п	Назва теми	Обсяг навчальних занять (год.)							
		Денна форма Навчання				Заочна форма навчання			
		Усього	Лекції	Практ. заняття	СРС	Усього	Лекції	Практ. заняття	СРС
Модуль №1 «Аналітичні методи в аеродинаміці»									
		1 семестр				1 семестр			
1.1	Принципи математичного моделювання аеродинамічних процесів. Інтегральні і диференціальні закони збереження.	8	2	2	4	–	–	–	–
1.2	Математичні моделі ідеальних і неідеальних газів. Стаціонарні моделі в аеродинаміці. Системи рівнянь Нав'є-Стокса та Ейлера.	8	2	2	4	–	–	–	–
1.3	Елементарна задача метода характеристик. Задача Коші. Область залежності і область впливу. Інваріанти Рімана. Слабкі розриви. Задача Гурса.	8	2	2	4	–	–	–	–
1.4	Метод характеристик для течій з розривами. Співвідношення між параметрами газу на розриві. Слабкі і сильні ударні хвилі.	8	2	2	4	–	–	–	–
1.5	Метод функцій комплексної змінної. Потенціал швидкостей. Функція течії. Комплексний потенціал і комплексна швидкість.	8	2	2	4	–	–	–	–
1.6	Метод функцій комплексної змінної для плоских усталених течій ідеального нестискаємого газу.	8	2	2	4	–	–	–	–
1.7	Метод малих збурень. Основне рівняння лінійної теорії малих обурень. Застосування методу малих збурень у лінійної теорії плоских течій газу.	8	2	2	4	–	–	–	–
1.8	Метод малих збурень для задач обтікання крила. Лінійна теорія обтікання крила скінченного розмаху.	8	2	2	4	–	–	–	–
1.9	Домашнє завдання №1 (частина 1)	4	–	–	4	–	–	–	–
1.10	Модульна контрольна робота №1	4	2	–	2	–	–	–	–
Усього за модулем №1		72	18	16	38	–	–	–	–
Модуль №2 «Чисельні методи в аеродинаміці»									
2.1	Скінчено-різницевий метод. Способи	12	2	2	8	–	–	–	–




	дискретизації. Типи сіток. Адаптація до межі складної форми.								
2.2	Чисельні методи розв'язання нестационарних двовірних задач аеродинаміки в лагранжевих координатах.	12	2	2	8	–	–	–	–
2.3	Метод «частинок у комірці». Методика «Медуза». Схема Лакса - Вендроффа. Схема Маккормака.	12	2	2	8	–	–	–	–
2.4	Чисельні методи розв'язання багатовимірних задач аеродинаміки. Схема змінних напрямів. Схеми розщеплювання.	12	2	2	8	–	–	–	–
2.5	Маршеві по просторовій координаті алгоритми розв'язання стаціонарних задач газової динаміки. Схема Річардсона. Схема Дюфорта – Франкела. Схема з вагами. Компактні схеми. Схеми в дробових кроках.	12	2	2	8	–	–	–	–
2.6	Особливості задач гіперзвукової аеродинаміки. Інваріанти Рімана. Методи обчислення ударних хвиль.	12	2	2	8	–	–	–	–
2.7	Скінчено-різницеві методи гіперзвукової аеродинаміки. Монотонні схеми. Схема Годунова. Схема Роя. Штучна в'язкість.	14	2	2	10	–	–	–	–
2.8	TVD схеми та схеми високого порядку апроксимації. Схема Ошера. ENO і WENO схеми. Схеми типу Рунге-Кутта з розширеними інтервалами стійкості.	14	2	2	10	–	–	–	–
2.9	Домашнє завдання №1 (частина 2)	4	–	–	4	–	–	–	–
2.10.	Модульна контрольна робота №2	4		2	2	–	–	–	–
Усього за модулем №2		108	16	18	74	–	–	–	–
Усього за 1 семестр		180	34	34	112	–	–	–	–
Усього за навчальною дисципліною		180	34	34	112	–	–	–	–

2.2. Домашнє завдання

Домашнє завдання виконується у першому семестрі (домашнє завдання №1), відповідно до затверджених в установленому порядку методичних рекомендацій, з метою закріплення та поглиблення теоретичних знань та вмінь студентів і є важливим етапом у засвоєнні навчального матеріалу з дисципліни.

Домашнє завдання №1 (частина 1) виконується на основі навчального матеріалу, що є складовою модуля №1 «Аналітичні методи в аеродинаміці» Його основна мета полягає у знаходженні розв'язку задачі обтікання заданого контуру потенціальним потоком газу шляхом побудови конформного відображення області, обмеженої цим контуром, на канонічну область. Домашнє завдання №1 (частина 2) виконується на основі навчального матеріалу, що є

	Система менеджменту якості. Робоча програма навчальної дисципліни «Математичні методи в аеродинаміці»	Шифр документа	СМЯ НАУ РП 09.01.11 – 01 – 2020
		стор. 10 з 12	

складовою модуля №2 «Чисельні методи в аеродинаміці». Його основна мета полягає у закріпленні та поглибленні у студентів знань і вмінь, пов'язаних із використанням чисельних методів в аеродинаміці.

Виконання, оформлення та захист домашнього завдання №1 здійснюється студентом в індивідуальному порядку відповідно до методичних рекомендацій.

Час, потрібний для виконання домашнього завдання №1, – до 8 годин самостійної роботи.

2.3. Перелік питань для підготовки до екзамену

Перелік питань та зміст завдань для підготовки до екзамену розробляються провідним викладачем кафедри відповідно до робочої програми. Перелік теоретичних питань доводиться до відома студентів.

3. НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНІ МАТЕРІАЛИ З ДИСЦИПЛІНИ

3.1. Методи навчання

У процесі навчання використовуються такі методи навчання: пояснювально-ілюстративний, репродуктивний, проблемного викладення матеріалу та дослідницький. Крім того студентам надаються індивідуальні консультації. При чому консультації даються як при зустрічі викладача зі студентом, так і через інтернет.

3.2. Рекомендована література

Базова література

3.2.1. Жук П.Ф. Математичні методи в аеродинаміці / П.Ф. Жук, І.А. Юрчук. – К.: НАУ, 2014. – 304 с.

3.2.2. Жук П.Ф. Математичні методи в аеродинаміці (практикум) / П.Ф. Жук, О.М. Бердник. – К.: НАУ, 2013. – 64 с.

3.2.3. Кудрявцев А.Н. Современные численные методы сверхзвуковой аэродинамики / А.Н. Кудрявцев. – Новосибирск: ИТПМ СО РАН, 2005. – 149 с.

Допоміжна література

3.2.4. Черный Г.Г. Газовая динамика / Г.Г. Черный. – М.: Наука, 1988. – 424 с.


3.2.5. Анучина Н.Н. Теоретические основы и конструирование численных алгоритмов задач математической физики / Н.Н. Анучина, К.И. Бабенко, С. К. Годунов. – М.: Наука, 1979. – 296 с.

3.2.6. Елизарова Т.Г. Математические модели и численные методы в динамике жидкости и газа / Т.Г. Елизарова – М.: Физический факультет МГУ, 2005. – 224 с.

3.3. Інформаційні ресурси в інтернеті

3.3.1. <https://www.nasa.gov/offices/education>

3.3.2. <https://books.google.com.ua>

	Система менеджменту якості. Робоча програма навчальної дисципліни «Математичні методи в аеродинаміці»	Шифр документа	СМЯ НАУ РП 09.01.11 – 01 – 2020
		стор. 11 з 12	

4. РЕЙТИНГОВА СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ НАБУТИХ СТУДЕНТОМ ЗНАНЬ ТА ВМІНЬ

4.1. Оцінювання окремих видів виконаної студентом навчальної роботи здійснюється в балах відповідно до табл. 4.1.

Таблиця 4.1

Вид навчальної роботи	Максимальна кількість балів	Вид навчальної роботи	Максимальна кількість балів
1 семестр			
Модуль №1 «Аналітичні методи в аеродинаміці»		Модуль №2 «Чисельні методи в аеродинаміці»	
Розв'язання задач, відповіді на теоретичні питання тощо під час аудиторної роботи	12	Розв'язання задач, відповіді на теоретичні питання тощо під час аудиторної роботи	12
Виконання та захист домашнього завдання №1 ч.1	6	Виконання та захист домашнього завдання №1 ч.1	6
<i>Для допуску до виконання модульної контрольної роботи №1 студент має набрати не менше</i>	11	<i>Для допуску до виконання модульної контрольної роботи №2 студент має набрати не менше</i>	11
Виконання модульної контрольної роботи №1	12	Виконання модульної контрольної роботи №2	12
Усього за модулем №1	30	Усього за модулем №2	30
Усього за модулями №1 і №2			60
Семестровий екзамен			40
Усього за дисципліною			100

4.2. Виконані види навчальної роботи зараховуються студенту, якщо він отримав за них позитивну рейтингову оцінку.

4.3. Сума рейтингових оцінок, отриманих студентом за окремі види виконаної навчальної роботи, становить поточну модульну рейтингову оцінку, яка заноситься до відомості модульного контролю.

4.4. Сума підсумкової семестрової модульної та екзаменаційної рейтингових оцінок, у балах становить підсумкову семестрову рейтингову оцінку, яка перераховується в оцінки за національною шкалою та шкалою ECTS.

4.5. Підсумкова семестрова рейтингова оцінка в балах, за національною шкалою та шкалою ECTS заноситься до заліково-екзаменаційної відомості, навчальної картки та залікової книжки студента, наприклад, так: **92/Відм./А, 87/Добре/В, 79/Добре/С, 68/Задов./D, 65/Задов./E** тощо.

4.6. Підсумкова рейтингова оцінка з дисципліни дорівнює підсумковій семестровій рейтинговій оцінці. Зазначена підсумкова рейтингова оцінка з дисципліни заноситься до Додатку до диплома.



(Ф 03.02 – 01)

АРКУШ ПОШИРЕННЯ ДОКУМЕНТА

№ прим.	Куди передано (підрозділ)	Дата видачі	П.І.Б. отримувача	Підпис отримувача	Примітки

(Ф 03.02 – 02)

АРКУШ ОЗНАЙОМЛЕННЯ З ДОКУМЕНТОМ

№ пор.	Прізвище ім'я по-батькові	Підпис ознайомленої особи	Дата ознайомлення	Примітки

(Ф 03.02 – 04)

АРКУШ РЕЄСТРАЦІЇ РЕВІЗІЇ

№ пор.	Прізвище ім'я по-батькові	Дата ревізії	Підпис	Висновок щодо адекватності

(Ф 03.02 – 03)

АРКУШ ОБЛІКУ ЗМІН

№ зміни	№ листа (сторінки)				Підпис особи, яка внесла зміну	Дата внесення зміни	Дата введення зміни
	Зміненого	Заміненого	Нового	Анульованого			

(Ф 03.02 – 32)

УЗГОДЖЕННЯ ЗМІН

	Підпис	Ініціали, прізвище	Посада	Дата
Розробник				
Узгоджено				
Узгоджено				
Узгоджено				