ЗАХИСТ ІНФОРМАЦІЇ

УДК 004.621.372

В.А. Хорошко,
доктор технических наук, профессор,
Т.И. Козел,
О.А. Ярошенко

ПОСТРОЕНИЕ ФУНКЦИЙ С ОГРАНИЧЕННЫМ СПЕКТРОМ ДЛЯ СИСТЕМ ЗАЩИТЫ ИНФОРМАЦИИ

Рассмотрен способ построения функций с ограниченным спектром являющихся интерполируемыми полиномами, приближающими произвольные непрерывные функции, которые могут иметь ограниченный или неограниченный спектры.

Получена общая формула, которая в частном случае позволяет использовать равномерные отсчеты. Указанный частный случай при условии равенства частот дискретизации и среза порождает формулу, совпадающую с формулой теоремы Котельникова.

***Ключевые слова**: цифровая обработка сигналов, системы защиты, шаг дискретизации, интерполяционный полином, ограниченный спектр.*

Розглянуто спосіб побудови функцій з обмеженим спектром, які є інтерпольовані поліномами, що наближають довільні безперервні функції, які можуть мати обмежений або необмежений спектри.

Отримана загальна формула, яка в окремому випадку дозволяє використовувати рівномірні відліки. Зазначений окремий випадок за умови рівності частот дискретизації і зрізу породжує формулу, яка збігається з формулою теореми Котельникова.

***Ключові слова:** цифрова обробка сигналів, системи захисту, крок дискретизації, інтерполяційний поліном, обмежений спектр.*

The method of a construction with a limited range of functions that are interpolated by polynomials that approximate arbitrary continuous functions, which may have limited or unlimited ranges is considered.

The common formula that in the special case allows using rhythmic counting is done. The above mentioned special case provides an equal sampling rate and transition, creates a formula that matches the Kotelnikov theorem formula.

***Keywords:** digital signal processing, system protection, step rate, interpolation polynomial, limited range.*

Введение

Главная тенденция развития современного общества тесно связана с ростом информационной составляющей (информационные ресурсы, информационные технологии и т.п.) и, как следствие, информационной безопасности, которая достигается при помощи систем защиты информации − совокупности программно-технических средств защиты, организационных мер и правовых норм, направленных на противодействие различного вида угрозам информации, информационным системам и пользователям.

Перед системой защиты информации, как правило, ставится ряд первостепенных задач, которые достигаются с помощью внедрения методов цифровой обработки информации:

- обеспечение защиты от несанкционированного доступа всех сетевых и автономных персональных компьютеров (ПК);
- обеспечение защиты серверов и прочих ПК от хакерских атак;
- обеспечение защиты личной, секретной и прочей конфиденциальной информации, а также подтверждение подлинности получаемых и посылаемых сообщений;
- обеспечение защиты программного обеспечения от несанкционированного копирования;
- обеспечение защиты от дистанционной кражи информации по техническим каналам (цепи питания, каналы электромагнитного излучения);
- обеспечение защиты от шпионских устройств различного типа.

При этом среди различных применений средств вычислительной техники в системе защиты одно из важнейших мест занимают системы цифровой обработки сигналов (ЦОС).

Кроме того, в системах контроля защищенности систем широко применяются методы ЦОС. Современная цифровая обработка подразделяется по методам представления исследуемой информации.

Так, одни методы представляют и обрабатывают сигналы в дискретной форме, подразумевая тем самым дискретное описание анализируемой системы и электронной обстановки в районе защищенного объекта. Другие описывают систему как непрерывную. В таком случае, исходный непрерывный сигнал интерполируется и далее обрабатывается.

Большинство сигналов являются по своей форме аналоговыми, что часто обозначает непрерывное изменение во времени, и описывающими изменения физических величин. Сигналы, применяемые в ЦОС, обычно получаются из аналоговых сигналов, дискретизованных через равные интервалы времени и преобразованных в цифровой вид, при этом возникает проблема восстановления непрерывного сигнала в реальном времени.

Для того, чтоб эффективно преобразовать сигнал в цифровой вид необходимо построить функцию с ограниченным спектром.

Цель работы

Целью этой работы является построение функций с ограниченным спектром для оптимального и эффективного восстановления информации в системах защиты для контроля защищенности объектов защиты

Основная часть

Одной из основных проблем, возникающих при передаче непрерывных функций с помощью цифровых систем, является проблема восстановления информации на выходе приемного устройства системы.

В случае функции с ограниченным спектром этот вопрос решается при помощи теоремы Котельникова, приводящей к выражению

$$f(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k\Delta t)\frac{\sin\omega_c(t-\Delta t)}{\omega_c(t-\Delta t)}, \qquad (1)$$

где $f(t)$– функция с ограниченным спектром, w_c – частота среза, $\Delta t = \pi/\omega_c$ – шаг дискретизации.

Обобщенным соотношением (1) на случай неравных шагов дискретизации. С этой целью образуем обобщенную функцию:

$$f^*(t)=\Delta tg f(t)\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(t-\frac{k\pi}{\omega_g})=\Delta tg\sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k\Delta t)\delta(t-\frac{k\pi}{\omega_g}), \qquad (2)$$

где $f^*(t)$ – произвольная непрерывная функция; $\delta(t)$ – дельта-функция, $\omega_g = \pi/\Delta tg$.

Найдем спектр функции (2)

$$S^*(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f^*(t)e^{j\omega t}dt=\Delta tg\sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k\Delta t)e^{-jk\pi\frac{\omega}{\omega_g}} \qquad (3)$$

Из формулы (3) следует, что спектр $S^*(\omega)$ является периодической функцией частоты ω с периодом

Образует спектр :

$$S^{**}(\omega)=S^*(\omega)\left[\partial(\omega+\omega_c)-\partial(\omega-\omega_c)\right], \qquad (4)$$

где

$$\partial(\omega+\omega_c)=\begin{cases}1, \omega\geq -\omega_c,\\ 0, \omega< -\omega_c.\end{cases}$$

Очевидно, что спектр $S^{**}(\omega)$ совпадает со спектром $S^*(\omega)$ в полосе частот $-\omega_c\leq\omega\leq\omega_c$ и равен нулю за ее пределами.

Определим $f^{**}(t)$ функцию которое имеет спектр

$$f^{**}(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S^{**}(\omega)e^{j\omega t}d\omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_c}^{\omega_c} S^*(\omega)e^{j\omega t}d\omega. \qquad (5)$$

Подставляя в выражение (5) выражение (3) и осуществляя интегрирование, приходим к равенству:

$$f^{**}(t,\eta)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k\Delta tg)\frac{\sin\eta(\omega_g t-k\pi)}{\omega_g t-k\pi}, \qquad (6)$$

в котором $\eta=\omega_c/\omega_g=\Delta tg/\Delta t$.

В частотном случае $\eta = 1$, выражение (6) порождает формулу (1), вытекающую из теоремы Котельникова. Однако даже в этом случае имеется существенное отличие. Как отмечалось выше, на функцию $f(t)$ при выводе формулы (6) не накладывались ограничения в частотной области. Более того, это функция может вообще не иметь спектра.

Поэтому возникает необходимость рассмотреть, в каком отношении находятся выражения $f(t)$ и $f^{**}(t)$.

С этой целью для случая $\eta = 1$ переформулируем выражение (6) в виде

$$f^{**}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k\Delta t) \frac{\sin \pi (t/\Delta t - k)}{\pi (t/\Delta t - k)} \tag{7}$$

и рассмотрим выражение (7) при $t = j\Delta t$. При $j=k$, $f^{**}(k\Delta t) = f(k\Delta t)$, а при $j \neq k$, $j^{**}(j\Delta t) = 0$.

Вводя обозначение $\varphi_j(k\Delta t) = \dfrac{\sin \pi (j-k)}{\pi (j-k)}$, переформулируем выражение (7) к виду

$$f^{**} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k\Delta t) \varphi_j(k\Delta t). \tag{8}$$

Выражение (8) по форме совпадает с выражением для полинома Лагранжа. Различие заключается лишь в определении функций $\varphi_j(k\Delta t)$. В классическом варианте полинома Лагранжа имеет вид

$$\varphi_j(k\Delta t) = \frac{F_n(k\Delta t)}{F_n'(j\Delta t)(k-j)\Delta t},$$

где $F_n(k\Delta t) = (t - \Delta t)(t - 2\Delta t)...(t - n\Delta t)$.

Таким образом, функция $f^{**}(t)$, имеющая ограниченный спектр, является по отношению к функции $f(t)$ интерполирующей в смысле Лагранжа по особой системе базисных функций, число которых бесконечно, поскольку учитывается бесконечное число отсчетов функции $f(t)$.

Однако в отличии от выражения (1) выражение (6) будет справедливо и для любого конечного числа k, что следует из определения (2). В этом случае интерполяционный полином (7) будет приближать функцию $f(t)$ лишь на конечном временном интервале.

Предположим, что функция $f(t)$ равна нулю всюду за исключением точки $t = k\Delta t$, в которой она равна $f(k\Delta t)$.

В этом случае на основании (6) имеем

$$f^{**}(t, \eta_k) = f(k\Delta t_g) \frac{\sin \eta_k (\omega_{gk} t - k\pi)}{\omega_{gk} t - k\pi}, \tag{9}$$

где $\omega_{gk} = \pi/\Delta t_{gk}$, $\eta_k = \omega_{ck}/\omega_{gk}$, $\omega_{ck} = \pi/\Delta t_{ck}$.

Определим функцию $f^{**}(t,\eta)$ выражением

$$f^{**}(t,\eta) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f^{**}(t,\eta_k)\,. \qquad (10)$$

Поскольку функции $f^{**}(t,\eta_k)$ имеют ограниченные спектры, то и функция $f^{**}(t,\eta)$ будет функцией с ограниченным спектром и частотой среза $\omega_c = \max\{\omega_{ck}\}$.

Объединяя равенства (9) и (10), получим окончательное выражение :

$$f^{**}(t,\eta) = \sum f(k\Delta t_{gk}) \frac{\sin \eta_k(\omega_{gk} t - k\pi)}{\omega_{gk} t - k\pi}, \qquad (11)$$

которое является обобщенным выражением выражения (6) и преобразуется в него при $\Delta t_{gk} = \Delta tg$ и $\Delta t_{ck} = \Delta t$, т.е. когда имеется единственная частота среза.

Выражение (11) также определяет интерполяционный полином, но в отличии от (6) имеет неравномерно расположенные узлы интерполяции, находящихся в точках $t = \Delta t_{gk}$. На каждом k-том шаге можно распределится выбором называемых параметров η_k и Δt_{gk}, повышая точность интерполяции.

Выводы

С точки зрения систем защиты информации, построение функций с ограниченным спектром по непрерывным отсчетам обеспечивает заданную точность оценки защищаемых объектов и позволяет использовать эту возможность для дополнительного кодирования передаваемой информации, а также повысить точность восстановления сигнала в реальном масштабе времени для систем защиты информации.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. *Дудикевич В.Б.* Захист засобів і каналів телефонногозв'язку / В.Б. Дудикевич, В.В. Хома, Л.Т. Пархуць. – Львів : Вид. Львівської політехніки, 2012. – 212с.

2. *Ирвин Дж.* Передача данных в сетях: инженерный подход / Дж. Ирвин, Д. Харль. – СПб : БХВ – Петербург, 2003. – 448с.

3. *Попов А.А.* Основы обработки сигналов в метрических пространствах со свойствами решетки. Часть 1. Математические основы теории информации в приложениях к обработке сигналов / А.А. Попов. – К. : ЦНИИ ВВТ, 2013. – 416с.