УДК 621.317

А.А.Зеленков, канд. техн. наук, профессор

АЛГОРИТМЫ ОЦЕНКИ СООТВЕТСТВИЯ ТОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРИЗЕМЛЕНИЯ ЗАДАННЫМ ТРЕБОВАНИЯМ

Ставится задача определения точностных характеристик в точке касания в летных испытаниях систем автоматического приземления и/или статистического моделирования процессов автоматического приземления и пробега. Предлагается алгоритмы оценки соответствия систем управления заданным требованиям в соответствии с нормативными документами.

Постановка задачи. Обеспечение требуемого уровня безопасности полетов самолетов гражданской авиации в условиях сниженных минимумов посадки определяет постановку проблемы создания эффективных методов оценки соответствия системы управления заданным требованиям, которые должны быть составной частью процесса сертификации системы. Основные требования, которые должны быть удовлетворены, представляют собой статистически определяемые уровни вероятностей опасных и безопасных ситуаций, а также среднеквадратические отклонения основных определяющих параметров движения самолета в наиболее критических режимах полета : заход на посадку, приземление, пробег, уход на второй круг и автоматизированный разбег. Ниже приведены алгоритмы оценки соответствия систем автоматического приземления заданным требованиям в боковом и продольном каналах при автоматическом приземлении и пробеге.

Пути решения задачи. В предположении нормальности распределения отклонений определяющих параметров приземления достаточной статистикой являются оценки математических ожиданий и дисперсий. Тогда оценка соответствия системы управления заданным требованиям по результатам летных испытаний и/или статистического моделирования может быть проведена с помощью статистических гипотез относительно указанных оценок.

Боковой канал. В соответствии с требованиями, предъявляемыми к точности системы управления в точке касания, необходимо оценить ее соответствие на отсутствие смещения приземлений (или на возможность допустимого смещения) и на допустимый разброс боковых отклонений (γ м без учета наземных РТС посадки).

При согласовании уровня значимости критерия α, мощности критерия $\pi = 1 - \beta$ и необходимого объема испытаний требуемые уровни значимости α_m и α_σ, а также значения мощностей π_m и π_σ определяются как

$$\alpha_m = \alpha_\sigma = \frac{\alpha}{2}, \qquad \pi_m = \pi_\sigma = \frac{1+\pi}{2} = 1 - \frac{\beta}{2}.$$

Требуется проверить гипотезу о среднеквадратическом отклонении $H_0 : \sigma < \sigma_0$ против альтернативы $H_1 : \sigma > \sigma_1$, где $\sigma_1 = 4{,}1$м, σ_0- некоторое «приемочное» значение среднеквадратического отклонения, такое, что $\sigma_0 < \sigma_1$.

Очевидно, что при проверке гипотезы H_0 против альтернативы H_1 при $\sigma \to \sigma_1$ с заданными вероятностями ошибок α_σ и β_σ необходимый объем испытаний резко увеличивается. Практически объем летных или других видов испытаний ограничен, следовательно, при проведении эксперимента необходимо выбрать значение σ_0, которое при реальном объеме испытаний обеспечит заданную мощность вывода. Чем меньше разница между σ_0 и σ_1, тем выше мощность критерия и тем больше необходимый объем испытаний.

При заданных σ_1, уровнях ошибок первого рода α и второго рода β значение σ_0 можно определить в зависимости от объема испытаний n в соответствии с выражением

$$\Pr\left\{\chi^2 > \frac{C_{кр}\sigma_0^2}{\sigma_1^2}\right\} = 1-\beta,$$

где $C_{кр} = \chi^2(\alpha, n-1)$ определяется как квантиль $\alpha-$уровня χ^2-распределения с n - 1 степенями свободы. В табл.1 приведены значения σ_0, рассчитанные для уровней значимости $\alpha = \beta = 0{,}005; 0{,}025; 0{,}05$, мощности $\pi = 1-\beta = 0{,}95; 0{,}975; 0{,}995$ и объемах испытаний n = 10(10)100(50), 300, 500, 800, 1000 и 1500.

Таблица 1

Возможные значения среднеквадратического отклонения σ_o точки касания в боковом канале

Объем испытаний	α=β=0,1	α=β=0,5	α=β=0,01	Объем испытаний	α=β=0,1	α=β=0,5	α=β=0,01
10	1,9	1,63	1,2	100	3,24	3,1	2,84
20	2,41	2,17	1,77	150	3,39	3,27	3,04
30	2,66	2,45	2,06	200	3,47	3,37	3,16
40	2,83	2,63	2,26	250	3,54	3,44	3,25
50	2,94	2,76	2,43	300	3,58	3,49	3,32
60	3,03	2,86	2,55	500	3,69	3,62	3,48
7	3,1	2,94	2,64	800	3,78	3,72	3,6
80	3,15	3	2,72	1000	3,81	3,76	3,65
90	3,2	3,05	2,78	1500	3,86	3,82	3,73

Наблюденное значение статистики критерия определяется соотношением

$$C_\sigma = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2},$$

где s^2 - оценка дисперсии боковых отклонений, полученная в эксперименте.

Критическое значение статистики $C_{кр}(\alpha_\sigma, n-1)$ определяется как квантиль χ^2-распределения. Очевидно, что при $C_\sigma \le C_{кр}$ гипотеза H_0 не отвергается, т.е. разброс боковых отклонений в зоне номинальной точки приземления не превышает допустимого значения, оговоренного соответствующими нормативными документами. Условия проверки гипотезы можно изменять, варьируя значениями α_σ, β_σ и объемом испытаний n.

Для проверки гипотезы об отсутствии смещения приземлений в боковом канале $H_0 : m = 0$ против альтернативы $H_1 : |m| > m_1$ сделаем следующие замечания.

В соответствии с инструктивными материалами по сертификации систем автоматической посадки [1] значения возможных альтернатив параметра в явном виде не указаны, однако они могут быть определены следующим образом. При отсутствии смещения (m = 0) и среднеквадратическом отклонении, равном предельному значению $\sigma = 4.1$м, расчетное статистическое распределение однозначно определяет вероятностную меру P, сосредоточенную в допустимой области $D(l, u)$, например $\pm 21{,}3$ м от осевой линии ВПП при ширине полосы 45м.

С появлением смещения приземлений для сохранения неизменной вероятностной меры P в указанной области допустимое значение σ должно быть уменьшено. При этом каждому значению параметра смещения соответствует единственное значение σ, при котором вероятностная мера в области D равна P. Множество значений (m, σ) образует допустимую область $S(m, \sigma)$.

Граница области $S(m, \sigma)$ определяется решением методом последовательных приближений уравнения

$$\Phi\left(\frac{u-m}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{l-m}{\sigma}\right)=P_T=0{,}9_6\,,$$

где

$$\Phi(\bullet)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\bullet} e^{-\frac{t^2}{2}}dt\,.$$

Поскольку смещение симметрично относительно осевой линии ВПП, построение области S можно выполнить для одной, например, правой полуплоскости (рис.1.)

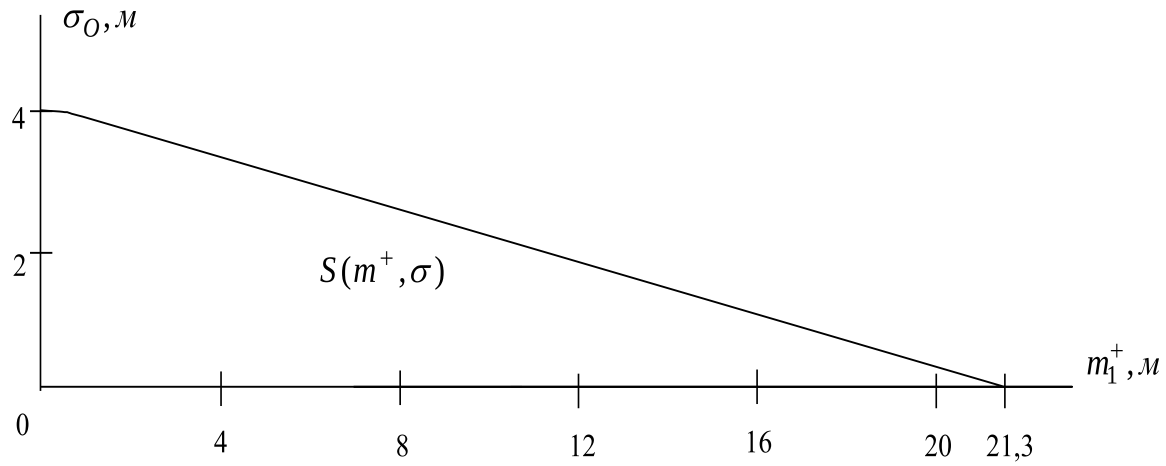

Рис. 1. Допустимая область параметров распределения бокового отклонения в точке касания

Необходимое значение статистики критерия определяется соотношением

$$C_m=\left|\frac{m^*-0}{\sigma_0}\sqrt{n}\right|.$$

Критическое значение статистики $C_{кр}(\alpha_m)$ определяется как квантиль уровня $\frac{1-\alpha_m}{2}$ нормированного нормального распределения. При $C_m \le C_{кр}$ гипотеза H_0 не отвергается на уровне значимости α_m. При $C_m > C_{кр}$ делается вывод о наличии смещения приземлений.

Для определения мощности критерия $\pi_m^/$ необходимо по значению σ_0 из графика допустимой области $S(m, \sigma)$ (рис.1) определить альтернативное значение m_1. Тогда мощность критерия определяется соотношением [2]

$$\pi_m^/=1-\left[\Phi(u_{кр}-\delta)+\Phi(u_{кр}+\delta)\right],$$

где

$$\delta = \frac{m_1 - 0}{\sigma_0}\sqrt{n}\,, \qquad \Phi(\bullet) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{\bullet} e^{-\frac{t^2}{2}}dt\,.$$

Если $\pi_m^{/} < \pi_m$, то необходимо увеличить объем испытаний или уменьшить заданную мощность вывода.

При наличии систематического смещения приземлений (при условии, что $\sigma \le \sigma_0$) необходимо определить критическое значение $m_{кр}$ для проверки гипотезы о допустимости значения смещения. Критическое значение может быть определено из уравнения

$$\Phi\left(\frac{m_{кр} - m_1}{\sigma_0}\sqrt{n}\right) - \Phi\left(\frac{-m_{кр} - m_1}{\sigma_0}\sqrt{n}\right) = 1 - \pi_m = \beta_m\,.$$

При $\left|m^*\right| < m_{кр}$ на уровне значимости α_m с заданной мощностью π_m делается вывод, что смещение приземлений находится в допустимых пределах.

При заданных α_m и β_m допустимая величина смещения $m_{доп}$ определяется из уравнения

$$\Phi\left(\frac{m_{кр} - m_{доп}}{\sigma_0}\sqrt{n}\right) - \Phi\left(\frac{-m_{кр} - m_{доп}}{\sigma_0}\sqrt{n}\right) = 1 - \alpha_m\,.$$

Необходимо отметить, что оценке точности в линейных единицах в точке касания необходимо учитывать (при косвенных измерениях [3]) возможный разброс положения курсовой линии относительно оси ВПП.

Продольный канал. Оценка соответствия системы управления заданным требованиям в продольном канале проводится аналогично. «Приемочное» значение σ_{0L} выбирается в зависимости от объема испытаний и уровня ошибок α и β (табл.2). Необходимо отметить, что предельное значение $\sigma_{0L} = 84$м соответствует тому, что вероятностная мера распределения продольных отклонений в допустимой области *D*[60, 870]м (при m = 450м), заданными нормативными документами, в точности равна требуемому значению $P_T = 0{,}9_5 8$, если закон распределения нормальный.

Таблица 2

Возможные значения среднеквадратического отклонения σ_{0L} точки касания в боковом канале

Объем испытаний	α=β=0,1	α=β=0,5	α=β=0,01	Объем испытаний	α=β=0,1	α=β=0,5	α=β=0,01
10	37,2	31,6	22,8	100	66,4	63,5	58,1
20	48,7	43,7	35,4	150	69,4	66,9	62,3
30	54,2	49,8	42,1	200	71,2	69	64,9
40	57,6	53,6	46,4	250	72,5	70,5	66,7
50	59,5	55,8	49,2	300	73,4	71,6	68
60	61,9	58,4	52	500	75,7	74,2	71,4
70	63,4	60	53,9	800	77,4	76,2	73,8
80	64,6	61,4	55,6	1000	78	76,9	74,8
90	65,6	62,5	56,9	1500	79,1	78,2	76,5

Альтернативное значение математического ожидания распределения продольных отклонений в точке касания m_{1L} может быть определено по значению σ_{0L} из графика допустимой области $S_L(m_L, \sigma_L)$ (рис.2).

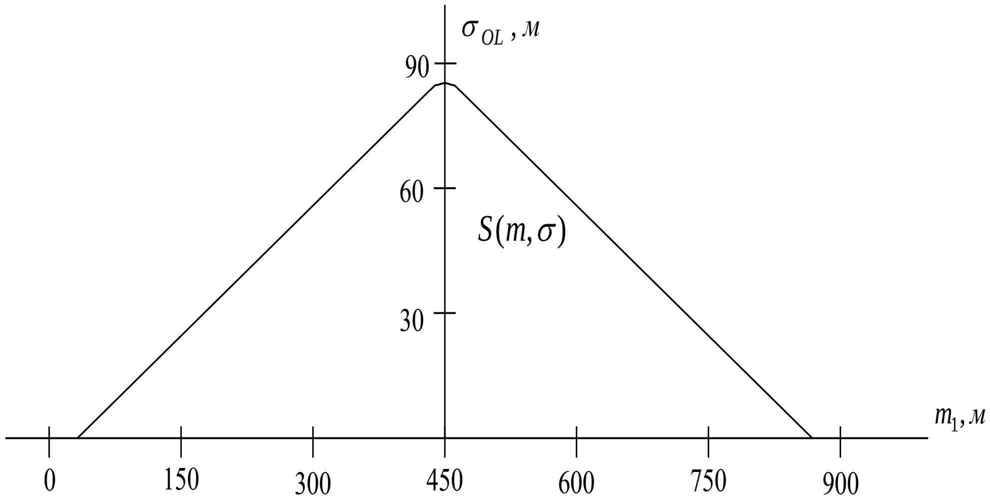

Рис. 2. Допустимая область параметров распределения продольного отклонения в точке касания

Если для определяющих параметров нормативными документами задается вероятностная мера на допустимую область их отклонений (например, углы крена и тангажа в точке касания), то методика оценки соответствия может быть построена следующим образом.

По заданной вероятностной мере P_T может быть определена допустимая область S в пространстве параметров (m, σ^2) такая, что

$$\Omega \subset S \to P\{D\} \geq P_T ,$$

где Ω - доверительная область на параметры (m, σ^2), построенная по экспериментальным данным [4] (рис.3). Тогда задача проверки статистической гипотезы $H_0 : P \geq P_T$ против альтернативы $H_1 : P < P_T$ сводится к проверке гипотезы $H_0 : (m, \sigma^2) \in S$ против альтернативы $H_1 : (m, \sigma^2) \notin S$ при заданных вероятностях ошибок α и β. Такая постановка задачи приводит к проверке простой многопараметрической гипотезы, т.е. к проверке гипотез о компонентах $\theta(m, \sigma^2)$ в присутствии мешающих параметров [4].

Зона приземления. Можно использовать непараметрическую оценку зоны приземления с использованием экстремальных значений (порядковых статистик) определяющих параметров, полученных в результате летных испытаний и/или статистического моделирования процессов автоматического приземления [5].

Вероятностная мера P генеральной совокупности с неизвестной функцией распределения в области, ограниченной экстремальными значениями (рис.3), может быть определена с доверительной вероятностью γ из соотношения

$$1 - I_p(n-3,\ 4) = \gamma ,$$

где $I_p(\bullet)$ – неполная B – функция [6]. В табл.3 приведены результаты расчета вероятности P в зависимости от объема испытаний для различных значений коэффициента доверия γ .

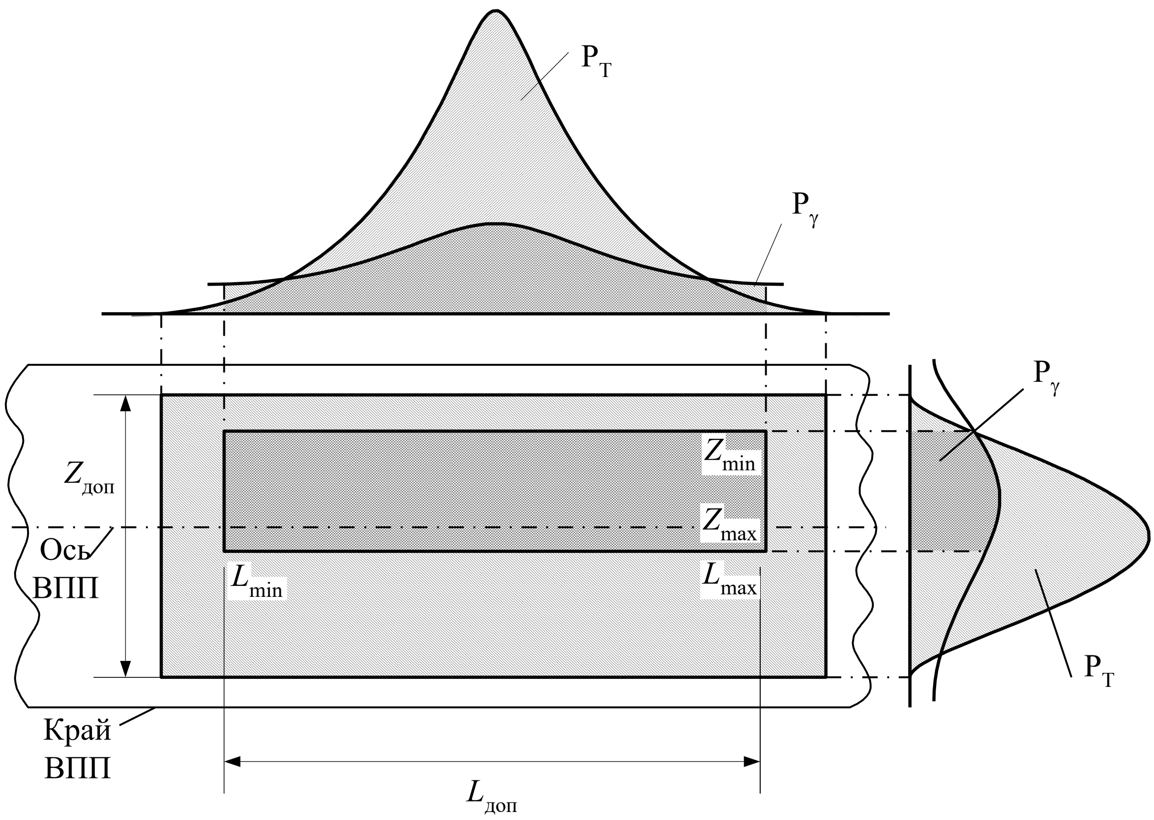

Рис. 3. Оценка области приземления по экстремальным значениям

Таблица 3

Значения вероятностной меры P_γ

Объем испытаний	γ = 0,9	γ = 0,95	γ = 0,99
10	0,4487	0,934	0,2995
20	0,6961	0,6568	0,581
50	0,8713	0,8524	0,813
100	0,9344	0,9244	0,9036
200	0,9669	0,9617	0,95097
500	0,9867	0,9845	0,98018
1000	0,9934	0,9923	0,99006
10000	0,9993	0,9992	0,999

Нестационарность процесса изменения вертикальной скорости приводит к тому, что определение оценок средних и дисперсий необходимо проводить с помощью оператора усреднения по множеству реализаций в точке касания. Результаты статистического моделирования автоматической посадки [7] показывают, что этот параметр имеет распределение близкое к логарифмически-нормальному (рис.4), функция распределения которого имеет вид

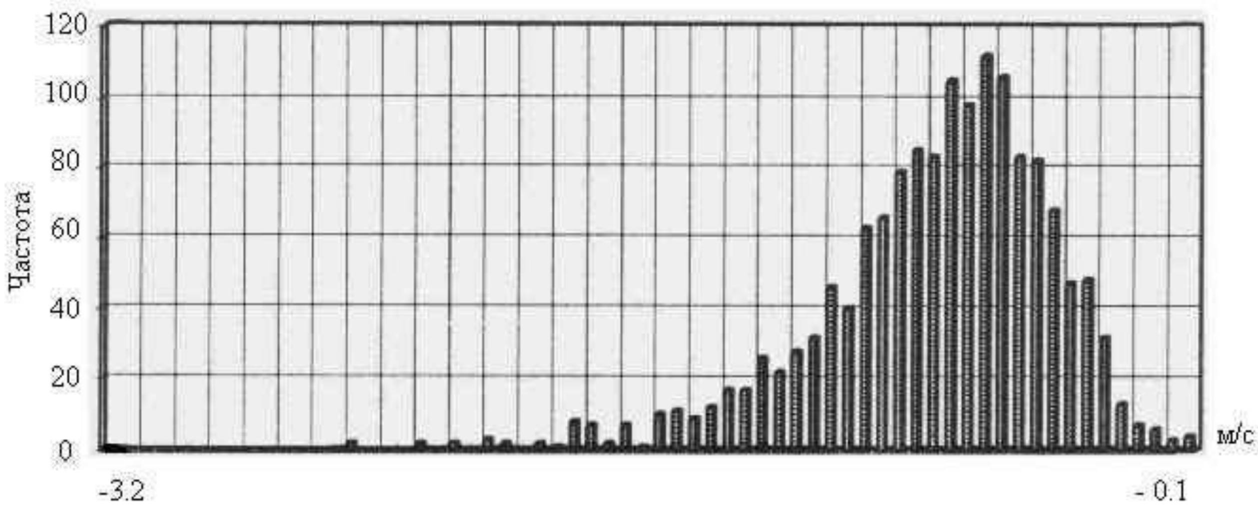

Рис. 4. Гистограмма вертикальной скорости в точке касания
по результатам моделирования (Boeing 767)

$$F(V) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{\frac{\ln V - a}{\tau}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \,,$$

где a, τ - параметры соответственно положения и масштаба.

Если принять, что $Y = \ln V_y$, то случайная величина Y распределена по нормальному закону. Для совокупности независимых одинаково распределенных случайных величин $\{V_y\}$, имеющих логарифмически-нормальное распределение, достаточными статистиками являются

$$\overline{Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \ln V_{yi} \,, \qquad s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} \left(\ln Y_{yi} - \overline{Y}\right)^2$$

как оценки среднего и дисперсии величины Y.

Известно, что первый и второй моменты логарифмически-нормального распределения определятся как

$$m_1 = \exp\left\{a + \frac{\sigma^2}{2}\right\}, \qquad m_2 = \exp\left(2a + \sigma^2\right)\left\{\exp(\sigma^2) - 1\right\}.$$

Тогда приближенно несмещенными оценками для $M[V_y]$ и $D[V_y]$ являются

$$M\left[V_y\right] = \exp\left\{\overline{Y} + \frac{1}{2}s^2\right\},$$

$$D\left[V_y\right] = \exp\left(2\overline{Y} + s^2\right)\left\{\exp\left(s^2\right) - 1\right\}.$$

Так как случайная величина Y распределена нормально, то для оценки точностных характеристик можно использовать процедуру толерантного оценивания. В требованиях, как правило, указывается, что вероятность приземления с максимально допустимой на конструкцию самолета скоростью снижения $V_{y\partial\partial o}$ не должна превышать величину $Q_T = 10^{-8}$. Такая постановка соответствует задаче одностороннего толерантного оценивания и в данном случае задаче определения верхнего толерантного предела [4]

$$u = \overline{Y} + k_u s \,,$$

при этом

$$\Pr\left\{\Phi\left(\frac{\overline{Y}+k_u s-m}{\sigma}\right)>P_T\right\}=\gamma,$$

где k_u - толерантный множитель, для расчета которого можно использовать соотношение [ ]:

$$k_u=\sqrt{\frac{n-1}{\chi(100\gamma,n-1)}}\Psi\left(\frac{1+P_T}{2}\right)\left\{1+\frac{1}{2n}-\frac{2\left[\Psi\left(\frac{1+P_T}{2}\right)^2-3\right]}{24n^2}\right\},$$

где $\chi(\bullet)-$квантиль χ^2-распределения.

Вероятность не превышения допустимого значения $V_{у\partial\partial o}$ можно получить из

$$P=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{k_u}e^{-\frac{t^2}{2}}dt.$$

Пробег. При автоматическом пробеге после касания процесс стабилизации осуществляется в боковом канале. Таким образом, имеет место задача стабилизации процесса бокового отклонения от оси ВПП на конечном интервале определенной длительности. В [8] предлагается оценка вероятности нахождения случайного процесса в допустимой области (допустимая «трубка» отклонений в процессе стабилизации с границами $[u,\ l]$) с заданной вероятностью γ с использованием экстремальных значение определяющего параметра. Зная функцию $F(z)$ и плотность $f(z)$ распределения определяющего параметра можно определить функции распределения максимальных и минимальных значений параметра :

$$F_{\max}(z)=\Pr\{Z_{\max}\le z\}=\Pr\{\text{все } z_i \text{ превосходят } z\}=F^n(z),$$

$$F_{\min}(z)=\Pr\{Z_{\min}\le z\}=1-\Pr\{Z_{\min}>z\}=1-\Pr\{\text{все } z_i>z\}=1-[1-F(z)]^n\ .$$

Зная функции распределения легко определить верхнюю и нижнюю границы вероятности нахождения случайного процесса в допустимой области. Тогда очевидно, что если $\underline{P}>P_T$, то система управления удовлетворяет заданным требованиям.

Заключение. Предложено алгоритмическое обеспечение процесса сертификации систем автоматического приземления по результатам различного вида испытаний на основе дальнейшего развития прикладных задач параметрического и непараметрического оценивания. На основе рассмотренных алгоритмов может быть создана методология оценки соответствия систем управления заданным требованиям для использования в базе данных информационной поддержки испытаний и эксплуатации.

/Список литературы/

1. Проект инструктивных материалов по сертификации систем автоматической посадки А3/36-7В/195, ICAO, 1979.

2. *Гмурман В.Е.* Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высшая школа, 1977. – 480 с.

3. *Зеленков О.А., Масловський Б.Г.* Методика розрахунків визначальних параметрів непрямого вимірювання для системи діагностики технічного стану систем посадки літаків //Вісник НАУ №3(14), 2002, с.104-113.

4. *Синицын Б.С., Белогородский С.Л., Зеленков А.А., Мирошниченко О.Г.* Применение методов математической статистики для анализа точности бортовых систем автоматизированного управления // Измерения, контроль и автоматизация (ИКА), 1981, №3(37), с.43-53.

5. *Зеленков А.А*. Непараметрическая оценка точностных характеристик системы управления автоматической посадкой самолета в процессе моделирования и летных испытаний//Дніпропетровськ, Зб.наукових праць "Актуальні проблеми автоматизації та інформаційних технологій", Т.2, 2000, с.66-72.

6. *Большев Л.Н., Смирнов Н.В.* Таблицы математической статистики. М.: Наука, 1983, 416 с.

7. *A Shakarian.* Application of Monte-Carlo Techniques to the 757/767 Autoland Dispersion Analysis by Simulation// AIAA Guidance and Control Conference. A Collection of Technical Papers, New York, USA, 1983, pp 181-194.

8. *Зеленков А.А.* Алгоритмы оценки точностных характеристик автоматического взлета и посадки на участках стабилизации//НАУ, Зб.наукових праць "Проблеми підвищення ефективності інфраструктури", Вип.8, 2002, с.