

УДК 625.717:539.3:69.001.5

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗГИБА ЖЕСТКИХ АЭРОДРОМНЫХ ПОКРЫТИЙ

Приведены результаты теоретических исследований напряженно-деформированного состояния (НДС) двухслойных аэродромных покрытий жесткого типа. Применительно к задаче изгиба тонких плит на упругом основании, к классу которых относятся аэродромные покрытия жесткого типа, установлено завышение численными моделями НДС распределительной способности плит при передаче нагрузки на основание. Результаты расчетов сопоставлены с величинами, которые регламентируются нормами проектирования.

Results of theoretical studies is intense-deformed conditions (IDC) of two-layer air field coatings of a rigid type are resulted. With reference to a problem of a bending down of thin slabs on the elastic base which class air field coatings of a rigid type concern, overestimate by numerical models of the VAT of distributive ability of slabs is established at a load transmission on the base. Results of calculations are compared with sizes which are regulated by size standards of designing.

Ключевые слова: аэродромы, покрытия жесткого типа, напряженно-деформированное состояние, численное моделирование, распределительная способность.

Требуемый уровень надежности аэродромных покрытий достигается в результате комплексного применения аналитических, численных и экспериментальных методов, позволяющих достоверно оценивать проектируемую конструкцию в различных условиях эксплуатации.

Многослойные аэродромные покрытия требуют оценки напряженно-деформированного состояния (НДС) с привлечением различных теоретических моделей слоистых конструкций из разнородных по прочности материалов. В целом, такие методики базируются на теории расчета плит, лежащих на упругом основании.

Методики проведения экспериментальных исследований и оперативных оценок эксплуатационной пригодности аэродромных покрытий предусматривают определение величин вертикальных перемещений точек верхней поверхности нагружаемых конструкций. Далее эти величины рассматриваются как интегральные характеристики НДС покрытия.

К сожалению, довольно часто численный анализ НДС покрытий осуществляется без учета распределительной способности нагружаемых плит и количественной оценки характеристик зоны передачи нагрузки на основание.

Оценивается качественная картина деформирования поверхности, строятся эпюры прогибов, изгибающих моментов и перерезывающих сил, анализируются максимальные значения параметров НДС, но, вследствие малости значений последних вне зоны приложения нагрузки, из рассмотрения исключаются линейные размеры зоны передачи нагрузки на основание. Хотя данный параметр – условный диаметр круга передачи нагрузки от плиты покрытия на



Г.Н. Агеева

ученый секретарь,
начальник отдела технической
политики и информатики
Государственного
научно-исследовательского
и проектно-испытательского института
«НИИпроектреконструкция», к.т.н.

основание жестких и нежестких покрытий D_r – является нормируемой величиной и используется для оценки напряжений в основании покрытий [1, 2].

В результате развития вариационных методов решения задач теории упругости разработаны универсальные модели слоистых систем, построенные в рамках классической и уточненной теорий с привлечением более общих гипотез НДС неоднородных объектов и сводящих трехмерную задачу к двумерной. Область применения гипотез – для каждого отдельного слоя или для всего пакета слоев в целом – определяет характер структурных теорий, которые успешно реализуются на ПЭВМ с помощью численных методов. Одним из них является метод конечных элементов (МКЭ), на базе которого созданы программные комплексы, широко применяемые в практике проектирования [3, 4].

Оценке эффективности применения МКЭ и использования соответствующих программных комплексов для расчета аэродромных покрытий посвящены исследования В.Г. Пискунова [4, 5], В.К. Присяжнюка, В.Е. Вериженко [5], А.С. Городецкого [3, 6], А.О. Рассказова, А.И. Лантух-Лященко, В.И. Заворицкого [6], В.А. Кульчицкого, В.А. Макагонова [7], О.В. Крюковой [8] и др.

Отмечается эффективность применения численных методов для учета температурных особенностей работы покрытия [7].

В работах [9, 10] установлены границы целесообразности применения расчетных моделей НДС для двухслойных покрытий с верхним слоем пониженной жесткости.

Обоснованность выбора численной модели для оценки НДС плит жестких покрытий подтверждена данными экспериментальных исследований натурных объектов [5, 10, 11].

Результаты теоретических и экспериментальных исследований положены в основу рекомендаций по совершенствованию существующей методики расчета путем введения поправочных (или уточняющих) коэффициентов, учитывающих: введение в эксплуатацию новых типов воздушных судов со сверхнормативными нагрузками [12], соотношение размеров и жесткости слоев [9], зону приложения нагрузки [5, 9, 10, 11], наличие стыковых соединений [7, 9, 13] и др.

При проектировании аэродромных сооружений к грунтовым основаниям, воспринимающим распределенные через многослойную толщину аэродромной одежды нагрузки, предъявляется ряд требований, основным из которых является обеспечение прочности и устойчивости конструкции.

Для анализа влияния жесткости основания на НДС покрытия используют величины упругой характеристики плиты l , контактного давления основания p_k и линейные характеристики чаши прогибов – зоны передачи нагрузки на основание (прогибы поверхности плиты w , условный диаметр круга передачи нагрузки от покрытия на основание D_r).

Величины последних являются ключевыми результатами экспериментальных исследований аэродромных покрытий. Их численные значения рассматриваются как интегральная характеристика эксплуатационной пригодности конструкции в целом. Дифференциация величин прогибов w с использованием различных моделей НДС позволяет перейти к оценке расчетных параметров – изгибающих моментов в расчетных сечениях.

Жесткость основания покрытия, описываемая коэффициентом постели k_s , МН/м^3 (расчетный нормативный случай), оказывает существенное влияние на эксплуатационную пригод-

ность аэродромного сооружения в целом. Оценим степень этого влияния с помощью численных моделей НДС, построенных в рамках классической теории изгиба плит на упругом основании и неклассической уточненной теории [3, 4, 6].

Цель – построение численных моделей НДС покрытий жесткого типа, анализ их распределительной способности при передаче нагрузки на основание и сопоставление результатов с величинами, которые регламентируются нормами проектирования.

В качестве основного объекта исследования рассмотрим свободно лежащую двухслойную конструкцию бетонной плиты, каждый из слоев которой имеет постоянные физико-механические характеристики и ограничен двумя параллельными плоскостями. На контакте бетонных слоев отсутствует разделительная прослойка и обеспечено жесткое сцепление. При назначении суммарной толщины плиты ограничимся тонкими конструкциями, для которых отношение характерного линейного размера (7,5 м) и общей толщины t_{tot} превышает 10 [3, 4, 14].

Оценим особенности НДС плиты постоянной толщины с переменным соотношением размеров верхнего слоя t_{sup} к общей толщине $t_{tot} = 0,5$ м, описываемым параметром $\alpha = t_{sup}/t_{tot}$ [0; 1]. Крайние значения исследуемого диапазона будут соответствовать однослойным конструкциям с модулями упругости материала нижнего ($E_{inf} = 1,3 \cdot 10^4$ МПа) и верхнего ($E_{sup} = 2,6 \cdot 10^4$ МПа) слоев.

Физико-механические характеристики упругого основания описываются коэффициентом постели $k_s = 50 \text{ МН/м}^3$ (модель Винклера). Категория прочности основания – «низкая», код «С» [2].

Вертикальная нагрузка интенсивностью $q = 200 \text{ КН/м}^2$ приложена в центре плиты и соответствует VI (минимальной) категории нормативной нагрузки $F_d = 50 \text{ КН}$ [1].

Расчетные сечения двухслойных конструкций с жестким сцеплением слоев оцениваются величинами суммарной жесткости B_{tot} и жесткостей составляющих слоев B_{inf} и B_{sup} , значение которых зависит от положения центра тяжести составного сечения, определяемого координатой X_{3c} .

Максимальные значения жесткости сечений соответствуют однородным плитам – $138,13$ ($\alpha = 0$) и $276,26 \text{ МПа м}^4/\text{м}$ ($\alpha = 1$).

В диапазоне $\alpha = 0,2 \dots 0,6$ расчетные величины жесткости сечений отдельных слоев и конструкции в целом имеют сопоставимые значения, следствием чего является незначительная (до 1,89 %) разница соответствующих величин упругой характеристики плиты l (рис. 1). Максимальные значения $l = 1,29$ и $1,53$ м – принадлежат однородным сечениям ($\alpha = 0$ и $\alpha = 1$) и превышают значение $l = 1,0$ м, используемое для определения максимального значения контактного давления на поверхности грунтового основания при расчете жестких монолитных покрытий по методике СНиП 2.05.08-85.

Внешнее силовое воздействие сопровождается прогибами поверхности плиты с образованием чаши прогибов, которая в случае центрального приложения нагрузки имеет симметричное очертание, оценивается величинами вертикальных перемещений одного знака и диаметра. Последний, исходя из предположения о постоянстве прогибов по толщине плиты, соответствует условному диаметру передачи нагрузки на основание D_r и отражает распределительную способность конструкции.

Максимальное значение контактного давления на поверхности грунтового основания при заданной нагрузке [1]:

$$p_k = 0,12 \frac{F_d k_p}{l^2} = 0,12 \frac{50 \cdot 0,5}{1,0^2} = 3,0 \text{ КН/м}^2, \quad (1)$$

где $k_p = 0,5$ – коэффициент, учитывающий геометрию одноколесной нагрузки; l – упругая характеристика плиты (для жестких монолитных покрытий $l = 1,0$ м).

Соответствующее ему расчетное значение условного диаметра передачи нагрузки на основание при использовании зависимости, приведенной в нормах проектирования:

$$D_r = 1,13 \sqrt{\frac{F_d}{p_k}} = 1,13 \sqrt{\frac{50}{3}} = 4,61 \text{ м}. \quad (2)$$

Для плит жестких покрытий, упругая характеристика которых $l > 1,0$, формула (2) может быть представлена в виде:

$$D_r = 1,13 \sqrt{\frac{F_d}{p_k}} = 1,13 \sqrt{\frac{F_d l^2}{0,12 F_d k_p}} \quad (3)$$

$$= 1,13 \sqrt{\frac{l^2}{0,12 \cdot 0,5}} = 1,13 l \sqrt{\frac{1}{0,06}} = 4,61 l \text{ м},$$

что свидетельствует о линейном характере зависимости $D_r = f(l)$.

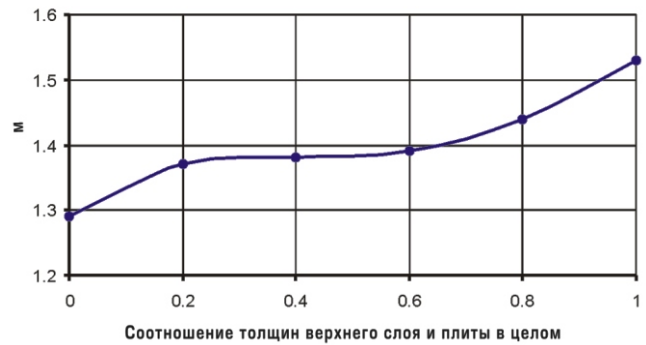


Рис. 1. Изменение упругой характеристики плиты $l=f(\alpha)$

Для определения величины максимального прогиба поверхности плиты, лежащей на основании Винклера, при $l = 1,0$ м используем аналитическую зависимость [14]

$$w_{\max} = \frac{F_d}{8 l^2 k_s} = \frac{50}{8 \cdot 1,0^2 \cdot 50 \cdot 10^3} = 12,5 \cdot 10^{-5} \text{ м}. \quad (4)$$

Рассматриваемые сечения плит покрытия при $l > 1,0$ м оцениваются следующими величинами (табл. 1).

Таблица 1

Результаты аналитических исследований

Параметр	Упругая характеристика плиты l , м	Максимальное контактное давление p_k , КН/м ²	Условный диаметр D_r , м	Прогиб поверхности w_{\max} , м 10^5
0,0	1,29	1,80	5,95	7,51
0,2	1,37	1,60	6,32	6,62
0,4	1,38	1,58	6,36	6,47
0,6	1,39	1,55	6,42	6,43
0,8	1,44	1,45	6,64	6,03
1,0	1,53	1,28	7,06	5,34

Расчетные значения p_k и w для всех конструкций исследуемого диапазона не превышают максимально допустимых нормами значений – 3,0 КН/м² и $12,50 \cdot 10^{-5}$ м соответственно.

Расчетные значения D_r в 1,29–1,53 раза превышают значение, определенное по формуле (2), но не превышают линейных размеров плиты в плане – 7,5 м, т.е. зона передачи нагрузки на основание располагается в пределах нагружаемой плиты.

Оценим распределительную способность плиты на основе численных моделей, наиболее часто применяемых для исследования НДС плит аэродромных покрытий [3–7].

Для расчета плитных конструкций, отличительной особенностью которых является превышение двух линейных размеров над третьим, наиболее часто применяются двумерные конечные элементы (КЭ), описывающие НДС через деформации поверхности приведения и заданные законы распределения деформаций по толщине. В рамках классической теории изгиба для расчета прямоугольных плит естественным является выбор прямоугольных двумерных КЭ – элементов Клафа, в качестве аппроксимирующей функции перемещений срединной поверхности которых применяется неполный полином четвертого порядка. Это обеспечивает выполнение условий непрерывности для вертикального перемещения w и его производных во всех узловых точках КЭ.

Сдвиговая модель, построенная в рамках неклассической уточненной теории [4], учитывает искривление нормали путем введения функций поперечного сдвига. Влияние последнего на перемещение срединной поверхности описывается сдвиговым аналогом прогиба \bar{w} . Закон аппроксимации перемещений w и \bar{w} по области сдвиговых КЭ аналогичен используемому в элементах Клафа, а компоненты НДС определяются с учетом нелинейных функций распределения перемещений и деформаций поперечного сдвига по толщине пакета из n слоев [3, 4].

Сравним данные аналитического (4) и численных решений для максимального прогиба w_{\max} в центре плиты под нагрузкой F_d (рис. 2).

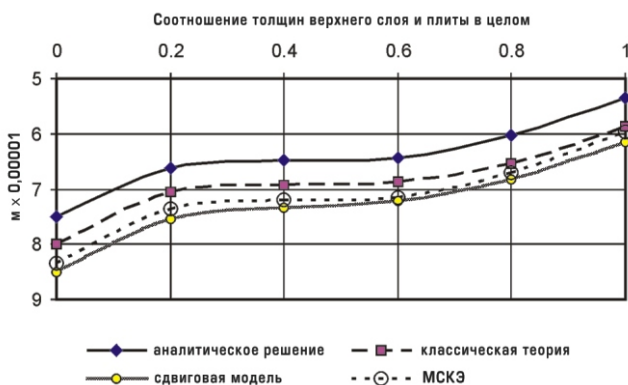


Рис. 2. Изменение величин максимальных прогибов

Анализ результатов свидетельствует о том, что разница в значениях аналитических и численных решений составляет 6,4–14,9 %. Нижний предел, а также меньшие значения указанного диапазона (до 9,7 %) соответствуют классической модели изгибаемой плиты. Это объясняется тем, что при построении аналитического решения использованы допущения о двумерном характере работы плиты и обобщенные характеристики неоднородных сечений, искусственно снижающие их податливость.

При этом следует отметить, что результаты трехмерного решения, полученного с использованием моментной схемы конечных элементов – МСКЭ [9], для всех значений превышают соответствующие аналитические решения на 11,1–11,2 %.

Разница в результатах трехмерного и двумерных численных решений составляет 1,7–4,4 и 0,8–3,0 % для классической и сдвиговой моделей соответственно.

Для всех значений исследуемого диапазона (за исключением $\alpha = 1,0$) сдвиговая модель дает результаты, более близкие к трехмерному решению, полученному с использованием МСКЭ. Следовательно, сдвиговая модель более точно, по сравнению с классической теорией изгиба, описывает деформации неоднородных по толщине плит в зоне приложения нагрузки.

Удовлетворительная сходимость численных и аналитических решений наблюдается и при оценке напряженного состояния плит в зоне приложения нагрузки.

Результаты численного моделирования изгиба плит представлены в табл. 2.

С увеличением жесткости расчетных сечений максимальные значения прогибов и реактивного давления снижаются, но возрастают линейные размеры зоны вертикальных перемещений одного знака, описываемой диаметром D_r .

В численных моделях отмечается завышение, по сравнению с данными табл. 1, распределительной способности исследуемых конструкций. Диаметр D_r при $\alpha = 0,0$ составляет 7,41–7,43 м, при $\alpha = 0,6$ соответствует размерам плиты (7,5 м), а при $\alpha > 0,6$ – не ограничивается её размерами.

Расчетные величины максимального прогиба поверхности плиты, полученные на основе сдвиговой модели, несколько превышают величины аналогичных параметров классической модели вследствие меньшей податливости последней (см. рис. 2).

Таблица 2

Результаты численного моделирования

Параметр	Вид численного решения					
	Классическая теория			Сдвиговая модель		
	прогиб w_{max} , м 10^5	диаметр D_r , м	контактное давление p_k , КН/м ²	прогиб w_{max} , м 10^5	диаметр D_r , м	контактное давление p_k , КН/м ²
0,0	7,99	7,41	3,99	8,51	7,43	4,25
0,2	7,05	7,44	3,53	7,55	7,45	3,78
0,4	6,92	7,48	3,46	7,34	7,49	3,67
0,6	6,87	7,50	3,43	7,21	7,50	3,60
0,8	6,53	>7,50	3,26	6,82	>7,50	3,41
1,0	5,86	>7,50	2,93	6,14	>7,50	3,07

Примечание. D_r – линейные размеры зоны вертикальных перемещений поверхности плиты одного знака (по аналогии с условным диаметром зоны передачи нагрузки на основание D_r).

Таблица 3

Характеристики зоны передачи нагрузки на основание

Расчетные параметры	Толщина верхнего слоя покрытия $t_{sup} = 0,12$ м ($E_{sup} = 2,6 \cdot 10^4$ МПа)					
	Толщина нижнего слоя покрытия t_{inf} , м ($E_{inf} = 1,3 \cdot 10^4$ МПа)					
	0,16		0,30		0,40	
	Вид численного решения * *					
	классич. теория	сдвиговая модель	классич. теория	сдвиговая модель	классич. теория	сдвиговая модель
Диаметр D_r , м	$\frac{5,98}{4,50}$	$\frac{6,02}{4,63}$	$\frac{6,96}{5,98}$	$\frac{6,97}{6,05}$	$\frac{7,50}{6,42}$	$\frac{7,50}{6,50}$
Прогиб w_{max} , м 10^5	$\frac{17,74}{8,47}$	$\frac{18,52}{9,06}$	$\frac{9,62}{4,72}$	$\frac{10,30}{5,05}$	$\frac{7,14}{3,30}$	$\frac{7,74}{3,80}$
Контактное давление p_k , КН/м ²	$\frac{8,87}{16,94}$	$\frac{9,26}{18,12}$	$\frac{4,81}{9,00}$	$\frac{5,15}{10,10}$	$\frac{3,57}{6,60}$	$\frac{3,87}{7,60}$

Примечание. * * – форма записи результатов в виде дроби, числитель которой соответствует основанию с $k_s = 50$ МН/м³, знаменатель – основанию с $k_s = 200$ МН/м³, принята для всех последующих таблиц.

В общем случае учет сдвиговых деформаций приводит к увеличению давления конструкции на основание, что является причиной развития дополнительных осадок основания, не учитываемых классической теорией изгибаемых плит.

Целесообразность применения сдвиговой модели при изменении категории прочности основания рассмотрим на примере центрально загруженной двухслойной плиты с жестким сцеплением слоев при трех фиксированных размерах нижнего слоя t_{inf} (0,16; 0,30; 0,40 м) и двух значениях коэффициента постели основания

$k_s = 50$ и 200 МН/м³ (табл. 3). Основание с $k_s = 200$ МН/м³ относится к категории прочности «высокая», код «А» [2].

При увеличении жесткости основания в 4 раза величины максимальных прогибов снижаются, а контактного давления – увеличиваются в 2,04–2,16 раза (при использовании классической модели) и в 2,04 раза (при учете сдвиговых деформаций).

Использование классической теории для описания НДС приводит к недооценке деформационных характеристик плит на упругом основании, т.к. относительное превышение расчетных

величин w_{\max} сдвиговой модели (дополнительная осадка поверхности грунта) составляет 4,4–8,4 % (для $k_s = 50 \text{ МН/м}^3$) и 7,0–15,2 % ($k_s = 200 \text{ МН/м}^3$).

С увеличением размеров конструктивных слоев по толщине, а, следовательно, и жесткости расчетных сечений в целом, наряду с расширением зоны передачи нагрузки на основание наблюдается сокращение разницы в значениях D_r используемых численных моделей, что объясняется снижением влияния сдвиговых деформаций на величины прогибов на значительном расстоянии от нагружаемой области.

На основании с $k_s = 50 \text{ МН/м}^3$ размеры D_r превышают аналогичные характеристики плит, устраиваемых на основании с $k_s = 200 \text{ МН/м}^3$, в 1,33–1,16 и 1,30–1,52 раза в случае использования классической и сдвиговой моделей соответственно, а при $t_{inf} = 0,40 \text{ м}$ – уже не ограничиваются линейными размерами плиты (7,5 м).

Для самого жесткого из рассмотренных расчетных сечений плиты ($t_{inf} = 0,40 \text{ м}$) диаметр D_r превышает все значения D_r , регламентируемые нормами проектирования монолитных покрытий для соответствующих категорий нормативных нагрузок, на 108,0–240,9 % ($k_s = 50 \text{ МН/м}^3$) и 78,3–195,5 % ($k_s = 200 \text{ МН/м}^3$) соответственно (табл. 4).

Сдвиговая модель характеризуется большими распределительными свойствами: разница между расчетными значениями D_r численных моделей составляет 2,94–1,93 %.

При увеличении жесткости основания в 4 раза линейные размеры зоны передачи нагрузки на основание сокращаются не менее чем в 1,23–1,38 раза, т.е. отмечается снижение распределительных свойств численной модели конструкции плиты.

Следует отметить, что при нагрузке $F_d = 50 \text{ КН}$, которая соответствует VI (минимальной) категории нормативной нагрузки на основную (условную) опору самолета, размеры D_r численных моделей расчетных вариантов конструкций плит превышают минимальное значение $D_r = 2,20 \text{ м}$, установленное нормами проектирования для VI категории нормативных нагрузок, в 2,91–3,42 раза, максимальное – $D_r = 3,60 \text{ м}$, установленное нормами проектирования для внеклассной (В/к) и I категорий нормативных нагрузок, в 1,78–2,10 раза.

Это свидетельствует о том, что использованные численные модели плит завышают распределительную способность передачи нагрузки на основание и требуют экспериментального подтверждения расчетных параметров НДС и обоснования границ применения численных моделей в расчётных условиях.

Завышение численными моделями НДС распределительной способности плит покрытий неоднократно отмечалось в ходе проведения экспериментально-теоретических исследований опытных участков и мониторинга эксплуатируемых аэродромных покрытий [7, 9, 10, 11] и сопровождалось дополнительными исследованиями

Таблица 4

Анализ расчетных величин диаметра передачи нормативной нагрузки на основание (для плиты с $t_{inf} = 0,40 \text{ м}$)

Нормы проектирования 1		Численное моделирование ¹⁾	, %	
Класс аэродрома/категория нормативной нагрузки	Условный диаметр D_r , м		Расчетный диаметр D_r , м	для значений D_r и D_r
А / В / к, I	3,60	$\frac{7,50}{6,42}$ (7,50 / 6,50)	$\frac{108,0}{78,3}$ (108,0 / 80,6)	$\frac{—}{2,94}$ ²⁾
Б / II	3,20	$\frac{7,50}{6,42}$ (7,50 / 6,50)	$\frac{134,4}{100,6}$ (134,4 / 103,1)	$\frac{—}{2,49}$ ²⁾
В / III	2,90	$\frac{7,50}{6,42}$ (7,50 / 6,50)	$\frac{158,6}{121,4}$ (158,6 / 124,1)	$\frac{—}{2,22}$ ²⁾
Г / IV	2,40	$\frac{7,50}{6,42}$ (7,50 / 6,50)	$\frac{212,5}{167,5}$ (212,5 / 170,8)	$\frac{—}{1,97}$ ²⁾
Д, Е / V, VI	2,20	$\frac{7,50}{6,42}$ (7,50 / 6,50)	$\frac{240,9}{191,8}$ (240,9 / 195,5)	$\frac{—}{1,93}$ ²⁾

Примечания: ¹⁾ – в скобках указаны значения для сдвиговой модели; ²⁾ – не оценивалось.

и обоснованием целесообразности их применения, а в ряде случаев и введением соответствующих ограничений и допущений.

Выводы.

1. Завышение численными моделями НДС распределительной способности плит при передаче нагрузки на основание характерно для конструкций различной жесткости.

2. Целесообразность применения той или иной численной модели изгибаемой плиты следует определять в соответствии с величинами жесткости расчетного сечения плиты и категориями прочности оснований покрытия. Несмотря на то, что использованные численные модели приводят к завышению распределительной способности при передаче нагрузки на основание, для определения величины контактного давления на основание и максимального прогиба конструкции в зоне центрального приложения нагрузки целесообразно применение

сдвиговой модели, построенной в рамках уточненной теории изгиба.

3. Учет развития сдвиговых деформаций по толщине плиты увеличивает не только податливость конструкции, но и ее давление на основание. Это позволяет включать в рассмотрение дополнительную осадку грунта, не учитываемую классической теорией изгибаемых плит.

4. Завышение численными моделями НДС распределительной способности плит должно учитываться при моделировании расчетных ситуаций, отличных от нормативных [1]:

- новых типов покрытий и технологий строительства;
- одновременном воздействии всех многоколонных опор новых и перспективных типов воздушных судов (сверхнормативных нагрузок) на систему плит и др., а также при обработке данных экспериментальных исследований эксплуатационной пригодности существующих покрытий.

-
- [1] СНиП 2.05.08-85 Аэродромы/Госстрой СССР. – М.: Стройиздат, 1985. – 85 с.
- [2] Руководство по проектированию аэродромных покрытий. – М.: ГПИиНИИГА Аэропроект, 1983. – 272 с.
- [3] Метод конечных элементов: уч. пособие для студ. втузов/ Варвак П.М., Бузун И.М., Городецкий А.С. и др. – К.: Вища шк., Головне вид-во, 1981. – 176 с.
- [4] Расчет неоднородных пологих оболочек и пластин методом конечных элементов: Монография/ Рук-тель авт. кол. Пискунов В.Г. – К.: Изд-во при Киевск. ун-те ИО «Вища школа», 1987. – 220 с.
- [5] Напряженно-деформированное состояние слоистого покрытия аэродромной одежды/ В.Г. Пискунов, В.К. Присяжнюк, В.Е. Вериженко и др. // Изв. вузов. Стр-во и архитектура. – 1984. – № 12. – С. 108–110.
- [6] Метод конечных элементов в проектировании транспортных сооружений/ А.С. Городецкий, В.И. Заворицкий, А.И. Лантух-Лященко, А.С. Рассказов. – М.: Транспорт, 1981. – 143 с.
- [7] Кульчицкий В.А., Макагонов В.А., Васильев Н.Б., Чеков А.Н., Романков Н.И. Аэродромные покрытия. Современный взгляд. – М.: Физ.-мат. лит-ра, 2002. – 528 с.
- [8] Крюкова О.С. Ефективність використання розрахункових комплексів для розрахунку аэродромних покриттів // Будівництво України. – 2007. – № 4. – С. 31–33.
- [9] Агеева Г.Н. Влияние жесткости верхнего слоя на напряженно-деформированное состояние двухслойных аэродромных покрытий. – Дис.: 05.23.11 Киев, 1994. – 194 с.
- [10] Исследование несущей способности ИВПП и разработка рекомендаций по её усилению: Отчет о НИР (заключ). Этап 2. Экспериментально-теоретическое исследование напряженно-деформированного состояния ИВПП и разработка рекомендаций по её реконструкции. – Док. № 2-ц от 11.06.1990 со Свердловским ОАО//Гос. науч.-произв. предприятие «Потенциал». – Киев, 1991. – 154 с.
- [11] Расчетно-теоретический анализ работы тонкослойного покрытия: Отчет о НИР (заключ.). – Док. № 4-ц от 5.10.1990 с ГПИиНИИГА «Аэропроект»//Гос. науч.-произв. предприятие «Потенциал». – Киев, 1990. – 77 с.
- [12] Цихановський В.К., Талах С.М., Трушківська Н.Л. Розрахунок на міцність аэродромних покриттів від впливу великофюзеляжного повітряного судна // Вісник НАУ. – 2009. – № 3. – С. 133–140.
- [13] Битнев П.А. Напряженно-деформированное состояние в зоне штыревых соединений. – Дис.: 05.23.11. – М., 2006. – 190 с.
- [14] Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. – М.: Наука, 1966. – 635 с.
- [15] Жесткие покрытия аэродромов и автомобильных дорог/ Глушков Г.И., Бабков В.Ф., Медников И.А. и др. – М.: Транспорт, 1987. – 255 с.

Надійшла 03.06.2010 р. 