

**НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ФАКУЛЬТЕТ ТРАНСПОРТУ, МЕНЕДЖМЕНТУ І ЛОГІСТИКИ**

**КАФЕДРА ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ**

**Методичні рекомендації з організації самостійної роботи студентів  
з дисципліни «Вища математика»**

Освітньо-професійна програма: «Технології електронних мультимедійних  
видань»

Галузь знань: 18 «Виробництво та технології»

Спеціальність: 186 «Видавництво та поліграфія»

Укладач: к.е.н., доц. Шевченко І.В.

Методичні рекомендації розглянуто та  
схвалено на засіданні кафедри вищої  
математики

Протокол № \_\_\_\_ від « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2021 р.

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ І. Ластівка

## Тема: Лінійна, векторна алгебра та аналітична геометрія

Завдання для самостійної роботи

1. Обчислення визначників 2-го, 3-го і старших порядків.
2. Знаходження суми, різниці, добутку матриць.
3. Знаходження рангу матриць.
4. Знаходження оберненої матриці.
5. Дослідження СЛАР на сумісність за теоремою Кронекера-Капеллі.
6. Розв'язання квадратної СЛАР методом Крамера, через обернену матрицю.
7. Розв'язання довільної СЛАР методом Гаусса.
8. Виконання лінійних операцій над векторами.
9. Обчислення координат і модуля вектора за його початком і кінцем.
10. Знаходження скалярного, векторного та мішаного добутків векторів.
11. Обчислення кута між векторами, проекції вектора на вісь.
12. Встановлення лінійної залежності та незалежності векторів, розкладання вектора за базисом.
13. Обчислення площі трикутника, об'єму паралелепіпеда за відомими координатами вершин.
14. Побудова рівнянь прямих за різними елементами. Знаходження кута між двома пертинаючими прямими, заданими в загальному вигляді, в кінчному вигляді, з кутовим коефіцієнтом. Знаходження відстані від заданої точки до прямої.

Література

1. Антоненко В.Ф., Ключ І.С., Горідько Р.В., Чуб Л.О. Вища математика. Модуль 1. Лінійна, векторна алгебра та аналітична геометрія: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006. – 300 с.
2. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник. –К.: А.С.К., 2001. – 681с.
3. Денесюк В.П., Репета В.К. Вища математика. Частина 1: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. – 295 с.
4. Математика для економістів : навч. посіб. У 3 ч. Ч. 1 / І.О. Ластівка, В.С. Коновалюк, І.В. Шевченко [та ін.]. – К.: НАУ, 2012. – 432 с.
5. Математика для економістів : навч. посіб. для студ. заочної форми навчання. У 3 ч. Ч. 1 / І.О. Ластівка, Я.В. Крисак, І.В. Шевченко [та ін.]. – К.: НАУ, 2012. – 328 с.

Методичні рекомендації

1. Опрацювання матеріалу лекцій
2. Підготовка до практичних занять
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять
4. Виконання індивідуального домашнього завдання
5. Опрацювання літератури.

## Питання для самоконтролю

1. Що називається визначником другого порядку?
2. Що називається визначником третього порядку?
3. Що називається визначником  $n$ -го порядку?
4. Що таке транспонування визначника? Що відбувається з величиною визначника в результаті його транспонування?
5. Властивості визначників.
6. Що називається мінором  $i$  алгебраїчним доповненням елемента  $a_{ij}$  визначника  $n$ -го порядку?
7. Сформулювати і довести властивість про розкладання визначника за елементами його рядка (стовпця).
8. Що називають матрицею?
9. Дайте визначення розмірності матриці. Яка матриця називається квадратною? Що таке порядок квадратної матриці?
10. Що називається визначником матриці?
11. Яка матриця називається матрицею-рядком, а яка матрицею-стовпцем?
12. Яка матриця називається діагональною, одиничною?
13. Як визначається сума двох матриць? Які властивості має ця операція?
14. Яка матриця називається невірною?
15. При яких умовах можна знайти добуток двох матриць?
16. Що називається рангом матриці?
17. Дайте визначення оберненої матриці. За яких умов існує обернена матриця?
18. Які операції називаються елементарними перетвореннями матриці?
19. Що називається системою  $m$  лінійних рівнянь з  $n$  невідомими?
20. Яка система рівнянь називається сумісною, несумісною?
21. Яка система рівнянь називається визначеною, невизначеною?
22. Яка матриця системи називається розширеною?
23. Записати формули Крамера. В якому випадку вони застосовуються?
24. Записати систему рівнянь у вигляді матричного рівняння. Як знайти розв'язок матричного рівняння?
25. Які перетворення називаються елементарними перетвореннями системи?
26. У чому полягає метод Гаусса?
27. Яка система рівнянь називається однорідною? За яких умов однорідна система лінійних рівнянь має єдиний нульовий розв'язок; безліч розв'язків?
28. Сформулювати теорему Кронекера-Капеллі.
29. Чим відрізняються скалярні величини від векторних величин?
30. Які ви знаєте типи векторів?
31. Якими способами можна задати вектор?
32. Як виконуються лінійні операції над векторами, які задано в геометричній формі?
33. Як виконуються лінійні операції над векторами, які задано в алгебраїчній формі?
34. Чому дорівнює сума  $n$  векторів ( $n \geq 3$ ), які утворюють замкнуту ланку лінію?

35. Які вектори називаються колінеарними?
36. Які вектори називаються компланарними?
37. При виконанні яких умов вектори будуть рівними?
38. Записати координатну форму вектора  $\overrightarrow{AB}$ , якщо відомо координати його початку і кінця:  $A(x_1, y_1, z_1)$ ,  $B(x_2, y_2, z_2)$ .
39. Чи може належати до базису нульовий вектор?
40. Які вектори називаються лінійно залежними та лінійно незалежними?
41. Із скількох векторів складається базис на прямій, на площині, у просторі?
42. Як визначається положення точки у полярній, циліндричній та сферичній системах координат?
43. Які ви знаєте способи обчислення скалярного добутку двох векторів?
44. За яких умов скалярний добуток двох векторів дорівнює нулеві?
45. Що таке скалярний квадрат і чому він дорівнює?
46. За яких умов вектор  $\vec{c}$  буде дорівнювати векторному добутку векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ ?
47. Якщо  $[\vec{a}\vec{b}] = \vec{c}$ , то чому дорівнює чисельно довжина вектора  $\vec{c}$ ?
48. Що таке векторний квадрат і чому він дорівнює?
49. Чи може проекція вектора на вісь бути від'ємною?
50. За яких умов добуток трьох векторів  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  буде називатись мішаним або векторно-скалярним?
51. Що таке кругова перестановка векторів  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  і як вона впливає на величину їх мішаного добутку?
52. Відомо, що вектори  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  співпадають відповідно з ребрами паралелепіпеда, що виходять із однієї точки. Чому дорівнює об'єм даного паралелепіпеда?
53. Відомо, що вектори  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  співпадають відповідно з ребрами трикутної піраміди, що виходять з однієї точки. Чому дорівнює об'єм даної піраміди?
54. Лінії та площини та їх рівняння:
  - у декартових координатах;
  - у полярній системі координат;
  - параметрично заданої кривої.
55. Різні форми рівняння прямої на площині (загальне, канонічне, параметричне, через дві точки, з кутовим коефіцієнтом, у відрізках, нормальне). Взаємне розміщення двох прямих.

Тема: **Вступ до математичного аналізу. Диференціальне числення функцій однієї змінної**

Завдання для самостійної роботи

1. Множини. Класифікація числових множин. Операції над множинами.

2. Функція. Класифікація функцій. Елементарні функції.
3. Послідовність. Границя послідовності.
4. Границя функції.
5. Неперервність функції. Властивості неперервних функцій.
6. Точки розриву функції та їх класифікація.
7. Похідна. Означення, різні змісти похідної, правила диференціювання.
8. Похідна складеної, оберненої, параметрично та неявно заданої функцій.
9. Логарифмічне диференціювання. Таблиця похідних.
10. Диференціал, різні змісти диференціала. Властивості, застосування.
11. Похідні та диференціали вищих порядків.
12. Теорема Ролля, Лагранжа і Коші. Правило Лопіталя. Формула Тейлора.
13. Застосування диференціального числення для дослідження функцій. Схема дослідження функцій та побудова графіка.

#### Література

1. Крисак Я.В., Левковська Т.А., Горідько Р.В., Чуб Л.О., Вишневський О.А. Вища математика. Модуль 2. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне числення функції однієї змінної: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006. – 284 с.
2. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник. –К.: А.С.К., 2001. – 681с.
3. Денисюк В.П., Репета В.К. Вища математика. Частина 1: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. – 295 с.
4. Математика для економістів : навч. посіб. У 3 ч. Ч. 1 / І.О. Ластівка, В.С. Коновалюк, І.В. Шевченко [та ін.]. – К.: НАУ, 2012. – 432 с.
5. Математика для економістів : навч. посіб. для студ. заочної форми навчання. У 3 ч. Ч. 1 / І.О. Ластівка, Я.В. Крисак, І.В. Шевченко [та ін.]. – К. : НАУ, 2012. – 328 с.
6. Овчинников П.П. Вища математика: підручник: у 2-х ч./ Ч. 1: Лінійна і векторна алгебра. Аналітична геометрія. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне і інтегральне числення / П.П. Овчинников, Ф.П. Яремчук, В.М. Михайленко; за заг. ред.. П.П. Овчинникова; пер. з рос. П.М. Юрченка. – 3-тє вид., випр. – К. : Техніка, 2007. – 600 с.

#### Методичні рекомендації

1. Опрацювання матеріалу лекцій
2. Підготовка до практичних занять
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять
4. Виконання індивідуального домашнього завдання
5. Опрацювання літератури.

#### Питання для самоконтролю

1. Числові множини. Класифікація числових множин.
2. Операції над множинами.

3. Поняття функції.
4. Основні властивості функцій.
5. Оборнена функція.
6. Складена функція.
7. Класифікація елементарних функцій.
8. Графіки основних елементарних функцій.
9. Перетворення графіків функцій.
10. Послідовності.
11. Границя числової послідовності.
12. Теореми про границі послідовності.
13. Границя функції в точці.
14. Односторонні границі.
15. Основні теореми про границі функцій.
16. Перша важлива границя. Наслідки.
17. Друга важлива границя. Наслідки.
18. Порівняння нескінченно малих функцій.
19. Застосування еквівалентностей до відшукування границь.
20. Неперервність функції у точці.
21. Точки розриву функції та їх класифікація.
22. Основні властивості функцій, неперервних у точці.
23. Властивості функцій, неперервних на відрізку.
24. Дайте означення похідної функції.
25. Геометричний, механічний і фізичний зміст похідної.
26. Правило диференціювання суми та різниці двох функцій.
27. Правило диференціювання добутку та частки і двох функцій.
28. Рівняння дотичної та нормалі до кривої в заданій точці.
29. Правило диференціювання складеної функції.
30. Правило диференціювання оборненої функції.
31. Правило диференціювання неявно заданої функції.
32. Правило диференціювання параметрично заданої функції.
33. Логарифмічне диференціювання функції.
34. Що називається диференціалом функції?
35. Геометричний та механічний зміст диференціала.
36. Формула для наближеного обчислення значення функції за допомогою диференціала.
37. Похідна функції  $n$ -го порядку.
38. Знаходження похідних вищих порядків від функцій, заданих параметрично та неявно.
39. Диференціал функції  $n$ -го порядку.
40. Сформулюйте та доведіть теорему Ферма. В чому полягає її геометричний зміст?
41. Сформулюйте та доведіть теорему Ролля, вкажіть її геометричний зміст.
42. Сформулюйте та доведіть теорему Лагранжа. Пояснить її геометричний зміст.
43. Сформулюйте та доведіть теорему Коші.

44. В чому суть правила Лопітала?
45. Формула Тейлора і Маклорена для довільної функції
46. Сформулюйте достатні умови монотонності функції на проміжку.
47. Які точки називаються критичними?
48. Сформулюйте необхідні умови існування екстремуму.
49. Сформулюйте достатні умови існування екстремуму.
50. Яка крива називається опуклою, вгнутою?
51. Сформулюйте достатні умови опуклості та вгнутості .
52. Що називається асимптотою кривої?
53. Як визначаються вертикальні, горизонтальні та похилі асимптоти?

Тема: **Диференціальне числення функцій багатьох змінних. Інтегральне числення функцій однієї змінної**

Завдання для самостійної роботи

1. Означення функції багатьох змінних та область визначення.
2. Границя функції
3. Теорема про границі
4. Неперервність функції у точці
5. Означення частинних похідних та їх геометричний зміст.
6. Повний диференціал функції багатьох змінних та застосування його до наближених обчислень.
7. Частинні похідні та диференціали вищих порядків
8. Дотична площина та нормаль до поверхні.
9. Частинна похідна за напрямком вектора, градієнт.
10. Екстремальні значення функції двох змінних.
11. Знаходження умовного екстремуму, метод Лагранжа.
12. Найбільше та найменше значення функції двох змінних в замкненій області.
13. Формула Тейлора функції двох змінних.
14. Поняття первісної та невизначеного інтеграла.
15. Таблиця основних інтегралів.
16. Метод безпосереднього інтегрування.
17. Метод підстановки (заміни змінної).
18. Внесення функції під знак диференціала.
19. Метод інтегрування частинами.
20. Поняття комплексного числа.
21. Дії над комплексними числами в алгебраїчній формі.
22. Геометричне зображення комплексних чисел.
23. Модуль і аргумент комплексного числа.
24. Тригонометрична форма комплексного числа.
25. Дії над комплексними числами у тригонометричній формі.
26. Показникова форма комплексного числа.
27. Інтегрування елементарних дробів.
28. Інтегрування раціональних дробів.

29. Інтегрування виразів, що містять квадратичні ірраціональності.
30. Інтегрування диференціальних біномів.
31. Підстановки Ейлера.
32. Інтегрування тригонометричних функцій за допомогою універсальної тригонометричної підстановки.
33. Частинні випадки інтегрування тригонометричних функцій.
34. Означення та умови існування визначеного інтеграла.
35. Властивості визначеного інтеграла.
36. Формула Ньютона-Лейбніца.
37. Заміна змінної у визначеному інтегралі.
38. Формула інтегрування частинами у визначеному інтегралі.
39. Площа плоскої фігури в системі декартових координат.
40. Площа плоскої фігури в полярних координатах.
41. Площа криволінійного сектора у полярних координатах.
42. Довжина дуги кривої.
43. Об'єм тіла.
44. Площа поверхні обертання.

#### Література

1. Ластівка І.О., Коновалюк В.С., Ковтонюк І.Ю., Паламарчук Ю.А., Петрусенко В.П., Чуб Л.О. Вища математика. Модуль 3. Невизначений та визначений інтеграли: Навч. посібник— К.:Книжкове вид-во НАУ, 2007. – 208 с.
2. Математика для економістів : навч. посіб. У 3 ч. Ч. 2 / І.О. Ластівка, В.С. Коновалюк, І.В. Шевченко [та ін.]. – К.: НАУ, 2012. – 432 с.
3. Математика для економістів : навч. посіб. для студ. заочної форми навчання. У 3 ч. Ч. 2 / І.О. Ластівка, Н.І. Затула, І.В. Шевченко [та ін.]. – К. : НАУ, 2014. – 260 с.
3. Т. В. Лубенська, Л. Д. Чупах, В. І. Трофименко Вища математика. Диференціальне числення функції багатьох змінних: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006. – 114 с.
4. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник. –К.: А.С.К., 2001. – 681с.
5. Денесюк В.П., Репета В.К. Вища математика. Частина 2: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005. – 275 с.
6. Шкіль М. І., Колесник Т. В. Вища математика: У 3 кн.—К.,Либідь, 1994.-Кн. 3.-352 с.
7. Овчинников П.П. Вища математика: підручник: у 2-х ч./ Ч. 1: Лінійна і векторна алгебра. Аналітична геометрія. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне і інтегральне числення / П.П. Овчинников, Ф.П. Яремчук, В.М. Михайленко; за заг. ред.. П.П. Овчинникова; пер. з рос. П.М. Юрченка. – 3-тє вид., випр. – К. : Техніка, 2007. – 600 с.

#### Методичні рекомендації

1. Опрацювання матеріалу лекцій



2. Підготовка до практичних занять
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять
4. Опрацювання літератури.

#### Питання для самоконтролю

1. Дати означення функції багатьох змінних.
2. Що є область визначення функції багатьох змінних?
3. Означення границі функції
4. Неперервність функції у точці.
5. Що називається частинним приростом та частинною похідною?
6. Що таке частинні похідні вищих порядків?
7. Похідні складених функцій.
8. Що таке повний диференціал функції багатьох змінних?
9. Сформулювати необхідну і достатню умову екстремуму функції двох змінних.
10. Що називають умовним екстремумом?
11. Як визначають найбільше та найменше значення функції в замкненій області?
12. Дотична площина та нормаль до поверхні.
13. Як визначається похідна за напрямом?
14. Що таке градієнт?
15. Записати формулу Тейлора функції двох змінних.
16. Що називається первісною функції?
17. Що називається невизначеним інтегралом від даної функції?
18. Сформулювати теорему про існування первісної.
19. Сформулювати і довести основні властивості невизначеного інтеграла.
20. У чому суть інваріантності формули інтегрування?
21. Написати і перевірити диференціюванням таблицю основних інтегралів.
22. У чому полягає метод безпосереднього інтегрування?
23. У чому полягає метод заміни змінної?
24. У чому полягає метод інтегрування частинами?
25. Що називається комплексним числом?
26. Як записується комплексне число в алгебраїчній формі?
27. Як записується комплексне число в тригонометричній формі?
28. Як записується комплексне число в показниковій формі?
29. Як знаходиться модуль і аргумент комплексного числа?
30. Як визначаються дії над комплексними числами в алгебраїчній формі?
31. Як визначаються дії над комплексними числами в тригонометричній формі?
32. Написати і довести формулу Муавра.
33. Вивести формулу для добування кореня з комплексного числа.
34. Записати формулу Ейлера.
35. Який раціональний дріб називається правильним?
36. Які раціональні дроби називаються елементарними?
37. Записати розклад правильного раціонального дробу на елементарні дроби.

38. В чому полягає метод інтегрування раціонального дробу?
39. Запишіть підстановку в інтегралах вигляду  $\int R(\sin x, \cos x) dx$ .
40. Як обчислюються інтеграли виду  $\int \sin^m x \cos^n x dx$ ?
41. Що називається визначеним інтегралом?
42. Сформулювати теорему про існування визначеного інтеграла.
43. Сформулювати і довести теорему про похідну від інтеграла із змінною верхньою межею.
44. Записати і довести формулу Ньютона-Лейбніца.
45. У чому полягає метод заміни змінної у визначеному інтегралі?
46. У чому полягає метод інтегрування частинами у визначеному інтегралі?
47. Як обчислити площу плоскої фігури в системі декартових координат?

**Тема. Множини та операції над ними. Основні принципи і формули комбінаторики. Випадкові події. Означення ймовірностей**

Завдання для самостійної роботи

1. Множини й операції над ними.
2. Елементи комбінаторики.
3. Події. Види подій. Алгебра подій.
4. Класичне, геометричне, статистичне означення ймовірності.

Література

1. Ластівка І.О., Мартиненко В.П., Паламарчук Ю.А., Шевченко І.В. Вища математика. Модуль 8. Теорія ймовірностей. Випадкові події: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006. – 108 с.
2. Ластівка І.О., Паламарчук Ю.А., Теорія ймовірностей та математична статистика: Практикум для студентів економічних спеціальностей.– К.:Книжкове вид-во НАУ, 2009. – 236 с.
3. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Теорія ймовірностей і математична статистика. – Ч. 1 Теорія ймовірностей. – К.: КНЕУ, 2000. – 304 с.
4. Гмурман В.Е. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику. – М.: Высш. шк. 1966.
5. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высш. шк., 1979.
6. Михайленко В.В., Ластівка І.О. Теорія ймовірностей і математична статистика. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2013. – 562 с.

Методичні рекомендації

1. Опрацювання матеріалу лекцій
2. Підготовка до практичних занять
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять
4. Виконання індивідуального домашнього завдання
5. Опрацювання літератури.

Питання для самоконтролю

1. Сформулюйте основні принципи комбінаторики (суми і добутку).

2. Які сполуки називаються розміщеннями із  $n$  елементів по  $k$  ( $k \leq n$ ) Наведіть формулу для обчислення їх числа і дайте приклади розміщень.
3. Які сполуки називаються перестановками? Наведіть формулу їх числа  $n$  елементів і дайте приклади перестановок.
4. Які сполуки називаються сполученнями (комбінаціями) із  $n$  елементів по  $k$  ( $k \leq n$ ). Наведіть формулу їх числа і дайте приклади сполучень.
5. Що таке випадкова подія? достовірна? неможлива? простір елементарних подій? Дайте означення і наведіть приклади.
6. Які події називаються несумісними? сумісними? протилежними? Наведіть приклади.
7. Які події утворюють повну групу? Наведіть приклади.
8. Що називається сумою подій? добутком? Назвіть властивості і дайте геометричну інтерпретацію операцій над подіями.
9. Дайте означення ймовірності події: а) класичне; б) геометричне; в) статистичне. Назвіть властивості ймовірності та наведіть приклади обчислення ймовірностей.

**Тема. Теорема додавання та множення ймовірностей. Формула повної ймовірності. Формули Байєса**

Завдання для самостійної роботи

1. Теорема додавання і множення ймовірностей.
2. Повна ймовірність. Формули Байєса.

Література

1. Ластівка І.О., Мартиненко В.П., Паламарчук Ю.А., Шевченко І.В. Вища математика. Модуль 8. Теорія ймовірностей. Випадкові події: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006. – 108 с.
2. Ластівка І.О., Паламарчук Ю.А., Теорія ймовірностей та математична статистика: Практикум для студентів економічних спеціальностей.– К.:Книжкове вид-во НАУ, 2009. – 236 с.
3. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Теорія ймовірностей і математична статистика. – Ч. 1 Теорія ймовірностей. – К.: КНЕУ, 2000. – 304 с.
4. Гмурман В.Е. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику. – М.: Высш. шк. 1966.
5. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высш. шк., 1979.
6. Михайленко В.В., Ластівка І.О. Теорія ймовірностей і математична статистика. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2013. – 562 с.

Методичні рекомендації

1. Опрацювання матеріалу лекцій
2. Підготовка до практичних занять
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять
4. Виконання індивідуального домашнього завдання
5. Опрацювання літератури.

Питання для самоконтролю

1. Сформулюйте теорему додавання для несумісних подій та її наслідки.
2. Які події називаються незалежними? залежними? Наведіть приклади.
3. Дайте означення умовної ймовірності. Наведіть приклади її обчислення.
4. Сформулюйте теорему ймовірностей залежних подій; незалежних. Наведіть наслідки з цих теорем.
5. Сформулюйте теорему додавання для сумісних подій. Який вигляд вона має для незалежних подій? для залежних?
6. Сформулюйте і доведіть формулу повної ймовірності.
7. Які події називають гіпотезами? Чому дорівнює сума ймовірностей гіпотез?
8. Сформулюйте формули Байєса для ймовірностей гіпотез.

### **Тема. Повторні незалежні випробування. Формула Бернуллі. Граничні теореми схеми Бернуллі**

#### Завдання для самостійної роботи

1. Повторні незалежні випробування. Формула Бернуллі. Найвірогідніше число успіхів появи деякої події у  $n$  випробуваннях Бернуллі.
2. Локальна теорема Муавра-Лапласа. Основні властивості функції Гаусса.
3. Інтегральна теорема Муавра-Лапласа. Основні властивості функції Лапласа.
4. Теорема Пуассона.

#### Література

1. Ластівка І.О., Мартиненко В.П., Паламарчук Ю.А., Шевченко І.В. Вища математика. Модуль 8. Теорія ймовірностей. Випадкові події: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006. – 108 с.
2. Ластівка І.О., Мартиненко В.П., Паламарчук Ю.А., Шевченко І.В. Вища математика. Модуль 9. Теорія ймовірностей. Випадкові величини: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. – 164 с.
3. Ластівка І.О., Паламарчук Ю.А., Теорія ймовірностей та математична статистика: Практикум для студентів економічних спеціальностей.– К.:Книжкове вид-во НАУ, 2009. – 236 с.
4. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Теорія ймовірностей і математична статистика. – Ч. 1 Теорія ймовірностей. – К.: КНЕУ, 2000. – 304 с.
5. Гмурман В.Е. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику. – М.: Высш. шк. 1966.
6. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высш. шк., 1979.

#### Методичні рекомендації

1. Опрацювання матеріалу лекцій
2. Підготовка до практичних занять
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять
4. Виконання індивідуального домашнього завдання.
5. Опрацювання літератури.

#### Питання для самоконтролю

1. Які випробування називаються незалежними? випробуваннями Бернуллі?
2. Назвіть формулу Бернуллі для ймовірності появи  $k$  разів деякої події у  $n$  випробуваннях Бернуллі. В чому полягає наслідок з теореми Бернуллі?

3. Наведіть формулу найвірогіднішого числа появи деякої події у  $n$  випробуваннях Бернуллі.
4. Сформулюйте теорему Пуассона про ймовірність появи деякої події  $k$  разів у  $n$  випробуваннях Бернуллі.
5. Сформулюйте локальну теорему Муавра-Лапласа.
6. Яка функція називається функцією Гаусса? Назвіть її основні властивості і дайте геометричну інтерпретацію.
7. Сформулюйте інтегральну теорему Муавра-Лапласа.
8. Яка функція називається функцією Лапласа? Назвіть її основні властивості і дайте геометричну інтерпретацію.
9. Сформулюйте теорему Бернуллі про ймовірність відхилення відносної частоти від сталої ймовірності.

**Тема. Дискретні випадкові величини (ДВВ), числові характеристики та закони розподілу. Неперервні випадкові величини (НВВ). Функція та щільність розподілу ймовірностей. Закони розподілу НВВ**

#### **Завдання для самостійної роботи**

1. Означення та види випадкових величин.
2. Ряд розподілу дискретної випадкової величини.
3. Функція розподілу випадкової величини та її властивості.
4. Щільність розподілу випадкової величини та її властивості.
5. Числові характеристики випадкових величин та їхні властивості.
6. Імовірнісна твірна функція та її застосування для знаходження числових характеристик дискретних розподілів.
7. Розподіли цілочисельної дискретної випадкової величини.
8. Розподіли неперервних випадкових величин.
9. Закон великих чисел.
10. Поняття системи двох випадкових величин. Матриця розподілу системи дискретних випадкових величин та ряди розподілу її складових.
11. Функція розподілу системи двох випадкових величин та її властивості.

#### **Література**

1. Ластівка І.О., Мартиненко В.П., Паламарчук Ю.А., Шевченко І.В. Вища математика. Модуль 8. Теорія ймовірностей. Випадкові події: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006. – 108 с.
2. Ластівка І.О., Мартиненко В.П., Паламарчук Ю.А., Шевченко І.В. Вища математика. Модуль 9. Теорія ймовірностей. Випадкові величини: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. – 164 с.
3. Ластівка І.О., Паламарчук Ю.А., Теорія ймовірностей та математична статистика: Практикум для студентів економічних спеціальностей.– К.:Книжкове вид-во НАУ, 2009. – 236 с.
4. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Теорія ймовірностей і математична статистика. – Ч. 1 Теорія ймовірностей. – К.: КНЕУ, 2000. – 304 с.
5. Гмурман В.Е. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику. – М.: Высш. шк. 1966.

6. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высш. шк., 1979.

### **Методичні рекомендації**

1. Опрацювання матеріалу лекцій
2. Підготовка до практичних занять
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять
4. Виконання індивідуального домашнього завдання.
5. Опрацювання літератури.

### **Питання для самоконтролю**

1. Що таке випадкова величина?
2. Яка величина називається дискретною?
3. Що таке ряд розподілу? многокутник розподілу?
4. Чому дорівнює сума ймовірностей у ряді розподілу?
5. Що таке інтегральна функція розподілу.
6. Який графік має функція розподілу для дискретних випадкових величин?
7. Що таке закон розподілу дискретної випадкової величини? Назвіть способи задання закону розподілу. Наведіть приклади.
8. В чому полягає біномний закон розподілу ДВВ? Наведіть приклад.
9. Поясніть, в чому полягає розподіл Пуассона ДВВ? Наведіть приклад.
10. В чому полягає геометричний та гіпергеометричний розподіли ДВВ? Наведіть приклади.
11. Що таке математичне сподівання ДВВ? Який ймовірнісний зміст математичного сподівання?
12. Назвіть основні властивості математичного сподівання ДВВ.
13. Що таке дисперсія ДВВ?
14. Назвіть та доведіть основні властивості дисперсії ДВВ. Як обчислити дисперсію?
15. Що таке відхилення ДВВ від її математичного сподівання? Чому дорівнює його математичне сподівання?
16. Що таке середнє квадратичне відхилення ДВВ?
17. Як обчислити числові характеристики однаково розподілених незалежних випадкових величин?
18. Яка функція називається інтегральною функцією розподілу випадкових величин? Що є графіком функції розподілу ДВВ?
19. За якою формулою знаходять диференціальну функцію розподілу? Назвіть її властивості.
20. Для яких випадкових величин існує інтегральна функція розподілу?
21. Для яких випадкових величин існує диференціальна функція розподілу?
22. Яка величина називається випадковою? дискретною випадковою? неперервною випадковою величиною?
23. Назвіть основні властивості функції розподілу випадкової величини. Що є графіком функції розподілу неперервної випадкової величини (НВВ)?
24. Що називається диференціальною функцією розподілу (щільністю розподілу)? Який зв'язок між інтегральною і диференціальною функціями розподілу?
25. Назвіть основні властивості щільності розподілу.

26. Як обчислюються числові характеристики НВВ?

**Тема. Статистичний розподіл вибірки. Числові характеристики генеральної та вибіркової сукупностей**

Література

1. Михайленко В.В., І. О. Ластівка. Теорія ймовірностей і математична статистика : підручник. – К. : НАУ-друк, 2013. – 564 с.
2. Ластівка І.О., Коновалюк В.С., Паламарчук Ю.А., Трофименко В.І. Вища математика. Модуль 10. Математична статистика: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. – 100 с.
3. Ластівка І.О., Паламарчук Ю.А., Теорія ймовірностей та математична статистика: Практикум для студентів економічних спеціальностей.– К.:Книжкове вид-во НАУ, 2009. – 236 с.
4. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І., Савіна С.С. Теорія ймовірностей і математична статистика. – Ч. 2. Математична статистика . – К.: КНЕУ, 2001. – 336 с.
5. Гмурман В.Е. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику. – М.: Высш. шк. 1966.
6. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высш. шк., 1979.

Методичні рекомендації

1. Опрацювання матеріалу лекцій.
2. Підготовка до практичних занять.
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять.
4. Виконання індивідуального домашнього завдання .

Питання для самоконтролю

1. Дати визначення генеральної та вибіркової сукупності.
2. Що називається варіантою, варіаційним рядом?
3. Що таке частота, відносна частота варіант?
4. Дати визначення дискретного статистичного розподілу вибірки.
5.  $\bar{x}_B, D_B, \sigma_B$  для дискретного статистичного розподілу вибірки.
6. Що таке медіана, мода дискретного статистичного розподілу?
7. Що називається емпіричною функцією (комулятою)?
8. Властивість  $F^*(x)$ .
9. Що називається інтервальним статистичним розподілом вибірки?
10.  $\bar{x}_B, D_B, \sigma_B$  для інтервального статистичного розподілу.
11. Що являє собою полігон частот і відносних частот?
12. Що називається гістограмою частот і відносних частот?
13. Що таке початковий момент  $k$ -го порядку?
14. Що таке центральний момент  $k$ -го порядку?
15. Асиметрія і ексцес статистичного розподілу вибірки.
16. Що називається розмахом, коефіцієнтом варіації?
17.  $F^*(x)$  для інтервального статистичного розподілу вибірки.

## **Тема. Точкові та інтервальні статистичні оцінки параметрів розподілу**

### Література

1. Михайленко В.В., І. О. Ластівка. Теорія ймовірностей і математична статистика : підручник. – К. : НАУ-друк, 2013. – 564 с.
2. Ластівка І.О., Коновалюк В.С., Паламарчук Ю.А., Трофименко В.І. Вища математика. Модуль 10. Математична статистика: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. – 100 с.
3. Ластівка І.О., Паламарчук Ю.А., Теорія ймовірностей та математична статистика: Практикум для студентів економічних спеціальностей.– К.:Книжкове вид-во НАУ, 2009. – 236 с.
4. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І., Савіна С.С. Теорія ймовірностей і математична статистика. – Ч. 2. Математична статистика . – К.: КНЕУ, 2001. – 336 с.
5. Гмурман В.Е. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику. – М.: Высш. шк. 1966.
6. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высш. шк., 1979.

### Методичні рекомендації

1. Опрацювання матеріалу лекцій.
2. Підготовка до практичних занять.
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять.
4. Виконання індивідуального домашнього завдання .

### Питання для самоконтролю

1. Що називається точковою статистичною оцінкою?
2. Що таке незміщена точкова статистична оцінка?
3. Що таке зміщена точкова статистична оцінка?
4. Що називають ефективною точковою статистичною оцінкою?
5. Що називають ґрунтовною точковою статистичною оцінкою?
6. У чому сутність методу найменших квадратів?
7. У чому сутність методу максимальної правдоподібності?
8. Що є точковою незміщеною статистичною оцінкою для  $\bar{X}_T$  ?
9. Що означає точкова незміщена статистична оцінка для  $D_T$  ?
10. Що називається виправленою дисперсією, виправленим середнім квадратичним відхиленням?
11. Визначення інтервальної статистичної оцінки для параметрів генеральної сукупності.
12. Що називають точністю і надійністю оцінки?
13. Що називають довірчим інтервалом?
14. Як побудувати довірчий інтервал із заданою надійністю  $\gamma$  при відомому значенні  $\sigma_T$  ?
15. Як побудувати довірчий інтервал для  $\bar{X}_T$  із заданою надійністю  $\gamma$  при невідомому значенні  $\sigma_T$  ?
16. Як побудувати довірчий інтервал для  $\bar{X}_T$  із заданою надійністю  $\gamma$  при невідомому значенні  $\sigma_T$  і при обсягах вибірки  $n > 30$ ?



17. Як побудувати довірчий інтервал із заданою надійністю  $\gamma$  для  $D_T, \sigma_T$  при обсягах вибірки  $n < 30$ ?
18. Як побудувати довірчий інтервал із надійністю  $\gamma$  для  $\sigma_T$ , використовуючи розподіл  $\chi^2$ ?

**Тема. Статистичні гіпотези. Статистичний критерій. Побудова критичної області. Параметричні статистичні гіпотези. Перевірка гіпотези про нормальний розподіл генеральної сукупності. Критерій узгодженості Пірсона**  
Література

1. Михайленко В.В., І. О. Ластівка. Теорія ймовірностей і математична статистика : підручник. – К. : НАУ-друк, 2013. – 564 с.
2. Ластівка І.О., Коновалюк В.С., Паламарчук Ю.А., Трофименко В.І. Вища математика. Модуль 10. Математична статистика: Навч. посібник. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. – 100 с.
3. Ластівка І.О., Паламарчук Ю.А., Теорія ймовірностей та математична статистика: Практикум для студентів економічних спеціальностей.– К.:Книжкове вид-во НАУ, 2009. – 236 с.
4. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І., Савіна С.С. Теорія ймовірностей і математична статистика. – Ч. 2. Математична статистика . – К.: КНЕУ, 2001. – 336 с.
5. Гмурман В.Е. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику. – М.: Высш. шк. 1966.
6. Гмурман В.Е. Руководство к решению задачи по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высш. шк., 1979.

Методичні рекомендації

1. Опрацювання матеріалу лекцій.
2. Підготовка до практичних занять.
3. Виконання домашніх завдань до практичних занять.
4. Виконання індивідуального домашнього завдання .

Питання для самоконтролю

1. Дати визначення нульової та альтернативної гіпотез.
1. Які гіпотези називають параметричними?
2. Які гіпотези називають непараметричними?
3. Що називають простою та складною статистичними гіпотезами?
4. Що називається статистичним критерієм?
5. Що називається емпіричним значенням критерію?
6. Область прийняття нульової гіпотези, критична область, критична точка.
7. Які Ви знаєте критичні області?
8. Загальна методика перевірки правильності нульової гіпотези.
9. Що таке рівень значущості  $\alpha$ ?
10. Помилки першого та другого роду.
11. Що таке потужність критерію?
12. Перевірка правильності  $H_0 : \bar{x}_T = a$ , при альтернативних гіпотезах  $H_a : \bar{x}_T < a; \bar{x}_T > a; \bar{x}_T \neq a$ .

13. Який закон розподілу має випадкова величина  $z = \frac{\bar{x}_B - a}{\sigma(\bar{x}_B)}$  ?
14. Знаходження критичних точок для статистичного критерію  $z = \frac{\bar{x}_B - a}{\sigma(\bar{x}_B)}$ .
15. Коли застосовується статистичний критерій  $z = \frac{\bar{x}_B - a}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$  ?
16. Який закон розподілу ймовірностей має статистичний критерій  $z = \frac{\bar{x}_B - a}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$  ?
17. Перевірка правильності  $H_0 : M(X) = M(Y)$  при  $n > 40$ .
18. Який закон розподілу ймовірностей має статистичний критерій  $z = \frac{\bar{x}_B - \bar{y}_B}{\sigma(\bar{x}_B - \bar{y}_B)}$  ?
19. Який статистичний критерій застосовується для перевірки правдивості  $H_0 : M(X) = M(Y)$ , якщо  $n < 40$  ?
20. Який закон розподілу ймовірностей має статистичний критерій  $z = \frac{\bar{x}_B - \bar{y}_B}{\sqrt{\frac{(n'-1)S_x^2 + (n''-1)S_y^2}{n'+n''-2}} \sqrt{\frac{1}{n'} + \frac{1}{n''}}}$  ?
21. Перевірка правильності  $H_0 : D_x = D_y$ .
22. Який статистичний критерій вибирається для перевірки правильності  $H_0 : D_x = D_y$  ?
23. Який закон розподілу ймовірностей має статистичний критерій  $F = \frac{S_{\delta}^2}{S_M^2}$  ?
24. Які існують підстави для висунення гіпотези про закон розподілу ознаки генеральної сукупності?
25. Що називають емпіричними частотами?
26. Що називають теоретичними частотами?
27. Записати формулу для теоретичної частоти, якщо припускається, що ознака  $X$  має пуассонівський закон розподілу ймовірностей.
28. Записати формулу для обчислення теоретичних частот, якщо припускається, що ознака  $X$  генеральної сукупності має експоненціальний закон розподілу.
29. Записати формули для обчислення теоретичних частот, якщо припускається, що ознака  $X$  генеральної сукупності має нормальний закон розподілу.
30. Критерій узгодженості Пірсона.
31. Загальна методика перевірки правильності  $H_0$  про закон розподілу ознаки генеральної сукупності.