НЕСТАНДАРТНІ ПРИКЛАДНІ ЗАДАЧІ ЗАСТОСУВАННЯ ПОХІДНОЇ

Яненко А.А.

Національний авіаційній університет, Київ

Науковий керівник- Петрусенко В.П., доц., канд. техн. наук.

Ключові слова: екстремум, похідна, функція

Вступ

Кожна людина час від часу виявляється у ситуації, коли треба знайти найкращий спосіб вирішення будь-якого завдання, і математика стає засобом вирішення проблем організації виробництва, пошуків раціональних рішень. Важливою умовою підвищення ефективності виробництва та життєдіяльності, поліпшення якості життя є широке використання математичних методів у техніці та практиці.

Одним із кращих рішень проблем є застосування похідної функції. Вона використовується всюди, де є нерівномірний перебіг процесу: і нерівномірний механічний рух, і змінний струм, і хімічні реакції, і радіоактивний розпад речовини, і т.д.

Матеріали і методи

Серед багатьох завдань, які вирішуються за допомогою похідної, найважливішими є завдання знаходження екстремуму функції та пов'язане з нею завдання знаходження найбільшого чи найменшого значення відповідних функцій.

Наприклад в геометрії похідна характеризує кривизну графіка, в біології-швидкість розмноження мікроорганізмів, в економіці-вихід продукту на одиницю витрат, в хімії-швидкість хімічних реакцій, у механіці- швидкість нерівномірного прямолінійного руху.

Ззадача 1. По один бік від стіни висотою 30 м по горизонтальній площині їздить кран. По інший бік стіни на відстані 10 м від неї лежить вантаж. Башня крана має висоту 20 м, а його стріла, що прикріплена до верхньої точки башні, може бути розміщена під будь-яким кутом до горизонту. За якої найменшої довжини стріли кран може підняти вантаж через стіну?

Очевидно, що довжина стріли залежить від відстані між краном та стіною (Рис.1).

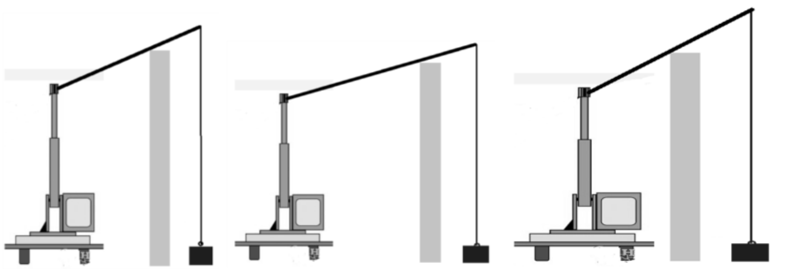

Рис. 1. Залежність довжини стріли крана від відстані до стіни

Побудуємо математичну модель задачі. Нехай x – відстань від крана до стіни. Розглянемо функцію $f(x) = \sqrt{x^2 + 10^2} \cdot \left(1 + \frac{10}{x}\right)$. Знайдемо її найменше значення на проміжку $(0; \propto)$.

$$f^{/}(x) = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+100}} \cdot \left(1 + \frac{10}{x}\right) + \sqrt{x^2 + 100} \cdot \left(-\frac{10}{x^2}\right),\ f^{/}(x) = 0, \text{ якщо } \frac{x^3-1000}{x^2 \cdot \sqrt{x^2+100}} = 0.$$

Таким чином $x = 0$ – стаціонарна точка функції. Похідна змінює свій знак з мінуса на «плюс» у точці $x = 0$. Отже, $x = 0$ – точка мінімуму.

$$\lambda = \sqrt{10^2 + 10^2} \cdot \left(1 + \frac{10}{10}\right) \approx 28{,}3.$$

Отже, найменша довжина стріли крана має становити 28,3 м.

Задача 2. Реакція організму на введені ліки може виявлятися підвищенням кров'яного тиску, зменшенням температури тіла, зміною пульсу чи іншими фізіологічними показниками. Припустимо, що через x позначено дозу призначених ліків. А ступінь реакції y визначається функцією $y = x^2(a - x)$, де a − деяка додатна стала. При якому значенні x реакція максимальна?

Знайшовши похідну функції, яка є математичною моделлю наведеної задачі і розв'язавши рівняння $2ax - 3x^2 = 0$, з'ясовуємо, що ця функція має єдину критичну точку $x_0 = \frac{2a}{3}$. Оскільки при переході через цю точку знак похідної змінюється з «+» на «-», то на основі достатньої умови існування екстремуму в точці робимо висновок, що дана точка є точкою максимуму функції y. Таким чином, реакція максимальна при $x_0 = \frac{2a}{3}$.

Результати

Побудова і математичний опис певних прикладних задач з наступним розв'язанням дозволяє ефективне і раціональне вирішення практичних задач у різних сферах життєдіяльності людини.

Висновки

За допомогою похідної можна розв'язувати прикладні задачі у різних галузях промисловості та науки: будівництві, біології, хімії, архітектури тощо.

Список використаних джерел:

1. Погребний В. Узагальнення поняття похідної // Фізико-математична освіта: науковий журнал, 2017. Випуск 2(12), С.124-129.

2. Похідна та її застосування [Текст]: навчальний посібник / В.М. Кузнецов, Т.М. Бусарова, Т.А. Агошкова, І.В. Клименко, Н.В. Міхєєва; Дніпропетр. нац. ун-т залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – Дніпро, 2017. – 104 с.

3. Чорний В.З., Хохлова Л.Г., Хома-Могильська С.Г. Прикладні аспекти диференціального числення: Навчальний посібник.-Тернопіль: "Тайп", 2016.-72 с