

УДК 539.3

**ОПТИМІЗАЦІЯ ФОРМИ І СТРУКТУРИ ВЕЛИКОПРОГОНОВИХ  
ОБОЛОНОК ПОДВІЙНОЇ КРИВИЗНИ**

*кандидат технічних наук, Костира Н.О.*

*Національний авіаційний університет, Київ*

Задачі оптимального проектування форми оболонок не мають загальної математичної формалізації і зводяться до вибору таких геометричних параметрів конструкції, які б задовольняли різним критеріям оптимальності. Ці задачі можна віднести до класу зворотніх задач теорії оболонок і для їх розв'язання на основі методів нелінійного програмування необхідне попереднє представлення області розв'язку в просторі стану з використанням аналізу чутливості, що пов'язано зі значними математичними труднощами. Тому більш доцільними є використання спеціальних алгоритмів геометричного моделювання, у тому числі управління формою за обмеженою кількістю узагальнених параметрів проектування, зміна яких суттєво впливає на функцію відповідного критерію якості для конкретно розглянутої задачі.

В [1, 2, 3, 4, 5] представлені спеціальні алгоритми нелінійного деформування оболонкових систем, як еволюційної задачі у просторі станів деформування і формозміни розрахункових скінченноелементних моделей. Розв'язки задач побудовані на основі явних і неявних різницьових схем, співвідношень нелінійної теорії пружності і пластичності, методів Ньютона-Канторовича та нелінійного програмування.

Для розв'язання задачі оптимального проектування великопрогонуового покриття видовищної споруди розроблений комплексний підхід, який заснований на об'єднанні методу розрахунку на міцність за граничним станом з урахуванням розвитку локальних зон пружно-пластичних деформацій та пошукового (прямого) методу оптимізації форми і структури комбінованої оболонкової конструкції, що включає: а) власне саму тонколистову оболонку; б) стабілізуючий залізобетонний шар товщиною 30 мм (враховується тільки вага); в) опорний трубобетонний контур типу просторове криволінійне ребро-кривий брус з достатньо великою жорсткістю; г) внутрішнє кільце (симетричне ребро – з нульовим ексцентриситетом) овальної форми з пружно-піддатливими поперечними в'язями; д) комбіновану конструкцію арки в середньому перерізі покриття (верхній пояс – жорстке ребро оболонки, нижній пояс – розтягнутий шпренгель, пружно-піддатливі в'язі розміщені за напрямом шпренгеля). Математична модель задачі має стандартну форму [6] і містить:

- цільову функцію

$$f(b, u) \equiv \sigma_{\max}(b, u) \rightarrow \min; \quad (1)$$

- обмеження у вигляді рівностей (система нелінійних рівнянь рівноваги)

$$h_k(b, u) = 0; \quad (2)$$

- обмеження у вигляді нерівностей

$$\max \sigma(b, u) \leq |\sigma^T|; \quad (3)$$

- розширений критерій Мізеса [7, 8]

$$\frac{3}{2} I_1(\hat{S}^2) \cos^2 \alpha - \sigma_s^2 \leq 0; \quad (4)$$

- параметричні обмеження

$$\begin{cases} \overset{\circ}{b} \geq \overset{*}{b} \geq \overset{(k)}{b}; \\ \overset{\circ}{u} \geq \overset{*}{u} \geq \overset{(k)}{u}, \end{cases} \quad (5)$$

де  $\{b\} = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$  - вектор змінних проектування;  $\{u\} = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$  - вектор змінних стану – переміщень;  $\hat{S}$  - тензор - девіатор функції напружень;

$$\alpha = \frac{1}{3} \arcsin \left[ -\sqrt{6} \frac{I_1(\hat{S}^3)}{I_1^{3/2}(\hat{S}^2)} \right] - \text{параметр Лоде – Надаї [7];} \quad (6)$$

Результати оптимального проектування і розрахунку на міцність за граничним станом для розглянутого класу механічних систем наведені на прикладі великопрогонової комбінованої оболонкової конструкції покриття овальної форми в плані з розмірами 145 × 85 м (рис.1).

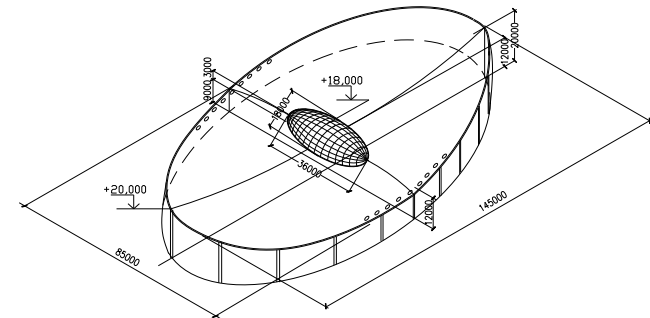


Рис. 1. Комбінована оболонкова конструкція покриття

Розв'язання такої задачі оптимізації тільки побічно пов'язане з найбільш розвинутою методологією вагової оптимізації і передбачає оптимізацію форми та структури просторових механічних систем, при цьому за головний критерій якості береться не мінімізація ваги, а мінімізація функції напружень.

Задача оптимізації форми і структури просторових механічних систем складної форми вимагає попереднього розв'язку цілої низки проблем: ефективного геометричного дискретного моделювання розрахункової схеми для відповідного чисельного методу, попередній розв'язок задачі про мінімальну серединну поверхню для вибраного у першому наближенні

зовнішнього опорного контуру, урахування різних природних і спеціальних обмежень, які необхідні для отримання адекватного реалістичного проекту розглянутого класу механічних систем, вибір ефективних підходів і алгоритмів, а також їх комбінацій з множини відомих в теорії нелінійного програмування, аналізу чутливості, нелінійної теорії пружності і пластичності.

На основі розробленої методики нелінійного деформування гнучких оболонок і спеціального алгоритму оптимізації форми і структури комбінованих оболонкових систем розв'язана задача розрахунку на міцність з урахуванням пружно-пластичних деформацій сильно нелінійної тонколистової оболонки на пружно-піддатливому криволінійному у просторі контурі. Результати оптимального проектування і розрахунку на міцність за граничним станом наведені на прикладі великопрогонової комбінованої конструкції покриття, овальної у плані, з розмірами 145x85 м. Тонка гнучка оболонка з приведеним конструктивно-ортотропним матеріалом  $E_2^{(e)} = 1,64 \cdot 10^6 \text{ кз/см}^2$ ,  $E_3^{(e)} = 1,52 \cdot 10^6 \text{ кз/см}^2$ ,  $G_{23} = 0,81 \cdot 10^6 \text{ кз/см}^2$ ,  $\nu_{32} = 0,3$ ,  $\nu_{23} = 0,32$ , що за еквівалентними характеристиками циліндричної і згинальної жорсткостям відповідає реальній конструкції тонколистової оболонки товщиною 0,4 см і постелі з прокатної полоси 300x8 мм, розташованої у радіальному напрямі з середнім кроком 350 см і широтному напрямі – прокатних вставок із полоси 200x6 мм із кроком 350 см.

Нитки скінченної жорсткості в радіальному напрямі спираються на пружно-піддатливий зовнішній контур з труобетону і пружне опорне кільце еліптичної форми у плані з розмірами 36x18 м. Розрахункова схема покриття з урахуванням двох площин симетрії та дискретна модель 1/4 частини покриття наведені на рис. 2.

У якості перемінних проектування прийняті два параметри форми поверхні покриття, яка описується канонічними рівняннями гіперболічного параболоїду, сім параметрів жорсткості елементів каркасу покриття і два структурних параметра. Всього задіяні одинадцять параметрів проектування. Початкові значення і їх зміни у межах інтервалів раціонального проектування мають вигляд:

$$\begin{aligned} \{b_i^0\}_{i=1,11} &= \left\{ b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, b_7, b_8, b_9, b_{10}, b_{11} \right\} = \\ &= \left\{ 800,0; -800,0; 102,0; 70,0; 14,0; -16,25; 0,4; 7,5 \cdot 10^4; 9,0 \cdot 10^4; 1,0; 600,0 \right\}; \\ \{\delta b_i^0\}_{i=1,11} &= \left\{ \delta b_1^0, \delta b_2^0, \delta b_3^0, \delta b_4^0, \delta b_5^0, \delta b_6^0, \delta b_7^0, \delta b_8^0, \delta b_9^0, \delta b_{10}^0, \delta b_{11}^0 \right\} = \\ &= \left\{ 100,0; 200,0; 20,0(0,2); 2,0; 2,0; 3,5; 0,05; 1,5 \cdot 10^4; 2,0 \cdot 10^4; 1,0; 300,0 \right\}, \end{aligned}$$

де  $b_1 \equiv f_a$ ;  $b_2 \equiv f_b$  - параметри форми серединної поверхні (стріли підйому в поздовжньому і поперечному перерізах);  $b_3 \equiv D_{mp}(t_p)$ ;  $b_4 \equiv e_x^{mp}$ ;  $b_5 \equiv h_s$ ;

$b_6 \equiv e_x^{ap}$ ;  $b_7 \equiv h_0$ ;  $b_8 \equiv R_0^1$ ;  $b_9 \equiv R_0^2$ ;  $b_{10} \equiv K_p = 1, 2$  - число сполучень оболонки з каркасом;  $b_{11} \equiv l_k$  - крок опорних колон.

Параметричні обмеження на компоненти  $\{b\}$  прийняті у межах норм проектування з урахуванням обмежень за міцністю у граничному стані і локальній втраті стійкості за ступенем розвитку пружно-пластичних деформацій. Обмеження за максимальними прогинами оболонки і переміщеннями основних елементів каркасу – зовнішнього опорного контуру і внутрішнього опорного кільця під конструкції світового ліхтаря – наступні:

$$u_{49}^2 \leq 4,0 \text{ см}; u_{1349}^2 \leq 12,0 \text{ см}; u_{1301}^3 \leq 8,0 \text{ см}; u_{49}^1 \leq 100,0 \text{ см};$$

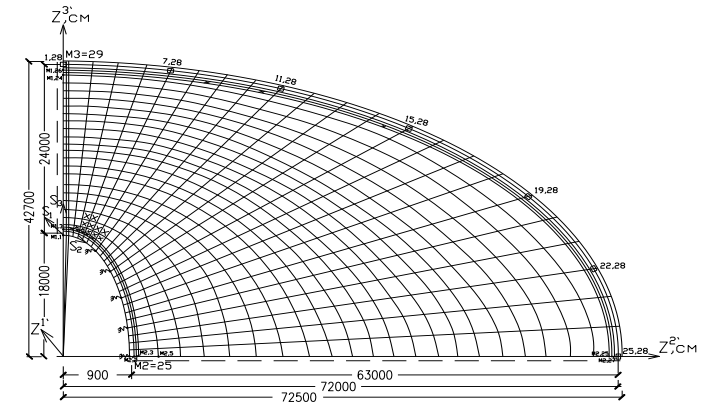


Рис. 2. Розрахункова схема  $\frac{1}{4}$  покриття з урахуванням двох площин симетрії

При обмеженій кількості узагальнених параметрів проектування вектора  $\{b_i\}$ ,  $i = 1 \div 11$ , найбільш ефективними (при сильній нелінійності обмежень у вигляді рівностей) є пошукові методи (прямі) оптимізації [6, 9], які засновані на обчисленні значень цільової функції для даного вектора значень параметрів проектування, послідовність зміни яких реалізується відповідно до формули:

$$\vec{b}^{t+1} = \vec{b}^t + \delta \vec{b}^t, t = 0, 1, 2, \dots, k, \quad (7)$$

де  $t$  – номер ітерації прямого пошуку,  $\delta \vec{b}^t$  - величина зміни вектора параметрів проектування.

Сутність методу прямого пошуку полягає в зміні кожний раз на окремій ітерації „ $t$ ” однієї перемінної проектування (однієї компоненти незалежного вектора  $\vec{b} \equiv \{b\}$ ), тоді як інші залишаються сталими, поки не буде досягнутий мінімум цільової функції. У зв'язку з обмеженим числом перемінних

проектування в даній роботі використовується алгоритм оптимального прямого пошуку Хука і Дживса [9].

В розрахунковій схемі і дискретній моделі на рис. 2 наведені значення параметрів проектування, які отримані за алгоритмом визначення оптимального проекту, виконаний остаточний розрахунок на міцність у позаграничному стані матеріалу оболонки і примикань вставок до елементів каркасу з обмеженнями за розвитком пластичних деформацій.

Від дії максимальних навантажень отримані чисельні результати напружено-деформованого стану, які наведені у вигляді ізоліній і епюр внутрішніх зусиль. На рис. 3 представлені епюри поздовжніх сил і тангенціальних згинних моментів у зовнішньому контурі, а також епюри поздовжніх сил і поперечних згинних моментів у внутрішньому контурі. Також отримані ізолінії мембранних напружень в межах фрагменту тонколистової оболонки. Максимальні напруження мають локальний характер розповсюдження в області розвитку пластичних деформацій і досягають  $3500\text{-}3700 \text{ кгс/см}^2$  ( $350\text{-}370 \text{ МПа}$ ), тобто у межах  $\sigma^T = 3400 \text{ кгс/см}^2$  для площадки текучості якісної легованої сталі 09Г2С ( $\sigma^T = 3300 \text{ кгс/см}^2$ ) при повторному навантаженні (з урахуванням зміцнення матеріалу сталі на 10%). Мінімальні стискаючі напруження у тонколистовій оболонці спостерігаються в області примикання (II типу) і досягають величини  $\sigma^{\min} = -4000 \text{ кгс/см}^2$ , що відповідає граничній величині втрати локальної стійкості для сталі 09Г2С, тобто маємо одновісний напружений стан, але зони складкоутворення запропонованої конструкції тонколистової оболонки практично виключаються.

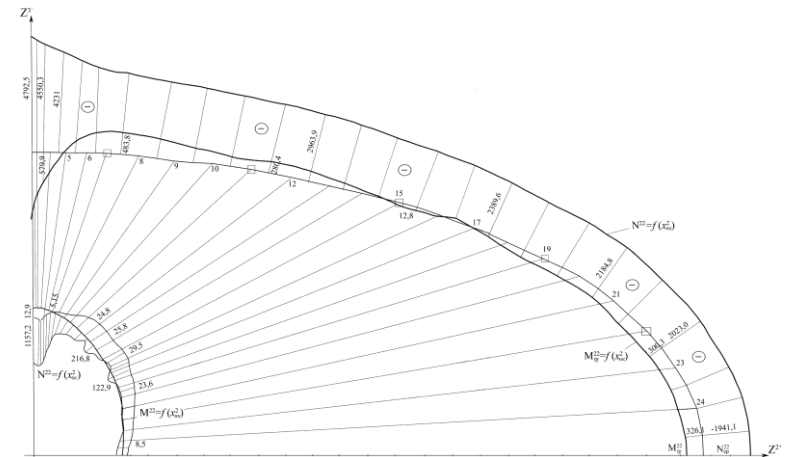


Рис. 3. Епюри поздовжніх сил і тангенціальних згинних моментів в опорному і внутрішньому контурах

## ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Цихановський В. К. Несущая способность комбинированных оболочечных конструкций с учётом развития пластических деформаций / В. К. Цихановський, С. М. Козловец, Н. А. Костыра // Промислове будівництво та інженерні споруди. – 2008. – №3. – К.: ВАТ “УкрНДІпроектстальконструкція” ім. В.М. Шимановського. – С. 17–21.
2. Баженов В. А. Метод скінченних елементів у задачах нелінійного деформування тонких та м'яких оболонок / В. А. Баженов, В. К. Цихановський, В. М. Кислоокій. – Київ: КНУБА, 2000. – 386 с.
3. Шимановский А. В. Теория и расчет сильнонелинейных конструкций / А. В. Шимановский, В. К. Цыхановский – К.: Изд-во «Сталь», 2005. – 432 с.
4. Цыхановский В. К. Расчет тонких плит на упругом основании методом конечных элементов / В. К. Цыхановский, С. М. Козловец, А. С. Коряк. – К.: Изд-во «Сталь», 2008. – 234 с.
5. Цихановський В. К. Оптимізація форми і структури комбінованої оболонкової системи / В. К. Цихановський, С. М. Козловець, Н. О. Чабан // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Київ: КНУБА, 2007. – №77. – С. 51–62.
6. Хог Э. Прикладное оптимальное проектирование: Механические системы и конструкции / Э. Хог, Я. Арора; пер. с англ. В. М. Картвелишвили и А. А. Меликяна. – М.: Мир, 1983. – 478 с.
7. Теллес Д. К. Ф. Применение метода граничных элементов для решения неупругих задач / Д. К. Ф. Теллес; пер. с англ. канд. техн. наук В. Н. Сидорова. – М.: Стройиздат, 1987. – 160 с.
8. Прагер В. Введение в механику сплошных сред / В. Прагер. – М.: ИЛ, 1963. – 312 с.
9. Химельблау Д. Прикладное нелинейное программирование / Д. Химельблау; пер. с англ. канд. техн. наук В. Н. Сидорова. – М.: Мир, 1975. – 534 с.

## РЕФЕРАТ

УДК 539.3

**ОПТИМІЗАЦІЯ ФОРМИ І СТРУКТУРИ ВЕЛИКОПРОГОНОВИХ  
ОБОЛОНОК ПОДВІЙНОЇ КРИВИЗНИ / Костира Н.О. // Строительство,  
материаловедение, машиностроение: Сб. науч. трудов. Вып.№61. - Дн-  
вск., ПГАСА, 2011.- С.6 табл.0.- рис.3. - Библиогр.:(9 назв.)**

Стаття присвячена задачі оптимального проектування форми оболонки. Зазначені комбіновані оболонкові системи мають довільну форму в плані і складну конфігурацію в просторі при наявності подвійної гаусової кривизни, тому найбільш придатними методами розрахунку таких механічних систем є чисельні методи.

В роботі віддається перевага одному з найбільш ефективних із чисельних методів – методу скінченних елементів (МСЕ). На основі дискретного моделювання розв'язуються задачі оптимального проектування і розрахунку на міцність комбінованих гнучких оболонкових систем. Створення працездатної теорії нелінійного деформування тонкостінних просторових конструкцій є однією з важливих проблем у галузі будівельної механіки, математичної фізики, нелінійної теорії пружності і пластичності, чисельних розрахунків механічних систем, нелінійного програмування.

Таким чином, побудова аналітично-чисельної методики уточненого розрахунку просторових конструктивно-неоднорідних оболонкових конструкцій є актуальною задачею.

Отримані результати пройшли внутрішні перевірки рівноваги окремих фрагментів комбінованої оболонкової системи, дотримання граничних умов, умов сумісності деформацій елементів різної мірності комбінованої механічної системи, а також забезпечують достатню внутрішню збіжність ітераційного процесу розв'язку систем нелінійних рівнянь на всіх рівнях.