МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ГУСИНІН АНДРІЙ ВЯЧЕСЛАВОВИЧ

УДК 681.5.015.24:629.7(043.3)

МЕТОДИ РОЗВ’ЯЗАННЯ НЕЛІНІЙНИХ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ РУХОМ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ НА ОСНОВІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ

Спеціальність 05.13.03 – системи та процеси керування

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора технічних наук

Київ 2021

Дисертацією є рукопис.

Роботу виконано на кафедрі комп’ютерних інформаційних технологій Навчально-наукового Інституту комп’ютерних інформаційних технологій Національного авіаційного університету Міністерства освіти і науки України.

Науковий консультант
доктор технічних наук, професор
Зіатдінов Юрій Кашафович,
Національний авіаційний університет,
Заслужений працівник освіти України,
професор кафедри комп’ютерних інформаційних технологій факультету кібербезпеки, комп’ютерної та програмної інженерії.

Офіційні опоненти:
доктор технічних наук, професор,
член-кореспондент НАН України
Алпатов Анатолій Петрович,
Заслужений діяч науки і техніки України,
Інститут технічної механіки НАН та ДКА України,
завідувач відділу системного аналізу та проблем керування;

доктор технічних наук, професор
Машков Олег Альбертович,
Заслужений діяч науки і техніки України,
лауреат Державної премії України в галузі науки і техніки, Відмінник освіти України,
Державна екологічна академія післядипломної освіти та управління, проректор з наукової роботи;

доктор технічних наук, професор
Котляров Володимир Петрович,
Центральний науково-дослідний інститут Збройних сил України,
головний науковий співробітник.

Захист відбудеться «22» квітня 2021 р. о 15^{00} годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.062.03 при Національному авіаційному університеті за адресою: 03058, м. Київ, пр. Любомира Гузара, 1, корп. 1, ауд. 1.001.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Національного авіаційного університету за адресою: 03058, м. Київ, пр. Любомира Гузара, 1.

Автореферат розіслано «16» березня 2021 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради
Д 26.062.03 Н. С. Кузьменко

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Реалізація науково-технічного потенціалу України в галузі створення перспективних зразків авіаційно-космічної техніки та широкий спектр завдань, що на них покладаються, потребують розв’язання низки задач щодо оптимізації траєкторного руху літальних апаратів (ЛА). Сучасні високопродуктивні малогабаритні бортові комп’ютери, бездротові телекомунікаційні системи та відповідне програмне забезпечення дозволяють успішно вирішити ці складні завдання.

Як різновиди сучасних та перспективних ЛА у дисертації розглядаються автономні безпілотні літальні апарати (БЛА): багаторазові авіаційно-космічні системи (АКС) типу «повітряний старт» та аеростатичні літальні апарати (БАЛА). З теоретичної точки зору ці об’єкти керування, враховуючи зміну їх конструктивних параметрів (зміна мас, центрівок тощо), зміни режимів роботи двигунів та системи керування при виконанні цільових завдань, що пов’язані з виведенням у задані термінальні умови, можуть бути класифіковані як багаторежимні літальні апарати. Траєкторії їх руху є багатоетапними та складаються із декількох ділянок, всередині яких змінні вектору стану є неперервними, а на межах ділянок може відбуватися їх перервна зміна, не виходячи за межі прийнятих обмежень. В дисертаційній роботі під багатоетапним керуванням розуміється керування автономним безпілотним ЛА під час їх польоту за багатоетапною траєкторією з урахуванням змін характеристик та режимів роботи систем апарата на кожній ділянці польоту.

Створення автономних безпілотних літальних апаратів для виконання ними специфічних задач (виведення корисного навантаження на орбіту, вирішення термінових задач моніторингу, нагляду, зв’язку у заданому районі тощо) диктує необхідність оперативного синтезу керування та траєкторій з метою забезпечення оптимального виведення у задані термінальні умови. Проблеми неперервної оптимізації багатоетапного процесу керування літальними апаратами у реальному масштабі часу визнані у світі такими, що є актуальними з наукової та практичної точок зору. Це пов’язано з тим, що високі вимоги до якості керування обумовлюються обмеженістю енергоресурсів, необхідністю точного виконання кожного етапу польоту, від яких залежить ефективність їх застосування. Точний вихід у задані термінальні умови та подальше виконання поставлених завдань залежить, насамперед, від оптимізації керування та траєкторії у реальному масштабі часу. При цьому, вплив параметричних та зовнішніх збурень потребує неперервної оптимізації траєкторії польоту у реальному часі на всіх етапах польоту.

Питання оптимізації динамічних процесів із різними підходами до їх розв’язання розглядалися у роботах Понтрягіна Л. С., Беллмана Р., Сейджа Е. П., Брайсона А., Кротова В. Ф., Красовського М. М., Гамкрелідзе Р. В., Лоудена Д.Ф., Болтянського В. Г., Лєтова А. М., Красовського А. А., Михалевича В. С., Кунцевича В. М., Вороніна А. М., Зіатдінова Ю. К., Лисенка О. І. та багато інших. До сьогодні, задача оптимізації багатоетапного траєкторного руху автономних безпілотних ЛА бортовими засобами повністю не розв’язана. Це пов'язано зі складністю проведення оперативного, в реальному масштабі часу, синтезу алгоритмів оптимальних багатоетапних процесів керування рухом ЛА, що описуються нелінійними диференціальними рівняннями, традиційними методами оптимізації. Виходячи з практичного застосування, більшість з цих методів базується на методах Понтрягина Л. С., Бєллмана Р., Красовського М. М., Красовського А. А. та їх модифікацій. Математичні та обчислювальні труднощі їх використання для розв'язання нелінійних задач оптимального керування пов'язані з необхідністю численного інтегрування диференціальних рівнянь руху ЛА, розв'язання важко вирішуваної двоточкової крайової задачі або чисельним інтегруванням диференціальних рівнянь у часткових похідних. Вплив параметричних збурень та збурень навколишнього середовища потребує неперервної оптимізації в реальному часі траєкторії польоту ЛА протягом усього процесу керування. У зв'язку з цим розвиток методів розв'язання нелінійних задач оптимального термінального керування рухом літальних апаратів у реальному часі є актуальною науковою проблемою, що має важливе практичне значення для створення перспективних зразків авіаційно-космічної техніки.

Інше актуальне в науковому та практичному плані завдання полягає у розв'язанні задачі багатокритерійної оптимізації термінального керування багатоетапним рухом БЛА, що описується нелінійними диференціальними рівняннями. Як відомо, процес керування БЛА при виведенні у задані термінальні умови оцінюється багатьма критеріями, залежно від характеристик літального апарата, цільової задачі та функціонування систем апарата на окремих етапах польоту. Ці критерії часто суперечать один одному, поліпшення одного з них неминуче призводить до погіршення інших. Однак не можна нехтувати жодним з них, оскільки тільки у своїй сукупності вони дають повне уявлення про керований багатоетапний рух апарата. Тут необхідно розв'язувати нелінійну задачу оптимізації, що полягає у знаходженні оптимального компромісного розв'язку серед усіх критеріїв якості з урахуванням обмежень на область їх припустимих значень.

Вплив параметричних та зовнішніх збурень потребує неперервної оптимізації у реальному часі траєкторії польоту під час всього процесу керування. Для розв'язання задач синтезу алгоритмів оптимального керування траєкторним рухом ЛА при дії збурень широке розповсюдження останнім часом отримали методи стохастичної оптимізації, теорії адаптивно-робастного керування, нейро-нечіткого керування тощо. Однак, застосування цих підходів ускладнено через відсутність статистичних характеристик випадкових збурень, потребує наявності апріорної інформації про збурювання або реалізує прогнозування динаміки системи без оцінювання діючих збурень, є занадто складним при реалізації в режимі реального часу та ще не знайшло широкого практичного застосування. Високій порядок нелінійних диференціальних рівнянь руху, зміна динамічних характеристик апарата, невизначеність стохастичних характеристик збурень, забезпечення гарантії виведення у задані термінальні умови є факторами об'єктивної складності, які ускладнюють розв'язання цієї проблеми бортовими засобами апарата у реальному часі. Для вирішення цієї проблеми постає актуальне та наукове завдання розробки гарантовано-адаптивних алгоритмів оптимального керування багатоетапним рухом БЛА, яке можливо розв'язати бортовими засобами апарата у реальному часі.

Відомі також операційні методи розв'язання задач оптимального керування, що дозволяють шляхом переходу з області оригіналів в область зображень з відсутнім часовим аргументом звести складну задачу синтезу алгоритмів оптимального керування до більш простої задачі, яку можна досить легко розв'язати чисельними методами. Серед таких методів відомий операційний метод диференціальних перетворень (МДП), основи якого розроблені Г. Є. Пуховим. Застосування цього методу до оптимізації керування динамічними об'єктами отримало розвиток у роботах Баранова В. Л., Уруського О. С., Засядько А. А., Симоняна С. О. та ін. Вказаний підхід має обмеження, властиві усім методам, які використовують ряд Тейлора, а саме: обмеження інтервалу, на якому розглядається задача, радіусом збіжності ряду Тейлора, та необхідність забезпечення потрібної точності розв'язку зменшенням інтервалу або збільшенням кількості дискрет. Крім цього, є й певні складності математичного та обчислювального характеру із знаходженням відображення нелінійних складових диференціальних рівнянь руху динамічних об'єктів. Усунення даних обмежень та складностей з метою забезпечення можливості використання диференціальних перетворень (ДП) для розв'язання нелінійних задач оптимізації багатоетапного траєкторного руху ЛА потребує подальшого розвитку математичного апарата диференціальних перетворень.

Траєкторний рух БЛА при виведенні у задані термінальні умови описується нелінійними звичайними диференціальними рівняннями, використання яких для оптимізації руху бортовими обчислювальними засобами надто ускладнено внаслідок математичних та обчислювальних складностей розв'язання нелінійних задач оптимізації у реальному часі. Оптимізація за спрощеною моделлю призводить до квазіоптимального керування, що не дозволяє максимально реалізувати енергетичні можливості ЛА.

Таким чином, розвиток теорії та методів розв'язання нелінійних задач оптимального керування рухом літальних апаратів та їх застосування для розв'язання задач оптимізації керування багатоетапним процесом виведення БЛА у задані термінальні умови є актуальною науковою проблемою, що має важливе практичне значення для створення перспективних зразків авіаційно-космічної техніки.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота відповідає основним науковим напрямкам розвитку науки і техніки України на період до 2021 року (відповідно до Закону України «Про пріоритетні напрями інноваційної діяльності в Україні», постанова Кабінету міністрів України № 294 від 12.03.2012 р., № 980 від 18.10.2017 р. «Про затвердження середньострокових пріоритетних напрямів інноваційної діяльності галузевого рівня на 2012–2016 та 2017–2021 роки) та виконана відповідно до Загальнодержавної цільової науково-технічної космічної програми України на 2013–2017 роки (завдання 5. «Створення космічних комплексів») та Стратегічного плану розвитку авіаційного транспорту України на період до 2020 року, затвердженого розпорядженням Кабінету Міністрів України від 20 жовтня 2010 року № 2174-р. Робота відповідає планам НДР Міністерства освіти і науки України в рамках виконання науково-дослідних робіт: НДР № 2020-п «Методи та системи керування бездротовими сенсорними мережами із мобільними сенсорами, телекомунікаційними наземними вузлами та аероплатформами у зоні надзвичайної ситуації» (номер державної реєстрації – № 0117U004282); НДР № 50/07.01.05 «Методи оптимального керування складеними динамічними об'єктами» та є частиною досліджень, що проводяться на кафедрі комп'ютерних інформаційних технологій ФКН Навчально-наукового Інституту комп'ютерних інформаційних технологій Національного Авіаційного Університету і спрямовані на подальше удосконалення методів підвищення ефективності керування літальними апаратами.

Мета і завдання дослідження. Метою дисертаційної роботи є розвиток методів розв'язання нелінійних задач оптимального керування рухом ЛА на основі диференціальних перетворень та їх застосування до оптимізації багатоетапного процесу виведення автономних БЛА у задані термінальні умови.

Поставлена мета дисертаційного дослідження досягається розв'язанням наступних задач:

1. Розвиток методу диференціальних перетворень для розв'язання нелінійних звичайних диференціальних рівнянь.

2. Розвиток методу диференціальних перетворень для розв'язання крайових задач, що описуються нелінійними звичайними диференціальними рівняннями.

3. Розробка методу дискретно-аналітичного відображення у дискретні моделі нелінійних задач термінального виведення ЛА.

4. Розробка методу оптимізації багатоетапного керування процесом термінального виведення ЛА.

5. Розробка методу багатокритерійної оптимізації процесів багатоетапного виведення ЛА у задані термінальні умови.

6. Розробка методу оптимізації гарантовано-адаптивного керування термінальним виведенням ЛА в умовах дії невизначених збурень.

7. Дослідження шляхів практичного застосування розроблених методів оптимізації до оперативного синтезу алгоритмів оптимального багатоетапного керування виведенням АКС на орбіту та БАЛА у задані термінальні умови.

Об'єктом дослідження є процес оптимального керування траєкторним рухом ЛА.

Предметом дослідження є методи розв'язання нелінійних задач оптимального керування рухом ЛА на основі диференціальних перетворень.

Методи дослідження. Проведені в роботі дослідження базуються на застосуванні математичного апарата диференціальних перетворень функцій та рівнянь, використанні методів теорії оптимального керування, диференціальних ігор, математичного моделювання та динаміки польоту літальних апаратів.

Наукова новизна отриманих результатів

1. Розвинута наукова та методична база для забезпечення розв'язання нелінійних задач оптимального керування рухом ЛА на основі математичного апарата диференціальних перетворень. Зокрема, розвинуті та розроблені нові

методи розв’язання нелінійних звичайних диференціальних рівнянь, нелінійних крайових задач та метод дискретно-аналітичного відображення в область зображень вихідної нелінійної математичної моделі руху ЛА. Відмінність полягає у підвищенні ефективності їх розв’язання завдяки відсутності необхідності чисельного інтегрування диференціальних рівнянь, можливості отримання розв’язку в аналітичній формі та підвищенні його точності, спрощенні використання диференціальних перетворень для оперативної оптимізації керованих процесів.

2. Уперше розроблено модифікований метод диференціальних перетворень (ММДП) для розв’язання класу задач, математичні моделі яких описуються нелінійними звичайними диференціальними рівняннями, завдяки сумісному використанню методу основних диференціальних перетворень, методу припасовування та застосуванні апроксимації нелінійних складових диференціальних рівнянь поліномами Адоміана. Метод відрізняється від відомого розширенням інтервалу розв’язку, спрощенням дискретно-аналітичного відображення рівняння в область зображень та забезпечує зниження верхньої межі оцінки похибки в p^s раз, де p – кількість підінтервалів, на які розбивається заданий інтервал розв’язку, s – кількість врахованих дискрет диференціального спектра.

3. Запропоновано метод розв’язання крайових задач, які описуються нелінійними звичайними диференціальними рівняннями. На відміну від відомого, метод ґрунтується на базі модифікованого методу диференціальних перетворень та дозволяє спростити обчислення диференціальних зображень складних нелінійностей задачі, розширити інтервал та підвищити точність розв’язку.

4. Уперше розроблено метод дискретно-аналітичного відображення в область зображень вихідної нелінійної математичної моделі руху ЛА при виведенні у задані термінальні умови, що базується на застосування модифікованого методу диференціальних перетворень. Відмінність полягає у спрощенні побудови спектральної моделі траєкторного руху та приведенні її до вигляду, зручного для оптимізації багатоетапного керованого процесу.

5. Отримав подальший розвиток метод диференціальних перетворень в області застосування до розв’язання нелінійних задач оптимального керування рухом ЛА. Зокрема, розвинуті та розроблені нові методи розв’язання нелінійних задач оптимального термінального, багатокритерійного та гарантовано-адаптивного керування. Відмінність полягає у використанні модифікованого методу диференціальних перетворень, спрощенні розв’язання нелінійних задач оптимізації керованих процесів, можливості отримання розв’язку в аналітичній формі та здійснювати оперативний синтез керування.

6. Розвинуто чисельно-аналітичний метод розв’язання нелінійних задач оптимізації термінального керування рухом ЛА. На відміну від відомих, метод ґрунтується на удосконаленому дискретно-аналітичному відображенню нелінійних вихідних математичних задач в область зображень, модифікованому методі диференціальних перетворень та враховує багатоетапність траєкторного руху. Метод виключає необхідність чисельного інтегрування нелінійних диференціальних рівнянь, дозволяє отримувати алгоритм керування в

аналітичному вигляді, здійснювати оперативний синтез керування та проводити моделювання динамічного процесу у реальному часі.

7. Уперше розроблено чисельно-аналітичний метод багатокритерійної оптимізації для розв'язання нелінійних задач синтезу оптимального багатоетапного керування рухом ЛА завдяки використанню удосконаленого дискретно-аналітичного відображення задачі та модифікованого методу диференціальних перетворень, з використанням нелінійної схеми компромісів. На відміну від відомих розроблений метод дає можливість спростити процес знаходження розв'язку нелінійної багатокритерійної задачі оптимального керування та звести проблему векторної оптимізації до розв'язання скінченої системи нелінійних рівнянь відносно параметрів керування.

8. Уперше розроблено метод оптимізації гарантовано-адаптивного багатоетапного керування рухом ЛА при виведенні у задані термінальні умови при впливі невизначених збурень завдяки застосуванню удосконаленого дискретно-аналітичного відображення вихідної нелінійної математичної задачі в область зображень та модифікованого методу диференціальних перетворень. На відміну від відомих запропонований метод використовує диференціально-ігрову модель багатоетапного динамічного процесу, спрощує дискретно-аналітичне відображення вихідної математичної моделі в область зображень, не потребує чисельного інтегрування нелінійних диференціальних рівнянь, зводить проблему синтезу до розв'язання скінченої системи нелінійних рівнянь відносно параметрів керування та збурень та припускає аналітичний розв'язок задачі.

Практичне значення отриманих результатів

1. Розвиток теорії та методів розв'язання нелінійних задач оптимального керування рухом ЛА на основі диференціальних перетворень дозволяють в реальному часі здійснювати оперативну оптимізацію керування та траєкторії руху і найбільш повно реалізувати максимально можливі льотні характеристики автономних БЛА. Теоретичні основи дисертаційної роботи доведено до рівня алгоритмів оптимізації керування конкретних БЛА на етапі їх виведення у задані термінальні умови, наслідком реалізації котрих є підвищення ефективності їх функціонування.

2. Отримано алгоритм оптимального за витратою палива керування багатоетапним процесом виведення АКС на орбіту, що забезпечує приведення АКС в задані термінальні умови та досягнення наприкінці виведення максимальної швидкості.

3. Синтезовано алгоритм оптимального керування рухом БАЛА, що дозволяє здійснювати посадку БАЛА з досягненням мінімальної горизонтальної посадкової швидкості апарата.

4. Сформовано алгоритм багатокритерійного оптимального керування багатоетапним процесом виведення АКС на орбіту, що забезпечує компромісний розв'язок між термінальними похибками та тепловими навантаженнями на поверхні АКС.

5. Отримано алгоритм багатокритерійного оптимального керування рухом БАЛА на режимі зльоту з виведенням на задану висоту, що дає змогу мінімізувати енергетичні витрати та досягти максимальної горизонтальної швидкості.

6. Синтезовано гарантовано-адаптивний алгоритм керування процесом багатоетапного виведення АКС на орбіту, що володіє властивостями адаптації до дії збурень та забезпечує гарантію виведення в задані термінальні умови при дії обмежених збурень.

7. Сформовано гарантовано-адаптивний алгоритм багатоетапного керування рухом БАЛА на режимі зльоту з виведенням на задану висоту, що володіє властивостями адаптації до дії збурень та забезпечує гарантію виведення в задані термінальні умови при дії обмежених збурень.

Теоретичні і практичні результати дисертаційної роботи впроваджено на підприємствах: НВП «Хартрон-Аркос», м. Харків, Інституту проблем матеріалознавства ім. І. М. Францевича НАН України, м. Київ, Національного центру управління та випробувань космічних засобів, м. Київ та у навчальний процес Національного технічного університету України «КПІ ім. Ігоря Сікорського», м. Київ при викладанні дисциплін «Спеціальні розділи сучасної теорії автоматичного керування» та «Системи керування літальних апаратів», а також Національного авіаційного університету, що підтверджено відповідними актами. Крім того, результати дисертаційної роботи можуть бути використані при розробці тактико-технічних вимог до систем керування автономних БЛА, синтезу алгоритмів їх функціонування та розрахунків оптимальних траєкторій.

Особистий внесок здобувача. Основні положення та результати дисертації повною мірою висвітлені в опублікованих роботах автора [1–48]. Усі результати, подані в дисертаційній роботі, здобувачем отримано особисто. У наукових працях, що опубліковано у співавторстві, автору належать: [1] – метод дискретно-аналітичного відображення в область зображень вихідних нелінійних математичних моделей траєкторного руху ЛА на основі модифікованого методу диференціальних перетворень; [2] – модифікований метод диференціальних перетворень для розв'язання нелінійних диференціальних рівнянь, систем рівнянь та нелінійних крайових задач; [3] – оптимальне комбіноване керування автономним аеростатичним літальним апаратом на етапі зльоту; [8] – модифікований метод диференціальних перетворень; [9] – метод оптимізації керування рухом БАЛА на етапі зльоту з підняттям на задану висоту; [10] – дослідження ефективності оптимізації керування БАЛА на етапі зльоту; [11] – математична постановка та метод синтезу алгоритмів багатоетапного керування виведенням авіаційно-космічної системи на орбіту на базі диференціальних перетворень; [15] – метод синтезу гарантовано-адаптивного алгоритму керування процесом виведення АКС на орбіту в умовах дії невизначених збурень; [16] – гарантовано-адаптивний алгоритм керування багатоетапним траєкторним рухом БАЛА при виведенні на задану висоту в умовах дії невизначених збурень; [18] – метод синтезу оптимального алгоритму керування багатоетапним процесом виведення АКС на орбіту, алгоритм в аналітичному вигляді; [19] – модель оптимізації багатоетапного процесу керування; [20] – розв'язання задачі багатокритерійної оптимізації багатоетапного руху БАЛА; [22] – метод розв'язання нелінійних крайових задач на базі модифікованого методу диференціальних перетворень; [24] – оцінка зверху точності наближеного розв'язку нелінійних крайових задач багатоетапним методом диференціальних перетворень; [27] – математична постановка задачі, метод синтезу та алгоритм оптимального керування посадкою дирижабля; [28] – метод синтезу та алгоритм гарантовано-адаптивного керування багатоетапним траєкторним рухом БАЛА в умовах дії невизначених збурень; [29] – метод багатокритерійної оптимізації процесу керування виведенням транспортно-космічної системи з наносупутниками на орбіту; [30] – метод синтезу та алгоритм оптимального багатоетапного керування АЛА на основі диференціально-ігрового підходу; [31] – синтез алгоритму термінального керування дирижаблем на етапі зльоту; [32] – проект системи керування напівм'яким дирижаблем, що базується на автоматичному керуванні відхиленням вектору тяги; [33] – синтез та дослідження оптимального процесу керування рухом дирижабля з використанням зміщених диференціальних перетворень; [34] – аналіз можливості повітряного старту ракет-носіїв з аеростатичних платформ; [36] – дослідження термінального керування динамічним об’єктом з використанням модифікованого методу диференціальних перетворень; [38] – комбінований алгоритм керування виведенням АКС на орбіту; [40] – метод багатокритерійної оптимізації керування виведенням транспортно-космічної системи на орбіту; [45] – алгоритм багатокритерійної оптимізації процесу керування виведенням АКС з наносупутниками на навколоземну орбіту; [46] – розділи монографії: аеростатика, стійкість та керованість, пілотування, рівняння руху аеростатичних літальних апаратів; розробка спектральної моделі динаміки польоту дирижабля, проведення математичного моделювання руху дирижабля з керованим вектором тяги; [47] – розділи навчального посібника – елементи теорії диференціальних перетворень (пп. 1.5–1.7), спектральні моделі руху літальних апаратів (пп. 3.1–3.3), синтез оптимальних алгоритмів керування рухом літальних апаратів (пп. 4.3, 4.4), керування рухом літальних апаратів (пп. 5.2–5.4); [48] – розділи навчального посібнику – основи аеростатики дирижабля (пп. 1.1–1.3), стійкість та керованість (пп. 3.1, 3.3–3.5), динаміка керованого польоту дирижабля (пп. 4.2–4.4).

Апробація результатів роботи. Основні положення та результати дисертаційної роботи доповідались та обговорювалися на міжнародних і вітчизняних науково-практичних конференціях: IX міжнародна науково-практична конференція «АВІА-2009» (м. Київ, 2009); XIV, XV міжнародна молодіжна науково-практична конференція «Людина і космос» (м. Дніпропетровськ, 2012, 2013); 7th International airship convention (Friedchshafen, Germany, 2008); Международная научно-практическая конференция «Современные проблемы и пути их решения в науке, транспорте, производстве и образовании» (г. Одеса, 2009), Международная научно-практическая конференция «Современные направления теоретических и прикладных исследований» (г. Одеса, 2010); 12, 13, 14-а Українська конференція з космічних досліджень (м. Євпаторія, 2012, 2013, 2014), Міжнародна наукова конференція «Інтелектуальні системи прийняття рішень та проблеми обчислювального інтелекту» (м. Євпаторія, 2010, 2012, 2014); VII міжнародна конференція «Матеріали і покриття в екстремальних умовах:

дослідження, застосування, екологічно чисті технології виробництва та утилізації виробів» (м. Кацівелі, 2012); II міжнародна науково-практична конференція «Актуальні проблеми моделювання ризиків і загроз виникнення надзвичайних ситуацій на об'єктах критичної інфраструктури» (м. Київ, 2016); 4th International Conference on Methods and Systems of Navigation and Motion Control (Kyiv, 2016), 4th International Conference "Actual Problems of Unmanned Aerial Vehicles Development" (Kyiv, 2017).

Публікації. Основні положення та наукові результати дисертації опубліковано у 48 наукових працях, з яких: 4 – у закордонних наукових виданнях, 24 – у наукових фахових виданнях (в т.ч. 11 – одноосібних, 4 – у наукових фахових виданнях, які входять до переліку ВАК України, 20 – у фахових наукових виданнях, які включені до міжнародних наукометричних баз даних), 1 – монографія, 2 – учбових посібники та 17 – у збірниках матеріалів і праць міжнародних конференцій (у т.ч. 2 – у виданнях, що входять до наукометричної бази Scopus).

Структура і обсяг роботи. Дисертація складається із вступу, шести розділів, висновків, списку використаних джерел (293 найменувань, в т.ч. 202 кирилицею та 91 латиницею), додатків, містить 11 таблиць та 24 рисунків. Основний текст роботи викладено на 297 сторінках. Загальний обсяг роботи становить 342 сторінку.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтовано актуальність обраної теми, сформульовано мету та завдання дисертаційної роботи, визначено об'єкт та предмет дослідження. Наведено наукову новизну та практичне значення отриманих результатів, відомості щодо реалізації та апробації результатів роботи, стисло описана структура дисертації.

У першому розділі проведено аналіз особливостей термінального керування траєкторним рухом автономних безпілотних літальних апаратів, у якості котрих розглянуті авіаційно-космічні системи та аеростатичні літальні апарати, при виконанні ними цільових завдань, пов'язаних з виведенням у задані термінальні умови. Проаналізовані відомі методи розв'язання задач оптимального керування, відмічено основні труднощі їх застосування до розв'язання нелінійних задач оптимального керування рухом ЛА. Зазначено, що нелінійна задача оптимізації керування та траєкторії в реальному масштабі часу при виведенні у задані термінальні умови бортовими засобами керування повністю не вирішена. Причина полягає у тому, що застосування існуючих на сьогодні методів оптимізації є досить складним у математичному та обчислювальному відношенні для розв'язання нелінійних задач оптимального керування. Насамперед це пов'язано із необхідністю чисельного розв'язання бортовими засобами важко розв'язуваної двоточкової крайової задачі або диференціальних рівнянь у часткових похідних, а також необхідністю безперервної оптимізації траєкторії польоту у реальному часі при впливі параметричних збурень та збурень навколишнього середовища. Сучасні методи розв'язання нелінійних задач оптимального керування, які останнім часом мають зростаючий інтерес з боку спеціалістів (методи робастного керування, методи керування на основі інтелектуальних технологій тощо), ще достатньо складні як для аналітичного розрахунку так й для їх технічної реалізації.

Обґрунтовано необхідність постановки задачі багатокритерійної оптимізації, оскільки в процесі термінального виведення автономних БЛА необхідно оптимізувати декілька суперечливих критеріїв та враховувати обмеження на область їх припустимих значень. Розв'язання даної задачі відомими методами оптимального керування також пов'язано зі значними математичними та обчислювальними труднощами, насамперед це стосується оптимізації нелінійних динамічних процесів, враховуючи, що оцінка обчислювальної складності задач багатокритерійної оптимізації експоненціально залежить від розмірності простору змінних та лінійно від розмірності векторного критерію якості.

Під час термінального виведення ЛА в умовах впливу невизначених збурень виникає необхідність в оптимізації керування, що гарантує досягнення заданих термінальних умов та є адаптивним до збурень, тобто керування повинно суміщати властивості оптимальності, гарантованості та адаптивності. Задача синтезу гарантовано-адаптивного керування при впливі невизначених збурень розв'язується в рамках переходу від задачі оптимізації до задачі двобічної оптимізації, що розглядається в теорії диференціальних ігор.

Відмічено, що найбільш простим з обчислювальної точки зору методом розв'язання задач оптимізації руху ЛА у реальному часі є чисельно-аналітичний операційний метод диференціальних перетворень, що запропонований в роботах Г. Є Пухова. Він заснований на диференціальних перетвореннях вихідної математичної моделі в область зображень з відсутнім часовим аргументом. Диференціальними перетвореннями або основними диференціальними перетворенням називаються функціональні перетворення вигляду:

$$X(k) = \underline{x}(k) = \frac{H^k}{k!}\left[\frac{d^k x(t)}{dt^k}\right]_{t=0} \Leftrightarrow x(t) = \sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{t}{H}\right)^k X(k), \tag{1}$$

де $x(t)$ – неперервна, диференційована нескінчену кількість разів і обмежена разом із усіма своїми похідними функція дійсного аргументу t (оригінал функції); $X(k)$ і $\underline{x}(k)$ – рівноцінні позначення дискретної функції цілочисельного аргументу $k = 0, 1, 2, ...,$ яка називається диференціальним зображенням оригіналу або диференціальним спектром функції $x(t)$ в точці $t = 0$; H – масштабна стала, що має розмірність аргументу t і яку часто обирають рівною відрізку $0 \le t \le H$, на якому збігається ряд Тейлора; $\Leftrightarrow$ – символ відповідності між оригіналом $x(t)$ та його диференціальним зображенням $X(k)$.

Окрім основних диференціальних перетворень використовують також й зміщені диференціальні перетворення (ЗДП), які отримуються шляхом перенесення центра розкладання оригіналу $x(t)$ в степеневий ряд Тейлора з точки $t=0$ в довільну точку $t=t_\nu$. Зміщені диференціальні перетворення зі зміщенням праворуч від точки розкладання t_ν мають вигляд:

$$X_\nu(k)=X(k,t_\nu)=\frac{H^k}{k!}\left[\frac{d^k x(t_\nu+\tau)}{dt^k}\right]_{t=0} \Leftrightarrow x_\nu(\tau)= \\ x(t+\tau)=\sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{\tau}{H}\right)^k X(k,t_\nu). \tag{2}$$

Аналогічно вводяться зміщені диференціальні перетворення зі зміщенням ліворуч від точки розкладання.

Математичні моделі, отримані диференціальним перетворенням (1) або (2) вихідної математичної моделі, називаються спектральними моделями.

Відмічені складності застосування як основних так й зміщених диференціальних перетворень до розв’язання крайових задач, які описуються нелінійними диференціальними рівняннями. Це стосується, насамперед, отримання диференціальних зображень нелінійних функцій, неможливості відновлення розв’язку диференціального рівняння у вигляді ряду Тейлора, у загальному випадку, через малий радіус збіжності, який може виявитися меншим за інтервал розв’язку. Враховуючи, що на великих інтервалах похибка методу основних диференціальних перетворень значно збільшується, його застосування є можливим тільки у випадку, коли немає вимог до високої точності. Для досягнення заданої точності необхідно обчислювати велику кількість дискрет диференціального спектру, що значно збільшує складність аналітичних перетворень.

Таким чином, у першому розділі обґрунтовано необхідність у подальшому розвитку методів розв’язання нелінійних задач оптимального термінального, багатокритерійного та гарантовано-адаптивного керування рухом ЛА на основі існуючих або розробки нових методів, що є актуальним для максимальної реалізації можливостей БЛА під час їх виведення у задані термінальні умови. Сформульовано наукову проблему та задачі досліджень.

Другій розділ присвячено розвитку методу диференціальних перетворень для розв’язання класу задач, математичні моделі яких описуються нелінійними звичайними диференціальними рівняннями.

Обґрунтовано доцільність та ефективність застосування багатоетапного методу диференціальних перетворень (БМДП) до розв’язання нелінійних диференціальних рівнянь та нелінійних крайових задач. Даний метод базується на поєднанні методу основних диференціальних перетворень та методу припасовування. Суть методу полягає у розбитті інтервалу на підінтервали, формуванні умов сполучення кінцевих значень функції на попередньому підінтервалі з початковими значеннями функції на наступному підінтервалі, пошуку на кожному з підінтервалів розв’язку з використанням основних диференціальних перетворень та врахуванням умов сполучення і отриманні загального розв’язку у вигляді об’єднання розв’язків на підінтервалах.

Нехай маємо нелінійне звичайне диференціальне рівняння m-го ступеня:

$$f\,(t, x, x', ..., x^{(m)}) = 0,\ t \in [0, T]. \tag{3}$$

із заданими початковими умовами:

$$x^{(p)}(0) = c_p,\ p = 0, 1, ..., m-1. \tag{4}$$

Розіб'ємо інтервал $[0, T]$ на r підінтервалів довжиною $T_i = t_{i-1} - t_i$, $i = \overline{1, r}$, $\sum\limits_{i=1}^{r} T_i = T$. Застосовуючи основні диференціальні перетворення до задачі (3)–(4) на першому підінтервалі $[0, t_1]$ отримуємо наближений розв'язок у вигляді:

$$x_1(t) \approx y_1(t) = \sum_{k=0}^{N} X_1(k) t^k,\ t \in [0, t_1]. \tag{5}$$

Враховуючи початкові умови $x_1^{(p)}(0) = c_p$ і вираз (1), можна знайти для першого підінтервалу усі значення $X_1(k),\ k = 0, 1, 2, \ldots$ Для $i \geq 2$ і для кожного наступного підінтервалу $[t_{i-1}, t_i]$ будуть використовуватися початкові умови, які є кінцевими умовами попереднього підінтервалу, тобто $x_i^{(r)}(t_{i-1}) = x_{i-1}^{(r)}(t_{i-1})$. Тоді диференціальне зображення функції $x(t)$ для *i*-ого підінтервалу набуде вигляду:

$$X_i(k) = \frac{h^k}{k!}\left[\frac{d^k x_{i-1}(t)}{dt^k}\right]_{t = t_{i-1}},\ k \geq 0. \tag{6}$$

Застосовуючи тепер основні диференціальні перетворення до задачі (3)–(4) на усіх підінтервалах отримуємо послідовність наближених розв'язків $x_i(t),\ i = 0, 1, ..., r$ для розв'язку $x(t)$, де

$$x_i(t) \approx y_i(t) = \sum_{k=0}^{N} X_i(k)(t - t_{i-1})^k,\ t \in [t_{i-1}, t_i]. \tag{7}$$

Загальний розв'язок отримуємо у вигляді:

$$x(t) = \begin{cases} x_1(t) \approx y_1(t),\ t \in [0, t_1] \\ x_2(t) \approx y_2(t),\ t \in [t_1, t_2] \\ ..... \\ x_r(t) \approx y_r(t), t \in [t_{r-1}, T] \end{cases}. \tag{8}$$

За $r = 1$ маємо $h = T$ і багатоетапний метод диференціальних перетворень зводиться до методу основних диференціальних перетворень.

Ефективність застосування БМДП порівняно з МДП досліджено на прикладі розв'язання нелінійного диференціального рівняння Рікатті:

$$\frac{dx(t)}{dt} = 2x(t) - x^2(t) + 1,\ x(0) = 0.$$

Точний розв'язок рівняння є:

$$x(t) = 1 + \sqrt{2}\tan\left(\sqrt{2}t + \frac{1}{2}\log\left\{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\right\}\right).$$

Наближений розв’язок рівняння з використанням БМДП:

$$x(t) = t + t^2 + \frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{4}t^4 - \frac{7}{15}t^5 - \frac{7}{45}t^6 - \dots .$$

Результати дослідження наведено на рис. 1, де показано порівняння між точним розв’язком рівняння, наближеним розв’язком за МДП $(r = 1)$ та наближеним розв’язком за БМДП при розбитті заданого інтервалу на 2, 4 та 10 підінтервалів.

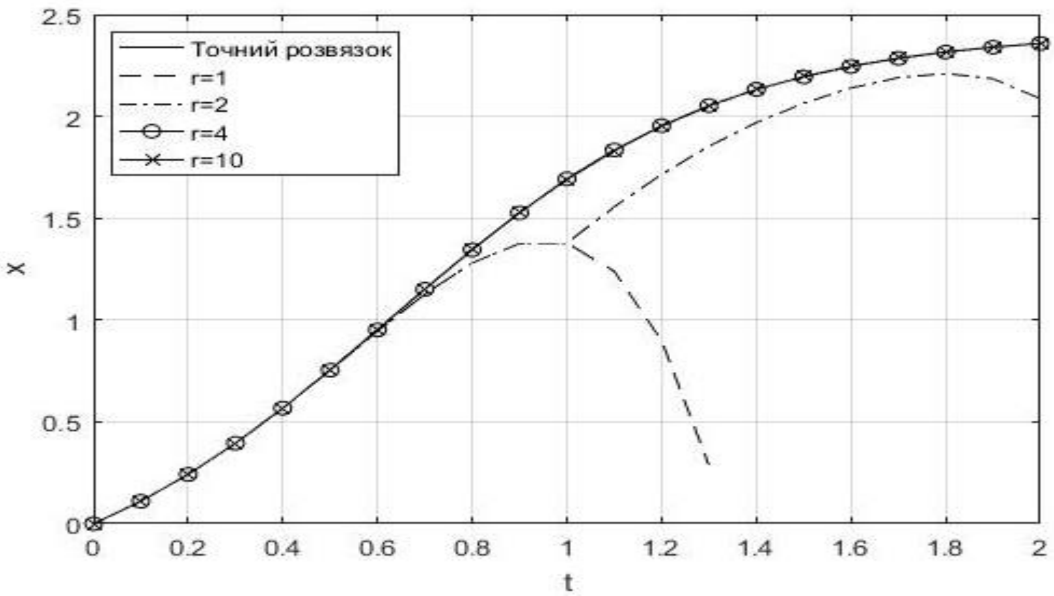


Рисунок 1. Ефективність застосування БМДП

У другому розділі запропоновано оцінку похибки застосування БМДП та проведено порівняння оцінки похибки розв’язку диференціальних рівнянь, отриманого за допомогою МДП, ЗДМ та БМДП. Доведено, що, у випадку розбиття інтервалу розв’язку на підінтервали однакової довжини, застосування БМДП забезпечує порівняно з методом основних диференціальних перетворень зниження верхньої межі оцінки похибки в p^s раз, де p – кількість підінтервалів, на які розбивається заданий інтервал розв’язку, s – кількість врахованих дискрет диференціального спектра. Надані рекомендації щодо визначення необхідної кількості дискрет для досягнення заданої точності розв’язку.

З метою подолання труднощів, пов’язаних із знаходженням диференціальних зображень складних нелінійностей диференціальних рівнянь запропоновано апроксимувати їх поліномами Адоміана, у яких компоненти залежних змінних заміщені їх відповідними компонентами диференціальних перетворень того самого індексу. Це дозволяє отримати розв’язок нелінійного диференціального рівняння у вигляді ряду, члени якого визначаються рекурентними співвідношеннями для компонент поліномів Адоміана. Перевагою цього підходу є поєднання властивостей поліномів Адоміана та наявних ефективних алгоритмів швидкого їх обчислення.

Розглянемо нелінійне диференціальне рівняння в операторній формі з відповідними початковими умовами:

$$Px + Nx + Qx = c, \tag{9}$$

де $x = x(t)$; $P = \dfrac{d^n}{dt^n}$ – нелінійний диференціальний оператор, $n \succ 1$; $N = \dfrac{d}{dt}$ – лінійний диференціальний оператор, Q – нелінійний оператор нелінійної функції $f(x)$, c – права частина рівняння.

У загальному випадку розв’язок рівняння (9) має вигляд:

$$x = w - P^{-1}(Nx) - P^{-1}(Qx),\; w = A + Bt + P^{-1}c. \tag{10}$$

Функція w являє собою члени, які з’явилися під час інтегрування правої частини с.

Відповідно до методу поліномів Адоміана нелінійні члени рівняння апроксимуються рядом:

$$Qx = \sum_{n=0}^{\infty} A_n, \tag{11}$$

а розв’язок $x(t)$ шуканого рівняння подається у вигляді ряду:

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x_n(t). \tag{12}$$

Поліноми Адоміана A_n визначаються наступним чином:

$$A_n = \frac{1}{n!}\left\{\frac{d^n}{d\lambda^n}\left[f\Big(\sum_{i=0}^{\infty}\lambda^i x_i\Big)\right]\right\}_{\lambda=0}, \tag{13}$$

компоненти яких для нелінійної функції $f(t) = f\left[x(t)\right]$ обчислюються за формулами:

$$\begin{aligned} &A_0 = f(x_0),\; A_1 = x_1 f'(x_0),\\ &A_2 = x_2 f'(x_0) + \frac{1}{2!}x_1^2 f''(x_0),\\ &A_3 = x_3 f'(x_0) + x_1 x_2 f''(x_0) + \frac{1}{3!}x_1^3 f'''(x_0), \end{aligned} \tag{14}$$

$$A_4 = x_4 f'(x_0) + \left(x_1 x_3 + \frac{1}{2!}x_2^2\right) f''(x_0) + \frac{1}{2!}x_1^2 x_2 f'''(x_0) + \frac{1}{4!}x_1^4 f''''(x_0),$$

$$A_5 = x_5 f'(x_0) + \left(x_2 x_3 + x_1 x_4\right) f''(x_0) + \frac{1}{2!}\left(x_1^2 x_3 + x_1 x_2^2\right) f'''(x_0) +$$

$$+\frac{1}{3!}x_1^3 x_2 f''''(x_0) + \frac{1}{5!}x_1^5 f'''''(x_0), \ldots.$$

Компоненти розв’язку (12) $x_0, x_1, x_2 \ldots.$ визначаються з використанням рекурентних співвідношень:

$$x_0 = w,\; x_{k+1} = -P^{-1}Nx_k - P^{-1}A_k,\quad k \ge 0. \tag{15}$$

Показано, що диференціальне зображення складної нелінійної функції $f[x(t)]$ дорівнює $F(k) = \tilde{A}_k$, де $\tilde{A}_k$ є поліноми Адоміана A_k із заміщенням в останніх змінних $x_k\ (t)$ на їх зображення $X(k)$, а якщо складна нелінійна функція має вигляд $f(t) = x(t)*g[y(t)]$, то її диференціальне зображення дорівнює $F(k) = \sum_{k_1=0}^{k} X(k_1)\tilde{A}_{k-k_1}$, де $X(k_1)$ є диференціальне перетворення функції $x_{k_1}(t)$, $\tilde{A}_{k-k_1}$ – поліноми Адоміана A_{k-k_1} функції $g[y(t)]$ із заміщенням в останніх змінних $y_{k-k_1}\ (t)$ на їх зображення того самого індексу $k = 0, 1, 2, ...,\ k_1 = 0, ..., k$.

Вищенаведений підхід для обчислення диференціальних перетворень нелінійних функцій застосовується безпосередньо до нелінійних складових рівняння без необхідності проведення диференціювання або алгебраїчних перетворень, або навіть без обчислень диференціальних перетворень інших функцій для отримання необхідної, дає змогу подолати математичні складності при обчислені диференціальних зображень складних нелінійностей та розширює сферу застосування МДП.

У другому розділі розроблено модифікований метод диференціальних перетворень для розв’язання нелінійних диференціальних рівнянь, що ґрунтується на поєднання методу основних диференціальних перетворень, методу припасовування з апроксимацією нелінійної частини рівняння поліномами Адоміана. Метод реалізується за наступним алгоритмом. Складається спектральна модель шуканого диференціального рівняння. Заданий інтервал розв’язку розбивається на необхідну кількість підінтервалів. В спектральній моделі диференціальне зображення оригіналу нелінійної функції $F(k)$ заміщується компонентами $\tilde{A}_k$, які отримуються з компонент A_k полінома Адоміана шляхом заміщення в ньому кожного елементу x_k на відповідне диференціальне зображення $X(k)$ того самого індексу k Потім для кожного підінтервалу обчислюються дискрети диференціального зображення рівняння і, з урахуванням співвідношення (1), отримують оригінал розв’язку диференціального рівняння на даному підінтервалі. Виконуючи ці операції для кожного підінтервалу з урахуванням умов сполучення попереднього та наступного підінтервалів та об’єднуючи розв’язки на підінтервалах отримуємо сумарний наближений розв’язок шуканого рівняння.

Ефективність застосування ММДП порівняно з МДП досліджено на прикладі розв’язання нелінійного диференціального рівняння:

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} = 2x(t) + 4x(t)\cdot \ln x(t),\ x(t) > 0,$$
$$x(0) = 1,\ \dot{x}(0) = 0,\ t \in [0, 2].$$

Точний розв’язок рівняння є: $x(t) = e^{t^2}$. Отриманий за допомогою ММДП наближений розв’язок має вигляд: $x(t) = 1 + t^2 + \frac{1}{2}t^4 + \frac{1}{6}t^6 + \frac{1}{24}t^8 + ...$.

Результати дослідження наведено на рис. 2, де показано порівняння точного розв’язку заданого рівняння з розв’язком за МДП $(r=1)$ та розв’язком за ММДП при розбитті заданого інтервалу на 2, 4 та 10 підінтервалів.

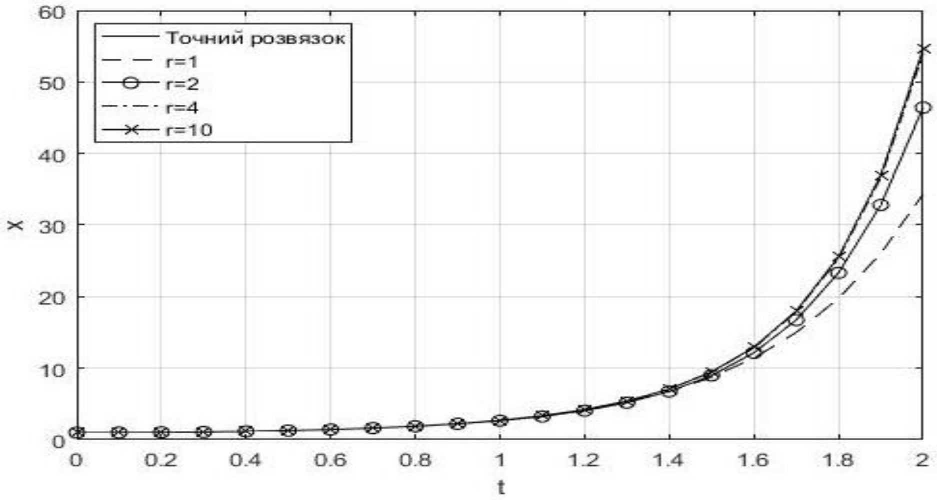


Рисунок 2. Ефективність застосування ММДП

У другому розділі на базі модифікованого методу диференціальних перетворень запропоновано метод розв’язання крайових задач, що описуються нелінійними звичайними диференціальними рівняннями. Розглянемо двоточкову нелінійну крайову задачу, в якій граничні умови задаються в двох точках, а об’єкт описується нелінійним диференціальним рівнянням:

$$\dot{x}(t) = f\left[t, x(t)\right], \quad t \in \left[0, T\right] \tag{16}$$

з граничними умовами:

$$\dot{x}(0) = 0, \tag{17}$$

$$a \cdot x(T) + b\dot{x}(T) = c. \tag{18}$$

Тут a, b, c – задані константи. Припускається, що функція $x(t)$ та її похідні, а також нелінійна за x функція $f\left[t, x(t)\right]$ є неперервними функціями, а рівняння (16) має єдиний розв’язок.

Запропонований метод розв’язання нелінійної крайової задачі передбачає виконання наступної послідовності кроків:

1. Рівняння (16) записується в області зображень:

$$(k+1)\, X\,(k+1) = F\,(k). \tag{19}$$

Тут $F\,(k)$ – диференціальне зображення нелінійної функції $f\left[t, x(t)\right]$.

2. Розбиваємо заданий інтервал розв’язку на необхідну кількість підінтервалів.

3. На першому підінтервалі з урахуванням (1) і граничної умови (17) отримуємо значення для першої дискрети розв’язку: $X\,(1) = 0$. Для нульової дискрети приймається $X\,(0) = \alpha$, де значення параметру α підлягає визначенню.

4. Диференціальне зображення $F\,(k)$ заміщується відповідним поліномом Адоміана, у якому кожна компонента розв’язку $x_k\,(t)$ заміщується на

відповідний компонент диференціального зображення $X(k)$ того самого індексу:

$$F(k)=\tilde{A}_k\ ,k=0,1,2,...,N \quad \text{або} \quad F(k)=\sum_{k_1=0}^{k} X(k_1)\tilde{A}_{k-k_1}\ ,k_1=0,...,k. \qquad (20)$$

Вигляд заміщення залежить від вигляду нелінійної функції.

5. Підставляючи (20) в (19), з урахуванням (1) і п. 4 отримуємо розв'язок нелінійної крайової задачі (16)–(18) на першому підінтервалі у наступному вигляді:

$$x_1(t)=\alpha+\sum_{k=1}^{N-1}\frac{\tilde{A}_{k-1}}{k+1}t^{k+1} \quad \text{або} \quad x_1(t)=\alpha+\sum_{k=1}^{N-1}\frac{\sum\limits_{k_1=0}^{k} X(k_1)\tilde{A}_{k-k_1-1}}{k+1}t^{k+1}. \qquad (21)$$

6. З крайових умов (18) з урахуванням (21) формується нелінійне алгебраїчне рівняння для визначення невідомого параметру a.

7. Підставляючи знайдене значення параметру a у вираз (21) отримаємо розв'язок нелінійної крайової задачі (16)–(18) та граничні умови на першому підінтервалі.

8. Повторюючи вищезазначені процедури для кожного підінтервалу з урахуванням умов сполучення підінтервалів отримуємо загальний розв'язок вихідної крайової задачі.

Працездатність запропонованого методу досліджена на прикладі розв'язання нелінійної крайової задачі:

$$\dot{x}_1(t)=x_2\ ,\dot{x}_2(t)=1-x_2^2,$$

за додаткових умов:

$$x_{20}+x_{2T}=th1, x_1(0)=x_{10}=0,\ x_1(T)=x_{1T}=\ln(ch1),$$
$$x_2(0)=x_{20}\ ,\ x_2(T)=x_{2T}\ ,\ t\in[0,T], T=1.$$

У даному прикладі невідомими крайовими умовами є x_{20}, x_{2T}, які зв'язані першою додатковою умовою.

Точний розв'язок задачі має вигляд:

$$x_1(t)=\ln(ch\,t), x_2(t)=th\,t, x_2(0)=0, x_2(T)=th1.$$

Отриманий за допомогою ММДП наближений розв'язок є:

$$x_1(t)=0.00015t+0.5t^2-0.00005t^3-0.08333t^4+0.00002t^5-3.33\cdot10^{-6}t^6-...$$
$$x_2(t)=0.00015+t-0.00015t^2-0.3333t^3+0.0001t^4-0.00002t^5-0.00005t^6-....$$

Результати дослідження наведено на рис. 3, де показано порівняння між точним розв’язком крайової задачі і наближеним розв’язком за модифікованим методом диференціальних перетворень.

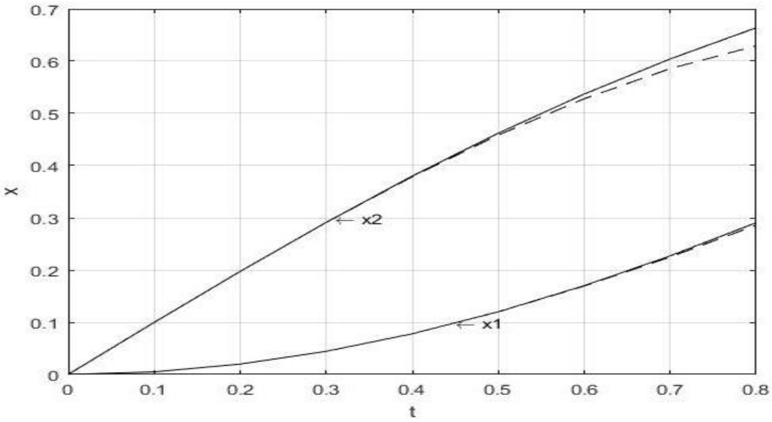


Рисунок 3. Порівняння точного розв’язку (-) і розв’язку за ММДП (--)

У третьому розділі отримав подальший розвиток метод дискретно-аналітичного відображення у спектральні моделі вихідних математичних моделей задач термінального виведення ЛА, що описуються нелінійними диференціальними рівняннями. Запропонований підхід базується на модифікованому методі диференціальних перетворень функцій та рівнянь, враховує багатоетапність траєкторії виведення та спрощує побудову спектральної моделі процесу виведення за рахунок апроксимації нелінійних складових диференціальних рівнянь поліномами Адоміана.

У загальному вигляді вихідна математична модель багатоетапного руху ЛА на *i*-му підінтервалі за відсутності параметричних та зовнішніх збурень може бути подана векторним нелінійним диференціальним рівнянням:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_{Li}\,(t, x_i, u_i) + f_{N_i}\,(t, x_i, u_i),\; x_i\,(t_{i-1}) = x_i^0\,,\; i = \overline{1, r}\,, \tag{22}$$

де $x_i\,(t)$ – n-вимірний вектор стану, $u_i\,(t)$ – m-вимірний вектор керування $(m \prec n)$, $f_{L_i}\,(t, x_i, u_i)$, $f_{N_i}\,(t, x_i, u_i)$ – неперервні та неперервно диференційовані за сукупністю змінних t, x, u вектор-функції, які є відповідно лінійною та нелінійною складовою узагальненої сили, $t \in [t_{i-1}, t_i]$.

Процедура побудови спектральної моделі полягає у виконанні наступних дій.

1. Застосування до диференціального рівняння (22) модифікованого методу диференціальних перетворень.

2. Апроксимація нелінійних складових диференціального рівняння $f_{N_i}\,(t, x_i, u_i)$ поліномами Адоміана.

3. Заміщення у компонентах поліномів Адоміана змінних $x_{i_K}\,(t)$ їх відповідними зображеннями того самого індексу $X_i\,(k)$.

4. Формування спектральної моделі для кожного *i*-го підінтервалу руху.

Спектральні моделі багатоетапного траєкторного руху ЛА на *i*-му підінтервалі мають наступний загальний вигляд:

$$X_i(k+1, X_i^0) = \frac{T_i}{k+1}\{\underline{f}_{L_i}[\underline{t}, X_i(k, X_i^0), U_i(k)] + \underline{f}_{N_i}[\underline{t}, X_i(k, X_i^0), U_i(k)]\}, \quad (23)$$

$$X_i(0) = X_i^0;\ X_1(0) = X_1^0 = x_0;\ i = \overline{1, r}.$$

де $\underline{f}_{L_i}(t, x_i, u_i)$, $\underline{f}_{N_i}(t, x_i, u_i)$ – зображення відповідно лінійної та нелінійної складових рівняння (22).

Переваги зазначеного підходу полягають у наступному:

1. Виключення з подальшого розгляду вихідної математичної моделі у вигляді векторного нелінійного диференціального рівняння та заміна його розглядом спектральної моделі в області зображень без відповідних функцій часу.

2. Спрощення побудови спектральної моделі за рахунок використання поліномів Адоміана для апроксимації нелінійних складових диференціальних рівнянь руху.

3. Спектральна модель (23) має вигляд рекурентного виразу та дозволяє:

– за диференціальним спектром керування знайти диференціальний спектр вектору стану;

– отримати кінцевий набір диференціальних спектрів змінних траєкторного руху ЛА, що відповідає вихідній математичній моделі.

4. Враховуючи, що диференціальні перетворення (1) є точним операційним методом, то спектральна модель (23) не має методичних помилок та потенційно дозволяє отримати точний розв’язок нелінійного диференціального рівняння (22).

5. Спектральна модель (23) має універсальний характер та може бути використана для розв’язання задач оптимізації руху різних типів ЛА.

За зазначеним підходом побудовані удосконалені спектральні моделі та визначені дискрети диференціальних спектрів змінних траєкторного руху БАЛА та АКС, кінцевий набор яких відповідає відповідним математичним моделям руху.

На прикладі БАЛА показана можливість розв’язання нелінійної задачі аналітичного конструювання керування процесом термінального виведення літального апарату за допомогою використання диференціальних спектрів траєкторного руху.

У четвертому розділі розв’язується нелінійна задача оптимального керування багатоетапним процесом виведення ЛА у задані термінальні умови.

Розіб’ємо увесь процес багатоетапного керування на відрізку $[t_0, T]$ на r часових підінтервалів (ділянок) довжиною $T_i = t_i - t_{i-1}$, $\sum_{i=1}^{r} T_i = T$, $i = \overline{1, r}$. Припускаємо, що усередині підінтервалів $[t_{i-1}, t]$ параметри апарату не мають стрибкоподібних змін та не відбувається перемикання керування. У подальшому будемо вважати, що всі ці зміни можуть відбуватися на межах вибраних підінтервалів. Нехай, на кожному часовому підінтервалі рух об’єкту описується векторним нелінійним диференціальним рівнянням (22). Задача полягає в оптимальному багатоетапному переведенні об’єкту із заданого початкового стану $x_1(t_0) = x_1^0$ в кінцевий (термінальний) стан $x_r(T)$, який визначений в момент часу $t = T$ q-вимірним $(q \le n)$ векторним рівнянням:

$$S[T, x_r(T)] = 0. \qquad (24)$$

Спряження кінцевих умов попередніх підінтервалів та початкових умов наступних підінтервалів задаємо у формі заданих крайових умов:

$$\phi_i\left[x_i(T_i), x_{i+1}^0; u_i(T_i), u_{i+1}^0; T_i\right] = 0, \; i = \overline{1,r}. \qquad (25)$$

Якість процесу виведення оцінюємо функціоналом:

$$I = G[T, x_r(T)] + \sum_{i=1}^{r} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \Phi_i(t, x_i, u_i)\, dt, \qquad (26)$$

де задані функції G і Φ_i мають неперервні частинні похідні за x_i, u_i на кожному часовому підінтервалі. Вважаємо, що обмеження на вектори стану та керування враховано вибором вигляду функціонала (26).

Задача оптимізації багатоетапного термінального керування (22), (24)–(26) є нелінійною та полягає у знаходження оптимального за критерієм (26) алгоритму керування, що забезпечує переведення динамічного об’єкту із довільного початкового стану у заданий.

У четвертому розділі задача (22), (24)–(26) розв’язується у наступній послідовності. На першому етапі спочатку розв’язується задача визначення оптимального програмного керування $u_1(t)$ на відрізку $t_0 \le t \le t_1$ з початковою умовою вектора стану $x_1(t_0) = x_1^0$. Розв’язання рівняння (22) в точці t_1 має значення $x_1(t_1)$. Потім розв’язується задача визначення оптимального програмного керування $u_2(t)$ на відрізку $t_1 \le t \le t_2$ з початковою умовою $x_1(t_1) = x_2^0$ вектора стану. Розв’язок рівняння (22) в точці t_2 має значення $x_2(t_2)$. Побудовані таким чином розв’язок $x(t)$ і керування $u(t)$ є неперервними в усіх точках підінтервалу $t_0 \le t \le t_2$ і у точці спряження t_1 першого і другого підінтервалів. Продовжуючи цей процес на усьому заданому інтервалі $[t_0, T]$ отримуємо неперервний та кусково-неперервний розв’язок рівняння (22) і відповідне оптимальне програмне керування, яке за заданих диференціальних зв’язках (22), граничних умовах (24) та умов спряження (25) оптимізують функціонал (26) за відсутності дії збурень. У випадку наявності збурень, з метою їх компенсації, на наступному кроці синтезується оптимальний за критерієм (26) алгоритм керування у вигляді:

$$u_i = u_i(t, x_i). \qquad (27)$$

Керування (27), використовуючи в кожний момент часу t інформацію про поточний стан $x_i(t)$, забезпечує приведення динамічного об’єкту із довільного початкового стану в кінцевий при впливі внутрішніх та зовнішніх збурень.

Вдосконалено чисельно-аналітичний метод розв’язання нелінійної задачі (22), (24)–(26) синтезу оптимальних алгоритмів керування термінальним виведенням ЛА за рахунок застосування модифікованого методу диференціальних перетворень, використання удосконаленого дискретно-аналітичного відображення в область зображень нелінійних задач виведення ЛА та врахування багатоетапності траєкторії виведення. Суть удосконаленого методу полягає у наступному.

Синтез замкнених законів оптимального керування зі зворотним зв’язком виду (27) виконується шляхом замикання оптимального програмного керування $u = u(t)$ для довільного поточного стану об’єкту. На першому етапі розглядається незбурений рух об’єкту. В середині кожного підінтервалу багатоетапного процесу виведення обирається термінальне програмне керування в класі аналітичних функцій $u_i(\tau, A_i)$, де $A_i = (a_{i1}, a_{i2}, \ldots a_{iN})$ – вектор вільних параметрів керування, τ − локальний часовий аргумент.

Диференціальні перетворення (1) функції програмного керування $u_i(\tau, A_i)$ визначають за $H = T_i$ і $\tau = 0$ її диференціальний спектр у вигляді:

$$\underline{u_i}(\tau, A_i) = U_i(k, A_i) = \frac{T_i^k}{k!}\left[\frac{d^k u_i(t_{i-1} + \tau, A_i)}{d\tau^k}\right]_{\tau=0}. \tag{28}$$

Векторне диференціальне рівняння руху об’єкта (22) на основі удосконаленого дискретно-аналітичного відображення подається в області зображень у формі наступної спектральної моделі:

$$\begin{gathered} X_i(k+1, A_i, X_i^0) = \frac{T_i}{k+1}\{\underline{f_{L_i}}[\underline{t}, X_i(k, A_i, X_i^0), U_i(k, A_i)] + \\ + \underline{f_{N_i}}[\underline{t}, X_i(k, A_i, X_i^0), U_i(k, A_i)]\} \end{gathered}, \tag{29}$$

$$X_i(0) = X_i^0;\, X_1(0) = X_1^0 = x_0;\, i = \overline{1, r}.$$

Тут диференціальне зображення нелінійних складових рівняння $F(k) = \underline{f_{N_i}}[\underline{t}, X_i(k, A_i, X_i^0), U_i(k, A_i)]$ заміщується відповідними поліномами Адоміана (20).

Дана модель дає змогу за диференціальним спектром (28) функції $u_i(\tau, A_i)$ сформувати диференціальний спектр $X_i(k, A_i, X_i^0)$ вектора стану $x_i(t)$. З цією метою скористаємося властивістю диференціальних перетворень, згідно якої алгебраїчна сума всіх компонент (дискрет) диференціального спектра будь-якої аналітичної функції в точці $t = t_v$ дорівнює нульовій дискреті диференціального спектра функції в точці $t_{v+1} = t_v + h$ або значенню оригіналу функції в тій самій точці:

$$\sum_{k=0}^{\infty} X_v(k) = X_{v+1}(0) = x(t_v + h). \tag{30}$$

З використанням виразу (30) за $t_v = t_{i-1}$ і $h = T_i$ знаходимо вектор стану наприкінці кожного i-го підінтервалу процесу керування:

$$x_i(T_i, A_i, x_i^0) = \sum_{k=0}^{\infty}[X_i(k, A_i, X_i^0)], i = \overline{1, r}. \tag{31}$$

З урахуванням виразу для спряження граничних та початкових ділянок траєкторії виведення (25), а також виразу для вектора стану наприкінці кожного i-го підінтервалу керування (31) рівняння кінцевого стану (24) всього процесу керування перетвориться до вигляду:

$$S\left[T, x_r(T, A, x_0)\right] = 0. \tag{32}$$

Гранична умова (32) дає змогу визначити в неявній формі q компонентів векторів вільних параметрів A_i для i-ого підінтервалу у вигляді функцій від T_i та x_i^0 та qr компонент для усього процесу керування рухом ЛА.

Диференціальні перетворення (1) функціонала (26) з урахуванням диференціальних спектрів (28) і (29) дають змогу подати даний функціонал у вигляді функції векторів вільних параметрів A_i, інтервалу T та початкового стану x_0

$$\begin{gathered} I\left(T, A_1, A_2, ..., A_r, x_0\right) = G[T, A_1, A_2, ..., A_r, x_0] + \\ + \sum_{i=1}^{r} T_i \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\underline{\Phi_i}\left[\underline{t}, X_i(k, A_i, X_i^0), U_i(k, A_i)\right]}{k+1}, \end{gathered} \tag{33}$$

де $\underline{\Phi_i}$ – диференціальне зображення функції Φ_i.

Необхідні умови оптимальності функції (33) дають змогу отримати систему рівнянь для визначення решти $N - q$ компонент векторів вільних параметрів для i-го часового підінтервалу і $(N - q)r$ компонент для усього процесу керування:

$$\frac{\partial I(T, A_1, A_2, ..., A_r, x_0)}{\partial T} = 0, \tag{34}$$

$$\frac{\partial I(T, A_1, A_2, ..., A_r, x_0)}{\partial a_{ij}} = 0;\ i = \overline{1, r};\ j = \overline{q+1, N}. \tag{35}$$

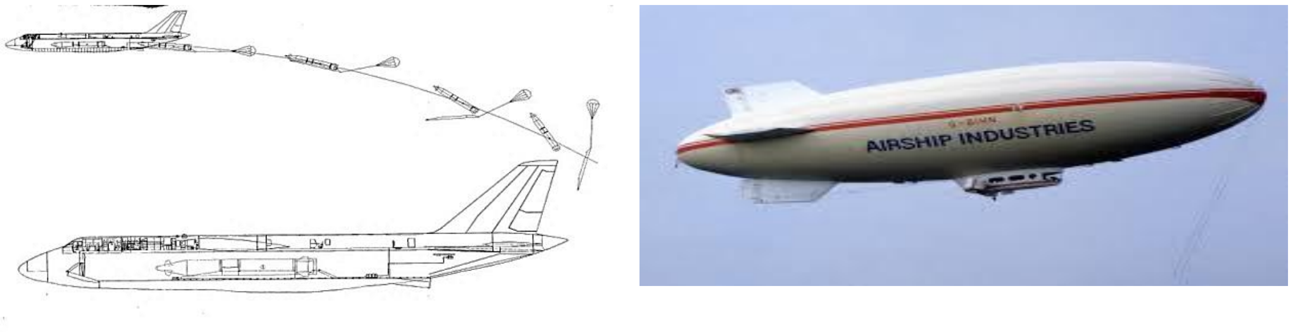
Отримана система нелінійних рівнянь (32), (34) і (35) в неявній формі визначає інтервал керування T та усі компоненти вектора вільних параметрів керування $A = (A_1, A_2, ..., A_r)$ як функції від вектора довільного початкового стану. Таким чином, для кожного підінтервалу процесу керування в неявній формі встановлюється нелінійний зв'язок оптимального програмного керування $u_i\left[t, A_i(T_i, x_i^0)\right]$ з вектором початкового стану $x_i^0 = x_i(t_{i_0})$, моментом часу t_{i_0} і часом підінтервалу T_i багатоетапного процесу керування.

На другому етапі розглядається збурений рух, при якому об’єкт постійно відхиляється від оптимальної програмної траєкторії. У цьому випадку керування $u_i\left[t, A_i(T_i, x_i)\right]$ для кожного підінтервалу обчислюється з системи рівнянь (32), (34) і (35) для поточних значень часу t_i і стану $x_i(t_i)$. Неперервне за часом розв'язання системи рівнянь (32), (34) і (35) дає змогу сформувати для кожного підінтервалу замкнений закон термінального керування вигляду $u_i = u_i(t, x_i)$, що зв'язує поточний стан $x_i(t)$ динамічного об'єкту з граничними (термінальними) умовами (24). У замкненому контурі керування використовується тільки поточне значення керування $u_i\left[t, A_i(T_i, x_i)\right]$, яке у наступний момент часу перераховується за системою рівнянь (32), (34) і (35). Цим забезпечується «гнучка» адаптація оптимальної траєкторії руху об'єкта до дії наперед невідомих збурюючих факторів.

Таким чином, вищенаведений метод зводить проблему синтезу замкнених законів термінального керування до розв'язання скінченої системи рівнянь відносно параметрів керування без чисельного інтегрування диференціальних рівнянь, що значно скорочує обсяг обчислень під час отримання розв'язку та дозволяє отримувати алгоритм керування в аналітичному вигляді, здійснювати оперативний синтез керування та проводити моделювання динамічного процесу в реальному часі. Перевірка достатніх умов оптимальності функцій (33) та сумісності системи рівнянь (32), (34) та (35) здійснюється до польоту та не потребує витрат обчислювальних ресурсів БЦОМ.

Запропонованим підходом сформовані алгоритми оптимального термінального керування БЛА. За об'єкти дослідження прийнято: 1) двоступінчасту АКС «Оріль» горизонтального старту, у якої як перша ступень використовується літак-носій Ан-124, а як другий ступень використовується чотирьохступінчаста РН «Оріль», що відокремлюється від нього методом парашутного зриву (рис. 4, *а*), та 2) безпілотний аеростатичний літальний апарат типу дирижаблю «Скайшип-500» (рис. 4, *б*).

Синтезовано оптимальний за витратами палива алгоритм багатоетапного виведення АКС «Оріль» на орбіту. Досліджено ефективність синтезованого алгоритму шляхом порівняння результатів моделювання кінцевих значень траєкторних параметрів руху з алгоритмом керування, синтезованим із застосуванням методу основних диференціальних перетворень (базовий метод) (табл. 1). За точку порівняння прийнято час виведення АКС на задану висоту $H = 200\,км$, отриманий при застосуванні методу Рунге-Кутта ($t = 274\,с$). У дужках табл. 1 наведено нормовані значення кінцевих параметрів (відносно значення, отриманого методом Рунге-Кутта).



а *б*

Рисунок 4. Об'єкти дослідження БЛА:
а – двоступінчаста АКС «Оріль»; *б* – Дирижабль «Скайшип-500»

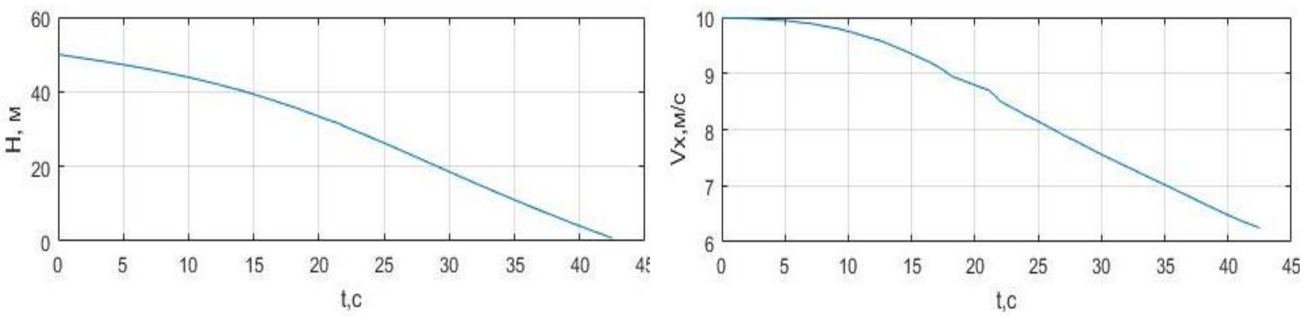
Таблиця 1

Порівняння кінцевих значень траєкторних параметрів руху АКС

Параметр	Метод Рунге-Кутта 4-го порядку	Метод диференціальних перетворень	
		Базовий	Модифікований
H, км	200	187 (0,935)	191 (0,955)
L, км	785	748 (0,953)	763 (0,972)
V, м/с	6210	6002 (0,968)	6124 (0,988)
t, с	274	274	274

Моделюванням на ЕОМ виконано перевірку працездатності отриманого алгоритму керування при впливі вітрових збурень. Підтверджено ефективність та адаптивність алгоритму до дії збурень. Запропонований алгоритм керування забезпечує за рахунок оптимізації економію палива на 1 % для АКС «Оріль» порівняно з відомим алгоритмом.

Синтезовано оптимальний алгоритм керування вектором тяги БАЛА на етапі посадки з досягненням заданої вертикальної швидкості зниження та мінімальної горизонтальної швидкості в момент торкання посадкової поверхні з коротким пробігом по землі та отримана відповідна траєкторія руху (рис. 5).



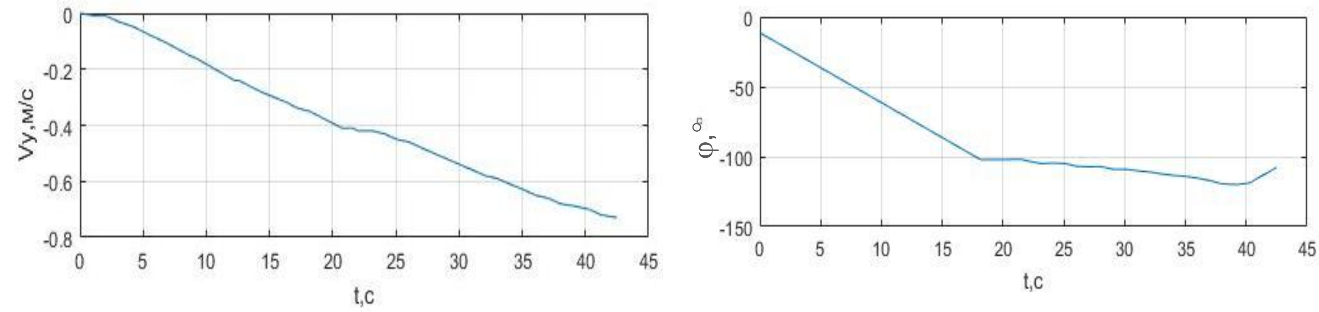


Рисунок 5. Зміна за часом висоти, горизонтальної та вертикальної швидкостей і куту відхилення вектору тяги БАЛА під час автономної посадки

Моделюванням на ЕОМ здійснено перевірку працездатності отриманого алгоритму керування при впливі вітрових збурень, яке підтвердило ефективність та адаптивність синтезованого алгоритму до дії збурень.

У четвертому розділі показано можливість застосування зміщених диференціальних перетворень до розв'язання задачі оптимізації алгоритмів багатоетапного термінального керування БЛА, адаптивних до дії зовнішніх збурень. Доведено, що обмеженням застосування зміщених перетворень, у тому числі й порівняно з модифікованим методом диференціальних перетворень, є ускладнення побудови спектральної моделі задачі та збільшення кількості невідомих в системі скінчених нелінійних рівнянь для визначення параметрів керування.

П'ятий розділ присвячено розв'язанню задачі оптимального багатоетапного керування термінальним виведенням ЛА на основі багатокритерійної оптимізації та модифікованого методу диференціальних перетворень. Використовуються поняття частинних критеріїв у сенсі критеріїв якості, що притаманні для багатокритерійної оптимізації.

Якість багатоетапного процесу керування описується сукупністю частинних критеріїв:

$$I_j = G_j\left[T, x_r(T)\right] + \sum_{i=1}^{r} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \Phi_{ij}(t, x_i, u_i)\, dt, \tag{36}$$

де задані функції G_j і Φ_{ij} мають неперервні частинні похідні за x_i, u_i, $j = 1, 2, ..., p$. Частинні критерії (36) є компонентами p-вимірного векторного критерію $I = (I_1, I_2, ..., I_p)$, який обмежений припустимою областю $I \in \Omega(I)$. Кожна компонента векторного критерію I описується функціоналом (36), що визначений з розв'язку векторного диференціального рівняння (22) при керуванні з класу припустимих керувань *U*. Обмеження на вектори стану та керування враховуються під час вибору вигляду функціоналу (36).

Багатокритерійна задача синтезу оптимального багатоетапного керування ЛА полягає у визначенні екстремалей $\left\{x^*(t), u^*(t)\right\}, u^* \in U, I \in \Omega, t \in \left[t_0, T\right]$, які за заданих диференціальних зв'язках (22) та граничних умов (25) оптимізують векторний функціонал *I*. Вважаємо, що вигляд частинних критеріїв (36) обраний таким чином, що компоненти векторного критерію мінімізуються, а припустима область їх змін задається системою обмежень:

$$0 \le I_j \le C_j \ , \ \ j \in [1, p], \tag{37}$$

де C_j – визначає верхню межу припустимого значення компоненти I_j векторного критерію I.

Якість процесу виведення автономних БЛА у задані термінальні умови оцінюється багатьма критеріями, залежно від характеристик літального апарату, цільової задачі та функціонування систем апарата на окремих ділянках траєкторії польоту. Наприклад, виведення АКС на орбіту оцінюється масою корисного навантаження, що виводиться на орбіту, витратою палива на процес виведення, часом виведення на орбіту, помилками досягнення термінальних умов, тепловими навантаженнями, перевантаженнями під час виведення, обмеженнями на швидкісний напір, піднімальну силу, кут атаки тощо. При оптимізації траєкторії польоту БАЛА враховують, як правило, наступні параметри: тривалість польоту, споживання енергії при виконанні конкретної місії, похибки досягнення термінальних умов тощо. Наведені критерії як для АКС, так саме й для БАЛА часто суперечать один одному, однак не можна нехтувати жодним з них, оскільки тільки у своїй сукупності вони дають повне уявлення про керований рух ЛА. При цьому, задача оптимізації полягає у знаходженні оптимального компромісного розв’язку серед усіх критеріїв якості, де часто при поліпшені одного з частинних критеріїв неминуче погіршуються інші. Сукупність цих частинних критеріїв утворює векторний критерій I.

За результатами аналізу відомих багатокритерійних моделей оптимізації динамічних процесів для оптимізації багатоетапного термінального виведення БЛА обґрунтовано вибір нелінійної схеми компромісів. Як скалярний критерій використовується скалярна згортка частинних критеріїв за нелінійною схемою компромісів, введену А.М. Вороніним. Багатокритерійна задача (22), (24), (25), (36) зводиться до розв’язання однієї задачі оптимізації виразу:

$$J = \sum_{j=1}^{p} \frac{1}{\left(1 - \dfrac{I_j}{C_j}\right)} \tag{38}$$

за умови (37).

Це знімає проблему вибору вагових коефіцієнтів, дозволяє врахувати обмеження на частинні критерії, забезпечити неперервну адаптацію до зміни параметрів моделі багатокритерійної оптимізації та потребує найменших обчислювальних витрат.

Запропоновано метод багатокритерійного синтезу замкнених законів компромісного керування багатоетапним процесом термінального виведення ЛА, суть якого полягає у наступному. Врахування багатоетапності процесу виведення ЛА здійснюється таким самим чином, як було описано в попередньому розділу. На першому етапі синтезу для i-го підінтервалу визначаємо вектор керування $u_i\,(\tau, A_i)$ в класі аналітичних функцій з вектором вільних параметрів $A_i = (a_{i1}, a_{i2}, \ldots a_{iN})$ відповідно до виразів (28)–(32). Далі, застосовуючи диференціальні перетворення (1) до виразу (36), отримаємо частинні критерії у вигляді функції векторів вільних параметрів A_i:

$$I_j (T, A_1, A_2, \ldots, A_r, x_0) = G_j \left[T, A_1, A_2, \ldots, A_r, x_0\right] + \\ + \sum_{i=1}^{r} T_i \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Phi_{ij}\left[T_i, X_i (k, A_i, X_i^0), U_i (k, A_i)\right]}{k+1} . \tag{39}$$

Підставлення (39) у вираз (38) дає скалярну функцію:

$$J(T, A_1, A_2, \ldots, A_r, x_0) = \sum_{j=1}^{p} \frac{1}{1 - \dfrac{I_j (T, A_1, A_2, \ldots, A_r, x_0)}{C_j}} . \tag{40}$$

Рівняння (32) визначає q компонент вектору вільних параметрів A_i. Необхідні умови мінімуму функції (40) дають змогу отримати систему рівнянь для визначення решти невідомих компонент векторів вільних параметрів $A_1, A_2, \ldots, A_r$:

$$\frac{\partial J(T, A_1, A_2, \ldots, A_r, x_0)}{\partial T} = 0, \quad \frac{\partial J(T, A_1, A_2, \ldots A_r, x_0)}{\partial a_{ik}} = 0, \\ i = \overline{1, r},\ k = \overline{q+1, N_i} . \tag{41}$$

Отримана система нелінійних рівнянь (32) та (41) у неявній формі визначає час T виведення у задані термінальні умови та компоненти вектору вільних параметрів $A = (A_1, A_2, \ldots A_r)$ як функції від вектору довільного початкового стану $x_i^0 = x_i (t_0)$. У результаті першого етапу синтезу визначається компромісне керування $u^* \left[t, A(T, x)\right] = \sum_{i=1}^{r} u_i^* [t, A_i (T_i, x_i)]$, що пов'язує довільні початкові умови $x_i^0 = x_i (t_0)$ з кінцевими (32).

На другому етапі синтезу розглядається збурений рух динамічного об'єкту (22), синтез виконується таким самим чином, як було описано у попередньому розділі. На кожному *i*-му підінтервалі компромісне керування $u_i^* \left[t, A_i (T_i, x_i)\right]$ неперервно обчислюється з системи рівнянь (32) та (41) для поточних значень часу *t* та стану $x_i (t)$ динамічного об'єкту, що дозволяє сформувати замкнений закон термінального керування $u_i = u_i (t, x_i)$. Цим забезпечується «гнучка» адаптація оптимальної траєкторії руху динамічного об'єкту до дії заздалегідь невідомих збурюючих факторів. Компромісне керування стійке не тільки до дії зовнішніх збурень, але й має ті самі адаптивні властивості оптимізації за частковими критеріями. Якщо внаслідок дії збурень один з часткових критеріїв I_j наближається до верхньої межі C_j припустимих значень (37), то компромісне керування реалізує дію Чебишевського (мінімаксного оператора) за цим частковим критерієм. У решті випадків компромісне керування діє еквівалентно оператору інтегральної оптимальності з різним ступенем вирівнювання частинних критеріїв. Погіршення одного з частинних критеріїв компенсується поліпшенням решти часткових критеріїв.

Виконано синтез багатокритерійного алгоритму багатоетапного керування АКС «Оріль» під час виведення її на орбіту, що забезпечує компромісний розв’язок між термінальними помилками виведення та тепловими навантаженнями на поверхні АКС. Обґрунтовано доцільність, ефективність та працездатність запропонованого комбінованого алгоритму керування процесом виведення АКС на орбіту, що складається з багатокритерійного алгоритму на етапі польоту у щільних шарах атмосфери та термінального алгоритму на етапі польоту у розряджених шарах атмосфери. На основі моделювання багатоетапного процесу виведення АКС «Оріль» на орбіту показано, що порівняно з термінальним, комбінований алгоритм забезпечує зниження швидкісного напору на 19 %, теплового потоку на 43 %, максимальної піднімальної сили на 3 % та забезпечує таку саму точність виведення в задані кінцеві умови практично за той самий час, витрачаючи, при цьому, більше палива усього на 0,12 % (табл. 2).

Таблиця 2

Нормовані значення частинних критеріїв за термінального та комбінованого керування

Частинний критерій	Керування	
	Термінальне	Комбіноване
Витрати палива	1	1.0012
Максимальний швидкісний напір	1	0.81
Максимальна піднімальна сила	1	0.97
Тепловий потік	1	0.57

Синтезовано багатокритерійний алгоритм багатоетапного керування процесом зльоту БАЛА з виведенням на задану висоту за мінімумом енергії з досягненням наприкінці виведення максимальної горизонтальної швидкості та отримано відповідну оптимальну траєкторію (рис. 6). Алгоритм забезпечує компромісний розв’язок між термінальними помилками виведення та енергетичними витратами на підняття апарату на задану висоту.

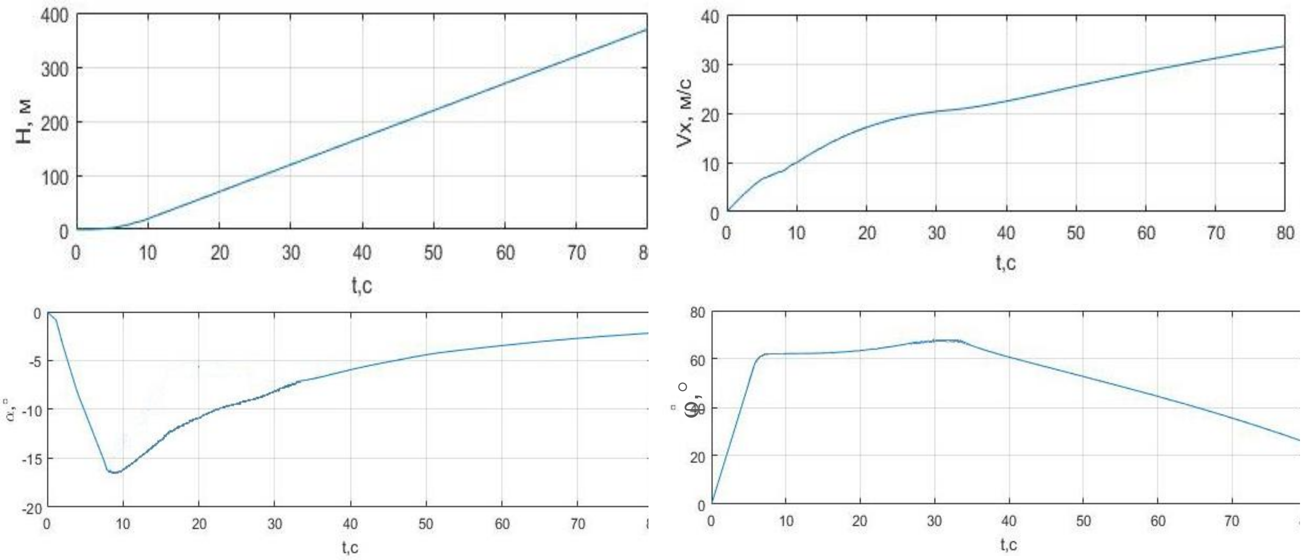


Рисунок 6. Зміна параметрів траєкторного руху БАЛА за багатокритерійного керування під час зльоту та підняття на задану висоту

Встановлено, що порівняно з термінальним багатокритерійне керування потребує менших витрат енергії на піднімання апарату на задану висоту та дозволяє отримати, за наявності достатньої потужності двигунів, більшу горизонтальну швидкість. Отримано додатній ефект від застосування комбінованого алгоритму, складеного з термінального алгоритму на етапі зльоту до досягнення безпечної висоти (15,2 м) та багатокритерійного алгоритму на етапі виведення з безпечної висоти на задану: зниження порівняно з термінальним керуванням витрат енергії на ~6 %, збільшення горизонтальної швидкості на ~1 % (табл. 3).

Таблиця 3

Кінцеві значення параметрів тракторного руху БАЛА на етапі зльоту з виведенням на задану висоту H = 350 м за термінального та комбінованого керування

Керування	Параметр						
	L, м	V_x, м/с	V_y, м/с	α°	ϕ°	E, кВт*ч	T, с
Термінальне	1 580,0	32,5	5,0	-2,3	29,8	2,75	75,5
Комбіноване	1 602,0	32,7	5,0	-2,4	29,5	2,6	76,1

Показано можливість застосування зміщених диференціальних перетворень до багатокритерійного синтезу алгоритмів багатоетапного керування. Доведено, що зазначений підхід дозволяє підвищити точність моделювання динамічного процесу керування за обмеженої кількості дискрет диференціального спектру. Однак, у той самий час, значно ускладнюється система спектральних моделей і, як результат, проблема синтезу зводиться до розв’язання системи скінчених рівнянь для визначення параметрів керування із збільшеною кількістю невідомих.

У шостому розділі розв'язується задача побудови гарантовано-адаптивних алгоритмів оптимального керування багатоетапним процесом термінального виведення ЛА при впливі невизначених збурень з використанням диференціально-ігрового підходу та модифікованого методу диференціальних перетворень.

Диференціально-ігрова модель багатоетапного траєкторного руху ЛА базується на векторному нелінійному диференціальному рівнянні руху на i–ому підінтервалі у вигляді

$$\frac{dx_i}{dt} = f_{Li}\,(t, x_i, u_i, \nu_i) + f_{N_i}\,(t, x_i, u_i, \nu_i), \quad x_i\,(t_{i-1}) = x_i^0\,, \quad i = \overline{1, r} \tag{42}$$

де $x_i = x_i\,(t)$ – n-вимірний вектор стану; u_i – m-вимірний вектор керування; ν_i – ℓ-вимірний вектор збурень; $f_{L_i}\,(t, x_i, u_i, \nu_i)$, $f_{N_i}\,(t, x_i, u_i, \nu_i)$ – неперервні та неперервно диференційовані за сукупністю змінних t, x_i, u_i, ν_i вектор-функції, які є відповідно лінійною та нелінійною складовою узагальненої сили; $t \in [\,t_{i-1}, t_i\,]$ – час процесу керування на i–ому підінтервалі, $[\,t_0, T\,]$ – відрізок, на якому розглядається процес керування, граничне значення якого не фіксоване.

Якість процесу багатоетапного виведення ЛА у задані термінальні умови оцінюється функціоналом якості (26). Задача полягає у переведенні ЛА із початкового стану в кінцевий (24), при якому мінімізується функціонал (26) при максимізації його вектором збурень. Спряження кінцевих умов попереднього підінтервалу та початкових умов наступного підінтервалу задається у формі заданих крайових умов (25). Вважаємо, що перший гравець обирає керування $u_i\,(t)$, а другий гравець обирає вектор збурень $\nu_i\,(t)$. Функції $u_i\,(t), \nu_i\,(t)$ називаються програмними стратегіями гравців. Вважаємо, що обмеження на стратегії гравців враховано при обранні вигляду функціоналу (26).

Пара стратегій гравців u_i^0 та ν_i^0 є оптимальною, якщо має місце співвідношення:

$$I\,(u_i^0, \nu_i) \le I\,(u_i^o, \nu_i^o) \le I\,(u_i, \nu_i^0)\,. \tag{43}$$

Необхідними умовами оптимальності стратегій u_i^0 та ν_i^0 є:

$$\frac{\partial I}{\partial u_i} = 0, \quad \frac{\partial I}{\partial \nu_i} = 0, \tag{44}$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial u_i^2} \ge 0, \quad \frac{\partial^2 I}{\partial \nu_i^2} \le 0, \tag{45}$$

а достатніми умовами – співвідношення (44) та умова (45), у якій має місце сувора нерівність. Стратегії гравців u_i^0 та ν_i^0, що задовольняють достатнім умовам, забезпечують існування сідлової точки (43) диференціальної гри (24)–(26), (42). Диференціальна гра, у якій існує сідлова точка (43), володіє властивістю, що будь-яке відхилення від оптимального керування одним гравцем призводить до зниження його виграшу за умови обрання оптимального керування другим гравцем. Процес керування розглядається у межах таких математичних моделей диференціальних ігор, які задовольняють умовам (24)–(26), (42).

Дослідження траєкторного руху ЛА в умовах впливу невизначених збурень у формі диференціальної гри знімає невизначеність, пов'язаною з дією збурень. Розкриття невизначеності досягається ціною ускладнення математичної моделі і процесу синтезу алгоритмів керування, в результаті чого, крім оптимального керування u_i^0, необхідно визначити закон зміни вектора збурень ν_i^0, що описує максимальну протидію цілям термінального керування.

У шостому розділі запропоновано чисельно-аналітичний метод синтезу гарантовано-адаптивних алгоритмів керування рухом ЛА в умовах дії невизначених збурень, що ґрунтується на модифікованому методі диференціальних перетворень, враховує багатоетапність термінального керування та спрощує переведення вихідної нелінійної математичної моделі в область зображень за рахунок апроксимації нелінійних складових диференціальних рівнянь поліномами Адоміана. Метод не потребує для своїй реалізації чисельного інтегрування нелінійних диференціальних рівнянь, зводить проблему оптимізації до розв'язання скінченої системи нелінійних рівнянь відносно параметрів керування та збурень, зберігає потенційну можливість отримання точного розв'язку диференціальної гри та забезпечує гарантію досягнення термінальних умов при дії невідомих збурень.

Синтез гарантовано-адаптивних алгоритмів керування здійснюється у два етапи. На першому етапі розглядається задача побудови оптимальної програмної стратегії термінального керування ЛА в умовах максимальної протидії збурюванням. Вважається, що усі функції часу, які описують процес багатоетапного керування ЛА на *i*-му підінтервалі виведення, є аналітичними. Вектори оптимального програмного керування $u_i^0(t)$ і протидіючого збурення $\nu_i^0(t)$, що задовольняють умовам (44) і (45), визначимо у середині кожного підінтервалу керування в класі аналітичних функцій $u_i(\tau, A_i)$ і $\nu_i(\tau, B_i)$, де $A_i = (a_{i1}, a_{i2}, \ldots a_{iN})$ і $B_i = (b_{i1}, b_{i2}, \ldots b_{iM})$ – вектори вільних параметрів керування та збурень відповідно, τ- локальний часовий аргумент. Оберемо масштабну сталу $h = T_i$ та покладемо $t_0 = 0$Диференціальне рівняння (42) на основі перетворень (1) в області зображень подається в формі наступної спектральної моделі:

$$\underline{u_i}(\tau, A_i) = U_i(k, A_i) = \frac{T_i^k}{k!}\left[\frac{d^k u_i(t_{i-1} + \tau, A_i)}{d\tau^k}\right]_{\tau=0}. \tag{46}$$

$$\underline{\nu_i}(\tau, A_i) = V_i(k, B_i) = \frac{T_i^k}{k!}\left[\frac{d^k \nu_i(t_{i-1} + \tau, B_i)}{d\tau^k}\right]_{\tau=0}. \tag{47}$$

Диференціальне рівняння (42) в області зображень на основі перетворень (1) подається у формі спектральної моделі:

$$X_i(k+1, A_i, B_i, X_0) = \frac{T_i}{k+1}\{\underline{f_{L_i}}[\underline{t}, X_i(k, A_i, B_i), U_i(k, A_i), V_i(k, B_i)] +$$

$$+ \underline{f_{N_i}}[\underline{t}, X_i(k, A_i, B_i), U_i(k, A_i), V_i(k, B_i)]\}$$

$$X_i(0) = X_i^0; X_1(0) = X_1^0 = x_0; i = \overline{1, r}. \qquad (48)$$

Спектральна модель (48) дає змогу знайти диференціальний спектр $X_i(k, A_i, B_i, X_i^0)$ вектору стану $x_i(t)$ за диференціальними спектрами (46) та (47). З виразу (30) за $t_v = t_{i-1}$ та $h = T_i$ знаходимо вектор стану наприкінці кожного i-го підінтервалу керування:

$$x_i(T_i, A_i, B_i, x_i^0) = \sum_{k=0}^{\infty} X_i(k, A_i, B_i, X_i^0). \qquad (49)$$

Тоді рівняння кінцевого стану (25) з урахуванням виразу для спряження термінальних та початкових ділянок (24) та виразу для вектору стану в кінці кожної ділянки (49) перетвориться до вигляду:

$$S\left[T, A_1, A_2, ..., A_r, B_1, B_2, ..., B_r, x_0\right] = 0. \qquad (50)$$

Для i-го підінтервалу маємо наступне рівняння кінцевого стану: $S_i[T_i, A_i, B_i, x_i^0] = 0.$ Дана термінальна умова у неявній формі визначає на кожному підінтервалі q-компонент векторів вільних параметрів A_i та B_i, $i = \overline{1, r}$ у вигляді функцій від T_i та x_i^0. Час T_i та решту M+N-q компонентів векторів вільних параметрів визначаємо із умов (44) оптимальності функціоналу (26). Подамо функціонал (26) на основі диференціальних перетворень (1) у вигляді функції часу T, векторів вільних параметрів *A, B* та початкових умов x_0:

$$I(T, A_1, ..., A_r, B_1, ..., B_r, x_0) = G\left[T, x_r(T, A, B), x_0\right] +$$

$$+\sum_{i=1}^{r} T_i \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\underline{\Phi_i}\left[t_i, X_i(k, A_i, B_i, X_i^0), U_i(k, A_i), V_i(k, B_i)\right]}{k+1}. \qquad (51)$$

Умови оптимальності (44) функції (51) дають можливість отримати систему рівнянь для визначення часу T та решти $M+N_{-q}$ невідомих компонент векторів вільних параметрів *A* та *B*:

$$\frac{\partial I(T, A_1, ..., A_r, B_1, ..., B_r, x_0)}{\partial T} = 0, 1 \le i \le r, \qquad (52)$$

$$\frac{\partial I(T, A_1, ..., A_r, B_1, ..., B_r, x_0)}{\partial a_{ij}} = 0,\ q+1 \le j \le N, \qquad (53)$$

$$\frac{\partial I(T, A_1, ..., A_r, B_1, ..., B_r, x_0)}{\partial b_{il}} = 0,\ 1 \le l \le M. \qquad (54)$$

Розв’язання системи нелінійних рівнянь (50), (52)–(54) дозволяє знайти час T та компоненти векторів вільних параметрів $A = (A_1, A_2, ..., A_r)$ та

$B=(B_1, B_2, ..., B_r)$ програмних стратегій обох гравців у вигляді функції вектору довільного початкового стану $x_i^0 = x_i(t_{i-1})$ як для кожного підінтервалу так й для всього процесу керування. Після цього перевіряються достатні умови (44), (45) оптимальності стратегій гравців. Таким чином, у результаті виконання першого етапу у неявній формі встановлюється нелінійний зв'язок програмних стратегій обох гравців $u_i(t, A_i)$ та $v_i(t, B_i)$ з вектором начального стану $x_i^0 = x_i(t_{i-1})$. Ці стратегії використовуються тільки у початковий момент часу t_{i-1} і не враховують зміни стану у процесі руху. Для врахування поточного стану процесу керування синтезуються алгоритми керування та максимальної протидії збурень у формі позиційних стратегій гравців $u_i = u_i(t, x_i), v_i = v_i(t, x_i)$.

На другому етапі синтезу, у кожний поточний момент часу t для кожного поточного стану гри $x_i(t)$ із розв’язання системи рівнянь (50), (52)–(54) визначається пара стратегій гравців $u_i^o[t, A_i(T_i, x_i)]$ та $v_i^0[t, B_i(T_i, x_i)]$, що пов’язують поточний стан гри із заданими термінальними умовами (24). За умови формування неперервного за часом процесу обчислювання параметрів A_i та B_i стратегій гравців на множині розв’язків формуються стратегії гравців на кожному підінтервалі багатоетапного руху у вигляді $u_i[t, A_i(T_i, x_i)]$ та $v_i[t, B_i(T_i, x_i)]$. Перший гравець, який реалізує потенційну стратегію $u_i[t, A_i(T_i, x_i)]$, що безперервно визначається з системи рівнянь (50), (52)–(54), гарантує багатоетапне керування літальним апаратом із досягненням заданих термінальних умов (24) за максимальної протидії збурень, дія яких моделюється стратегією другого гравця $v_i[t, B_i(T_i, x_i)]$.

У шостому розділі за допомогою запропонованого підходу, синтезовано гарантовано-адаптивні алгоритми керування процесами виведення АКС на орбіту та траєкторним рухом БАЛА при виведенні на задану висоту, що володіють властивостями адаптації до дії невизначених збурень та гарантують виведення БЛА у задані термінальні умови при дії обмежених збурень.

ВИСНОВКИ

У дисертації в перспективному напряму створення сучасних зразків авіаційно-космічної техніки вирішена актуальна наукова проблема розв’язання нелінійних задач оптимального керування рухом літальних апаратів з метою підвищення ефективності їх функціонування при автономному виведенні у задані термінальні умови завдяки забезпеченню можливості здійснювати бортовими засобами оперативний синтез оптимального керування у реальному масштабі часі. Оперативна оптимізація досягається завдяки застосуванню розроблених на основі розвинутого математичного апарату диференціальних перетворень методів оптимізації керування.

В рамках досягнення поставленої мети і вирішення задач досліджень отримані наступні основні наукові результати:

1. Розвинута наукова та методична база для забезпечення розв'язання нелінійних задач оптимального керування рухом ЛА на основі математичного апарату диференціальних перетворень. Зокрема, розвинуті та розроблені нові методи розв'язання нелінійних звичайних диференціальних рівнянь, нелінійних крайових задач та метод дискретно-аналітичного відображення в область зображень вихідної нелінійної математичної моделі траєкторного руху ЛА при виведенні у задані термінальні умови. Запропоновані підходи не потребують чисельного інтегрування диференціальних рівнянь, спрощують та підвищують точність розв'язку крайових задач, що описуються нелінійними диференціальними рівняннями, створюють умови для оперативної оптимізації керованих процесів завдяки забезпеченню можливості отримання розв'язку в аналітичній формі.

2. Уперше розроблено модифікований метод диференціальних перетворень для розв'язання нелінійних звичайних диференціальних рівнянь, що базується на сумісному використанні методу основних диференціальних перетворень, методу припасовування та застосуванні апроксимації нелінійних складових диференціальних рівнянь поліномами Адоміана. Метод дозволяє розширити інтервал розв'язання та спростити дискретно-аналітичне відображення задачі, забезпечує зниження верхньої межі оцінки похибки в p^s раз, де p – кількість підінтервалів, на які розбивається інтервал розв'язку, s – кількість врахованих дискрет диференціального спектра.

3. На базі модифікованого методу диференціальних перетворень запропоновано підхід до розв'язання крайових задач, що описуються нелінійними звичайними диференціальними рівняннями. Запропонований підхід не потребує чисельного інтегрування диференціальних рівнянь, спрощує знаходження диференціальних зображень складних нелінійностей задачі за рахунок їх апроксимації поліномами Адоміана, дає змогу розширити інтервал та підвищити точність розв'язку.

4. Уперше розроблено метод дискретно-аналітичного відображення у спектральні моделі вихідних нелінійних математичних задач траєкторного руху ЛА при виведенні у задані термінальні умови. Метод дозволяє запобігти складностей, що пов'язані з відображенням нелінійних складових рівнянь руху, спростити будування спектральної моделі та дає змогу використати її для оперативної оптимізації багатоетапного керованого процесу у реальному масштабі часі.

5. Отримав подальшого розвитку метод диференціальних перетворень функцій та рівнянь в області застосування до розв'язання нелінійних задач оптимізації керування рухом літальних апаратів. Запропонований підхід ґрунтується на застосуванні модифікованого методу диференціальних перетворень та удосконаленого методу дискретно-аналітичного відображення нелінійних задач в область зображень. За зазначеним підходом розвинуті та розроблені нові методи розв'язання нелінійних задач оптимального термінального, багатокритерійного та гарантовано-адаптивного керування траєкторним рухом ЛА при виведенні у задані термінальні умови.

6. Розвинуто чисельно-аналітичний метод розв'язання нелінійних задач оптимального термінального керування траєкторним рухом ЛА завдяки застосуванню модифікованого методу диференціальних перетворень та удосконаленого дискретно-аналітичного відображення вихідних нелінійних математичних задач в область зображень з врахуванням багатоетапності траєкторного руху. Метод не потребує чисельного інтегрування нелінійних диференціальних рівнянь, дозволяє отримати алгоритм керування в аналітичному вигляді, здійснювати оперативну оптимізацію керування та траєкторії руху та проводити моделювання динамічного процесу у реальному часі.

7. Уперше на базі удосконаленого дискретно-аналітичного відображення в область зображень нелінійних задач траєкторного руху ЛА та модифікованого методу диференціальних перетворень, з використанням нелінійної схеми компромісів розроблено чисельно-аналітичний метод багатокритерійної оптимізації багатоетапного керування траєкторним рухом літальних апаратів. Запропонований підхід дає можливість спростити процес знаходження розв'язку нелінійної задачі оптимального керування та звести проблему векторної оптимізації до розв'язання скінченої системи нелінійних рівнянь відносно параметрів керування.

8. Уперше розроблено метод оптимізації гарантовано-адаптивного термінального керування рухом літальних апаратів при впливі невизначених збурень на базі удосконаленого дискретно-аналітичного відображення вихідної нелінійної математичної задачі в область зображень та модифікованого методу диференціальних перетворень. Запропонований метод ґрунтується на диференціально-ігровій моделі багатоетапного динамічного процесу, спрощує дискретно-аналітичне відображення нелінійної вихідної математичної моделі в область зображень, не потребує чисельного інтегрування нелінійних диференціальних рівнянь руху, зводить проблему оптимізації до розв'язання скінченої системи рівнянь відносно параметрів керування та збурень та припускає аналітичний розв'язок задачі.

Крім основних наукових результатів у дисертаційній роботі отримані наступні наукові та практичні результати:

– запропоновано підхід до спрощення обчислення дискрет диференціальних спектрів нелінійних змінних траєкторного руху ЛА за рахунок їх апроксимації поліномами Адоміана;

– модифікована спектральна модель процесу багатоетапного виведення АКС на орбіту;

– модифікована спектральна модель траєкторного руху БАЛА на етапах зльоту з набором заданої висоти та посадки;

– показано можливість на основі використання диференціальних спектрів траєкторного руху ЛА розв'язувати нелінійні задачі аналітичного конструювання керування процесом термінального виведення ЛА;

– показано можливість застосування зміщених диференціальних перетворень функцій та рівнянь до розв'язання задачі оптимізації багатоетапного термінального процесу керування ЛА;

– показано можливість застосування зміщених диференціальних перетворень функцій та рівнянь до багатокритерійної оптимізації багатоетапних процесів керування ЛА;

– доведено, що застосування зміщених перетворень до розв'язання задачі синтезу замкнених законів оптимального керування призводить до ускладнення отримання спектральної моделі задачі та збільшення кількості невідомих в системі скінчених нелінійних рівнянь для визначення параметрів керування;

– виконано аналітичний синтез алгоритму оптимального за витратою палива керування багатоетапним процесом виведення АКС на орбіту, що забезпечує приведення АКС в задані термінальні умови та досягнення наприкінці виведення максимальної швидкості. Моделювання багатоетапного процесу виведення АКС «Оріль» на орбіту показало, що синтезований з використанням модифікованого методу диференціальних перетворень алгоритм керування забезпечує економію палива порівняно з відомим алгоритмом ~ 1 %;

– виконано аналітичний синтез алгоритму оптимального керування БАЛА на етапі посадки. Моделюванням показано, що запропонований алгоритм забезпечує досягнення заданої вертикальної швидкості зниження у момент торкання посадкової поверхні та мінімальної горизонтальної посадкової швидкості апарата з коротким пробігом по землі;

– синтезовано алгоритм багатокритерійного керування багатоетапним процесом виведення АКС «Оріль» на орбіту, що забезпечує компромісний розв'язок між термінальними помилками виведення та тепловими навантаженнями на поверхні АКС;

– моделюванням на ЕОМ обґрунтовано працездатність, ефективність та адаптивність комбінованого алгоритму, складеного з синтезованих модифікованим методом диференціальних перетворень алгоритмів багатокритерійного та термінального керування виведенням АКС на орбіту.

Показано, що комбінований алгоритм, порівняно з термінальним, забезпечує зниження теплового потоку на 43 %, швидкісного напору на 19 %, максимальної піднімальної сили на 3 % та забезпечує таку саму точність виведення у задані термінальні умови практично за той самий час, витрачаючи, при цьому, більше палива на 0,12 %:

– синтезовано алгоритм багатокритерійної оптимізації багатоетапного процесу зльоту БАЛА з виведенням на задану висоту, що забезпечує компромісний розв'язок між термінальними помилками виведення та енергетичними витратами на піднімання апарату на задану висоту;

– моделюванням на ЕОМ обґрунтовано працездатність, ефективність та адаптивність комбінованого алгоритму, складеного з синтезованих модифікованим методом диференціальних перетворень алгоритмів багатокритерійного та термінального керування процесом зльоту БАЛА з підніманням на задану висоту. Показано, що комбінований алгоритм, порівняно з термінальним, забезпечує зменшення витрат енергії на піднімання апарата на висоту 350 м на 6 % та дозволяє отримати більшу горизонтальну швидкість наприкінці процесу піднімання. Зниження витрат енергії збільшується із збільшенням висоти піднімання;

– синтезовано гарантовано-адаптивний алгоритм керування процесом виведення АКС на орбіту в умовах дії невизначених збурень, що враховує термінальні умови за висотою та вертикальною швидкістю на кожній ділянці виведення, забезпечує гарантію багатоетапного виведення на орбіту в задані термінальні умови за найгіршого сполучення дії обмежених збурень та володіє властивостями адаптації до дії збурень;

– запропоновано гарантовано-адаптивний алгоритм багатоетапного керування БАЛА при виведенні в задані термінальні умови, що враховує термінальні умови на кожній ділянці виведення, володіє властивостями адаптації до дії збурень та забезпечує гарантію реалізації процесу багатоетапного виведення за найгіршого сполучення факторів обмежених збурень;

– показано доцільність врахування багатоетапності траєкторного руху БЛА при виведенні у задані термінальні умови, що приводить до більш точного виконання термінальних умов.

РОБОТИ, ОПУБЛІКОВАНІ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Статті в закордонних наукових журналах

1. Гусинін А. В. Дискретно-аналітичне відображення нелінійних задач багатоетапного траєкторного руху літальних апаратів / А. В. Гусинін, В. П. Гусинін, Ю. К. Зіатдінов // International independent scientific journal. – 2020. – Vol. 1, № 21. – С. 39–44.

2. Гусынин А. В. Решение нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, систем уравнений и краевых задач модифицированным методом дифференциальных преобразований / А. В. Гусинін, В. П. Гусинін, Ю. К. Зіатдінов // Norwegian Journal of development of the International Science. – 2020. – Vol. 1, № 49. – С. 32–47.

3. Гусинін А. В. Оптимальне комбіноване керування автономним аеростатичним літальним апаратом / А. В. Гусинін, В. П. Гусинін // The scientific heritage. – 2020. – Vol. 1, № 54 (54). – С. 39–47.

4. Гусинін А. В. Синтез программных алгоритмов терминального управления аэростатическим летательным аппаратом / А. В. Гусинін // Sciences of Europe. – 2020. – Vol. 1, № 58. – С. 46–58.

Статті у наукових фахових виданнях, які входять до переліку ВАК України

5. Гусинін А. В. Багатокритеріальна оптимізація керування рухом багаторежимних літальних апаратів / А. В. Гусинін // Технологія приладобудування. – 2011. – № 2. – С. 3–5.

6. Гусынин А. В. Применение дифференциальных преобразований к синтезу алгоритма многоэтапного терминального управления летательным аппаратом / А. В. Гусынин // Науковий вісник Академії муніципального управління, серія «Техніка». – 2015. – № 2(10). – С. 24–33.

7. Gusynin A. The differential-and-taylor model of multicriterion optimization by control launch into orbit of multimode aerospace system / A. Gusynin // Науковий вісник Академії муніципального управління, серія «Техніка». – 2016. – Issue 1–2 (11). – P. 104–118.

8. Гусынин А. В. Решение нелинейных двухточечных краевых задач модифицированным методом дифференциальных преобразований / А. В. Гусынин, В. П. Гусынин, О. Н. Замирец // Технологія приладобудування. – 2016. – № 1. – С. 16–21.

Статті у наукових фахових виданнях, які включені до міжнародних наукометричних баз

9. Гусинін А. В. Синтез алгоритму оптимального керування рухом аеростатичного літального апарату на етапі зльоту / А. В. Гусинін, В. П. Гусинін // Наукові вісті Національного технічного університету України «Київський Політехнічний Інститут». – 2008. – № 3. – С. 87–95.

10. Гусинін А. В. Порівняльна оцінка ефективності ручного та автоматичного керування відхиленням вектору тяги дирижабля на етапі зльоту / А. В. Гусинін, В. П. Гусинін, О. М. Тачиніна // Вісник Національного авіаційного університету. – 2008. – В. 2(24). – С. 68–72.

11. Гусинін А. В. Оптимізація керування виведенням на орбіту багаторежимної авіаційно-космічної системи на основі диференціальних перетворень / А. В. Гусинін, В. П. Гусинін, О. М. Тачиніна // Проблеми інформатизації та управління. – 2008. – В. 2(24). – С. 32–38.

12. Гусинін А. В. Системи повітряного старту ракет-носіїв легкого класу / А. В. Гусинін // Наукові вісті Національного технічного університету України «Київський Політехнічний Інститут». – 2010. – № 1. – С. 140–145.

13. Гусинін А. В. Диференціально-ігровий підхід до синтеза алгоритмів керування багаторежимних літальних апаратів / А. В. Гусинін // Авиационно-космическая техника и технология. – 2012. – № 1(88). – С. 40–45.

14. Гусинін А. В. Синтез алгоритму оптимального керування рухом аеростатичного літального апарату на етапі посадки / А. В. Гусинін // Проблеми інформаційних технологій. – 2013. – № 01(013). – С. 53–60.

15. Гусинін А. В. Синтез гарантовано-адаптивного алгоритму керування виведенням багаторежимної авіаційно-космічної системи на орбіту в умовах дії невизначених зовнішніх збурень / А. В. Гусинін, О. М. Тачиніна // Проблеми інформатизації та управління. – 2013. – В. 4(44). – С. 27–35.

16. Gusynin A. Algorithm of guaranteed-and-adaptive control of aerostatic vehicle under undetermined external disturbances / A. Gusynin, H. Tachinina // Proceedings of the National Aviation University. – 2014. – № 4(61). – С. 36–44.

17. Гусынин А. В. Метод многокритериальной оптимизации управления движением многорежимных летательных аппаратов на основе смещенных дифференциальных преобразований / А. В. Гусынин // Проблеми інформаційних технологій. – 2014. – № 02(016). – С. 97–102.

18. Гусынин А. В. Синтез алгоритма терминального управления многоэтапным процессом выведения авиационно-космической системы на орбиту / А. В. Гусынин, В. П. Гусынин, О. С. Уруский // Проблеми інформаційних технологій. – 2015. – № 02 (018). – С. 60–67.

19. Гусынин А. В. Модель оптимизации многоэтапного процесса управления летательным аппаратом на основе дифференциальных преобразований /

А. В. Гусынин, В. П. Гусынин, Я. О. Замирец // Системи обробки інформації. – 2015. – В. 8(113). – С. 77–81.

20. Гусынин А. В. Многокритериальная оптимизация движения автоматически управляемого аэростатического летательного аппарата / А. В. Гусынин, В. П. Гусынин, Е. Н. Тачинина // Проблеми інформатизації та управління. – 2015. – Т. 4(52). – С. 22–30.

21. Гусынин А. В. Применение модифицированного метода дифференциальных преобразований к решению систем нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений / А. В. Гусынин // Проблеми інформаційних технологій. – 2016. – № 01 (019). – С. 31–40.

22. Gusynin A. The use of differential transformations for solving non-linear boundary value problems / A. Gusynin, V. Gusynin, H. Tachinina // Proceedings of the National Aviation University. – 2016. – № 4 (69). – P. 44–55.

23. Гусынин А. В. Модифицированный многоэтапный метод дифференциальных преобразований для решения нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений / А.В. Гусынин // Проблеми інформаційних технологій. – 2016. – № 02 (020). – С. 26–34.

24. Gusynin A. Estimate of accuracy of approximate solutions of non-linear boundary value problems by the multi-step differential transform method / A. Gusynin, V. Gusynin, H. Tachinina // Proceedings of the National Aviation University. – 2017. – № 1(70). – С. 48–54.

25. Gusynin A. Differential transform method for solving non-linear differential equations by the Adomian polynomials / A. Gusynin // Вісник Кременчуцького національного університету ім. М. Остроградського. – 2017. – No. 03(104). – P. 46–51.

26. Gusynin A. An application of differential transformation for optimal control of nonlinear processes / A. Gusynin // Електротехнічні та комп’ютерні системи. – 2017. – № 26 (102). – С. 95–104.

27. Гусынин А. В. Оптимизация управления посадкой дирижабля на основе многоэтапного метода дифференциальных преобразований / А. В. Гусынин, Ю. В. Антонова-Рафи, А. В. Яровой // Системи управління, навігації та зв’язку. – 2017. – В. 5(45). – С. 12–17.

28. Gusynin A. Guaranteed adaptive terminal control of an aerostatic aircraft based on differential game approach / Y. Ziatdinov, V. Gusynin, A. Gusynin // Proceedings of the National Aviation University. – 2020. – № 1(82). – P. 12–22.

Опубліковані праці в збірниках матеріалів і праць міжнародних конференцій, які входять до наукометричної бази Scopus

29. Gusynin A. The method of injection of subminiature satellites with the aid of flying space launch facility based on An-124-100 and An-225 airplanes / A. Gusynin, O. Tachinina, O. Lysenko, S. Chumachenko // Methods and Systems of Navigation and Motion Control: IEEE 4th International Conference, October 18–20, 2016. – К., 2016. – P. 200–205. – doi:10.1109/ MSNMC. 2016.7783142.

30. Gusynin A. Synthesis of optimal multi-step control algorithms by UAVs based on differential-and-game approach / A. Gusynin, O. Yarovoy, J. Antonova-

Rafi, I. Khudetsky // Actual Problems of Unmanned Aerial Vehicles Development: IEEE 4th International Conference, October 17–19, 2017. – К., 2017. – Р. 100–103.

Матеріали конференцій

31. Gusynin A. The algorithm synthesis for automatic control of airship thrust vector tilting at takeoff stage / A. Gusynin, V. Gusynin // 7th International airship convention, October 9–11, 2008. – Friedchshafen (Germany), 2008. – Paper Nr.71154.

32. Gusynin A. The project of semi-blimp airship “D-1500” / A. Gusynin, G. Kozachenko // 7th International airship convention, October 9–11, 2008. – Friedchshafen (Germany), 2008. – Paper Nr. 71164.

33. Гусынин А. В. Моделирование оптимального процесса управления движением дирижабля смещенными дифференциальными преобразованиями / А. В. Гусынин, В. П. Гусынин // Современные проблемы и пути их решения в науке, транспорте, производстве и образовании: международная научно-практическая конференция, 21–28 декабря 2009 г.: тези доп. – Одесса (Украина), 2009. – Т. 2. – С. 17–18.

34. Гусынин А. В. Аэростатические платформы воздушного старта ракет-носителей / А. В. Гусынин, В. П. Гусынин // АВІА-2009: IX міжнародна науково-практична конференція, 21–23 сентября 2009. – К., 2009. – С. 16.25–16.28.

35. Гусынин А. В. Проектирование дирижабля с уменьшенной статической устойчивостью / А. В. Гусынин // Современные направления теоретических и прикладных исследований: международная научно-практическая конференция, 15–26 марта 2010 г.: тези доп. – Одесса (Украина). – Т. 2. – С. 57–58.

36. Гусынин А. В. Моделирование процесса терминального управления многорежимными объектами на основе дифференциальных преобразований / А. В. Гусынин, В. П. Гусынин // Интеллектуальные системы принятия решений и проблемы вычислительного интеллекта: международная научная конференция, 17–21 мая 2010 г.: тези доп. – Евпатория (Украина), 2010. – С. 59–60.

37. Гусынин А. В. Терминальное управление многорежимными летательными аппаратами на основе дифференциально-игрового подхода / А. В. Гусынин // Людина і космос: XIV міжнародна молодіжна науково-практична конференція, 11–13 квітня 2012 р.: тези доп. – Дніпропетровськ (Україна), 2012. – С. 129.

38. Гусынин А. В. Комбинированное управление выведением многорежимной авиационно-космической системы на орбиту / А. В. Гусынин, В. П. Гусынин // Интеллектуальные системы принятия решений и проблемы вычислительного интеллекта: международная научная конференция, 25–29 мая 2012 г.: тези доп. – Евпатория (Украина), 2012. – С. 476.

39. Гусынин А. В. Многокритериальная оптимизация процесса выведения на орбиту многорежимной авиационно-космической системы на основе дифференциальных преобразований / А. В. Гусынин // 12-а Українська конференція з космічних досліджень, 3–7 сентября 2012 г.: тези доп. – Евпатория (Украина), 2012. – С. 115.

40. Гусынин А. В. Снижение аэротермодинамических нагрузок на конструкцию многорежимной транспортно-космической системы путем многокритериальной оптимизации траекторного управления / А. В. Гусынин,

В. П. Гусынин // Материалы и покрытия в экстремальных условиях: исследования, применение, экологически чистые технологии производства и утилизации изделий: VII международная конференция, 24–28 сентября 2012 г.: тези доп. – Кацивели (Украина), 2012. – С. 82.

41. Гусинін А. В. Оцінка можливості старту ракети-носія з дирижабля / А.В. Гусинін // Людина і космос: XV міжнародна молодіжна науково-практична конференція, 10–12 квітня 2013 г.: тези доп. – Дніпропетровськ (Україна), 2013. – С. 301.

42. Гусынин А. В. Методы оптимизации управления многорежимными летательными аппаратами на основе дифференциальных преобразований / А. В. Гусынин // 13-а Українська конференція з космічних досліджень, 2–6 сентября 2013 г.: тези доп. – Евпатория (Украина), 2013. – С. 121.

43. Гусынин А. В. Оптимизация автоматической посадки дирижабля / А. В. Гусынин // Интеллектуальные системы принятия решений и проблемы вычислительного интеллекта: международная научная конференция, 28–31 мая 2014 г.: тези доп. – Евпатория (Украина), 2014. – С. 64–65.

44. Гусынин А. В. Системоаналоговое моделирование законов оптимального управления движением многорежимных летательных аппаратов на основе смещенных дифференциальных преобразований / А. В. Гусынин // 14-а Українська конференція з космічних досліджень, 8–12 сентября 2014 г.: тези доп. – Ужгород (Украина), 2014. – С. 103.

45. Gusynin A. The system of injection of subminiature satellites nanosatellites) to near – earth orbit on the basis of AN-124-100 and AN-225 airplane / A. Gusynin, O. Tachinina, O. Lysenko, S. Chumachenko, I. Chekanova, I. Alexeeva // Актуальні проблеми моделювання ризиків і загроз виникнення надзвичайних ситуацій на об'єктах критичної інфраструктури: II міжнародна науково-практична конференція, 26–28 травня 2016 г. – К., 2016. – С. 278–292.

Монографії

46. Гусинін А. В. Кероване повітроплавання / А. В. Гусинін, В. П. Гусинін. – К. : Кафедра, 2012. – 364 с.

Навчальні посібники

47. Гусинін А. В. Диференціальні Т-перетворення в задачах автоматичного керування рухом літальних апаратів / А. В. Гусинін, В. П. Гусинін, О. В. Збруцький. – К. : НТУУ «КПІ», 2010. – 176 с.

48. Гусинін А. В. Дирижаблі. Ч. ІІ. Аеростатика, аеродинаміка та динаміка керованого польоту // А. В. Гусинін, В. П. Гусинін, В. М. Казак, М. С. Кулик, О. М. Тачиніна. – К. : Вид-во Нац. авіац. ун-ту «НАУ-друк», 2010. – 212 с.

АНОТАЦІЯ

Гусинін А. В. Методи розв'язання нелінійних задач оптимального керування рухом літальних апаратів на основі диференціальних перетворень. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.13.03 «Системи та процеси керування». – Національний авіаційний університет МОН України, м. Київ, 2021.

Дисертаційна робота присвячена розвитку методів розв’язання нелінійних задач оптимального керування рухом літальних апаратів (ЛА) на основі диференціальних перетворень та їх застосуванню до оптимізації багатоетапного виведення автономних безпілотних літальних апаратів (БЛА) у задані термінальні умови.

Розвинута наукова та методична база для забезпечення розв’язання нелінійних задач оптимального керування рухом ЛА на основі математичного апарату диференціальних перетворень. Розвинуті та розроблені нові методи розв’язання нелінійних звичайних диференціальних рівнянь, нелінійних крайових задач та метод дискретно-аналітичного відображення в область зображень (в спектральну модель) вихідної нелінійної математичної моделі руху ЛА при виведенні у задані термінальні умови.

Розвинуто метод основних диференціальних перетворень в області застосування до розв’язання нелінійних задач оптимального керування багатоетапним рухом ЛА, що дало можливість спростити синтез алгоритмів керування та отримати їх аналітичній формі. Розвинуті та розроблені нові методи розв’язання нелінійних задач оптимального термінального, багатокритерійного та гарантовано-адаптивного керування.

Розвинуті та розроблені нові методи розв’язання нелінійних задач оптимального керування використані для синтезу оптимальних алгоритмів термінального, багатокритерійного та гарантовано-адаптивного керування виведенням авіаційно-космічної системи на орбіту, зльотом з виведенням на задану висоту і посадкою безпілотного аеростатичного літального апарату.

Ключові слова: оптимальне керування, багатоетапні процеси, диференціальні перетворення, диференційні ігри, авіаційно-космічні системи, аеростатичні літальні апарати.

АННОТАЦИЯ

Гусынин А. В. Методы решения нелинейных задач оптимального управления движением летательных аппаратов на основе дифференциальных преобразований. – Квалификационная научная работа на правах рукописи.

Диссертация на соискание научной степени доктора технических наук по специальности 05.13.03 «Системы и процессы управления». – Национальный авиационный университет МОН Украины, г. Киев, 2021.

Диссертационная работа посвящена развитию методов решения нелинейных задач оптимального управления движением летательных аппаратов (ЛА) на основе дифференциальных преобразований и их применению к оптимизации многоэтапного выведения автономных беспилотных летательных аппаратов (БЛА) в заданные терминальные условия.

Развита научная и методическая база для обеспечения решения нелинейных задач оптимального управления движением ЛА на основе математического аппарата дифференциальных преобразований. Развиты и разработаны новые методы решения нелинейных обычных дифференциальных уравнений, нелинейных краевых задач и метод дискретно-аналитического отображения в область изображений (в спектральную модель) исходной нелинейной математической модели движения ЛА при выведении в заданные терминальные условия.

Развит метод основных дифференциальных преобразований для решения класса задач, математические модели которых описываются нелинейными обычными дифференциальными уравнениями. Предложенный подход базируется на совместном использовании метода основных дифференциальных преобразований, метода припасовывания и применения аппроксимации нелинейных компонент исходных дифференциальных уравнений полиномами Адомиана. Развитый метод получил название модифицированный метод дифференциальных преобразований (ММДП) и позволяет расширить интервал и снизить погрешность решения задачи, упростить дискретно-аналитическое отображение сложных нелинейностей.

На базе модифицированного метода дифференциальных преобразований предложен метод решения краевых задач, которые описываются нелинейными обычными дифференциальными уравнениями. Разработан метод дискретно-аналитического отображения в спектральную модель с отсутствующим временным аргументом исходных математических задач многоэтапного выведения ЛА в заданные терминальные условия. Спектральная модель представлена в виде рекуррентного выражения, имеет универсальный характер и может быть использована для решения задач оптимизации движения разных типов ЛА.

Развит метод основных дифференциальных преобразований в области применения для решения нелинейных задач оптимального управления движением ЛА, что дало возможность упростить синтез алгоритмов управления и получить их в аналитической форме. Развиты и разработаны новые методы решения нелинейных задач оптимального терминального, многокритериального и гарантировано-адаптивного управления.

Получил дальнейшее развитие метод решения нелинейных задач оптимизации терминального управления многоэтапным выведением ЛА, что не требует численного интегрирования нелинейных дифференциальных уравнений, позволяет получать алгоритмы управления в аналитическом виде, осуществлять оперативный синтез управления и проводить моделирование динамического процесса в реальном времени на большем интервале решения задачи.

Предложен численно-аналитический метод многокритериальной оптимизации для решения нелинейных задач синтеза алгоритмов оптимального многоэтапного управления движением летательных аппаратов с использованием скалярной свертки частных критериев по нелинейной схеме компромиссов. Метод основан на модифицированном методе дифференциальных преобразований и дискретно-аналитическом отображении в область изображений исходной нелинейной математической задачи, позволяет свести проблему векторной оптимизации к решению конечной системы нелинейных уравнений относительно параметров управления.

На основе модифицированного метода дифференциальных преобразований разработан численно-аналитический метод синтеза гарантированно-адаптивного многоэтапного управления движением ЛА при выведении в заданные терминальные условия при действии неопределенных ограниченных возмущений. Метод использует дифференциально-игровую модель многоэтапного динамического процесса, сводит проблему синтеза алгоритмов управления к решению конечной системы уравнений относительно параметров управления и возмущений и допускает аналитическое решение задачи.

Развитые и разработанные новые методы решения нелинейных задач оптимального управления использованы для синтеза оптимальных алгоритмов терминального, многокритериального и гарантировано-адаптивного управления выведением авиационно-космической системы на орбиту, взлетом с выведением на заданную высоту и посадкой автономного беспилотного аэростатического летательного аппарата.

Ключевые слова: оптимальное управление, многоэтапные процессы, дифференциальные преобразования, дифференциальные игры, авиационно-космические системы, аэростатические летательные аппараты.

ANNOTATION

Gusynin A.V. Methods for solving nonlinear optimal control problems of aircraft motion based on differential transformations. – Qualification scientific work with the manuscript copyright.

Doctor of Engineering Sciences thesis with a degree in the specialty 05.13.03 «Systems and Control Processes». – National Aviation University, Kyiv, 2021.

The thesis is dedicated to the evolution of methods for solving non-linear optimal control problems of aircraft motion based on differential transformations and their application for optimization of multistep delivering of autonomous unmanned aerial vehicles (UAVs) into desired terminal conditions.

The scientific and methodological base has been developed to ensure the solution of non-linear problems of optimal aircraft motion control based on the mathematical apparatus of differential transformations. Advanced and developed new methods for solving non-linear ordinary differential equations, nonlinear boundary value problems and the method of discrete-analytical mapping into the image area (into a spectral model) of the initial non-linear mathematical model of aircraft motion at delivering into desired terminal conditions.

The basic differential transform method in terms of its application for solving non-linear problems of optimal aircraft motion control has been advanced, which has made it possible to simplify the control algorithms synthesis and obtain them in analytical form. New methods for solving non-linear problems of optimal terminal, multicriteria and guaranteed-adaptive control have been advanced and developed.

The advanced and developed new methods for solving non-linear problems of optimal control are used for optimal algorithms synthesis of terminal, multicriteria and guaranteed-adaptive control of the launching of an aerospace system into orbit, takeoff with delivering into desired altitude and landing of an autonomous unmanned aerostatic aircraft.

Keywords: optimal control, multistep processes, differential transformations, differential games, aerospace systems, aerostatic vehicles.