

УДК 616. 07:519.248

# ОБОБЩЕННЫЙ ПОДХОД К ОЦЕНИВАНИЮ СТАТИСТИЧЕСКОЙ УПРАВЛЯЕМОСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА. ЧАСТЬ 1. СТАТИСТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ КРИТЕРИЕВ РАЗЛАЖЕННОСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

**Generalized Approach to the Estimation of Statistical  
Controllability of the Technological Process. Part 1. Statistical  
Justification of the Criteria of Technological Process Dysfunction**

**Л. Кошечая**, доктор технических наук, профессор,  
Национальный авиационный университет, г. Киев,  
e-mail: l.kosh@ukr.net

**М. Клевцова**, директор ООО «Фабрика «Свитязь»,  
соискатель,  
Национальный технический университет Украины  
«Киевский политехнический институт им. Игоря Сикорского»

**L. Kosheva**, Doctor of Technical Science, Professor,  
National Aviation University, Kiev,  
e-mail: l.kosh@ukr.net

**M. Klevtsova**, Director of «Svitiaz Factory» Ltd,  
applicant of National Technical University of Ukraine  
«Igor Sikorsky Kiev Polytechnic Institute»

*Рассмотрен статистический подход к идентификации особых причин разлаженности технологического процесса с применением контрольных карт. Показан принцип установления контрольных пределов на картах. Проведен анализ возможных ситуаций, которые могут свидетельствовать о разлаженности процесса и выходе его из состояния статистической управляемости. Показана практическая направленность применения рассмотренных критериев для оценки управляемости технологического процесса с учетом специфики малого предприятия.*

*The article deals with a statistical approach to the identification of the special causes of technological process dysfunction with the use of control charts. The principle of establishing control limits on charts is shown. The analysis of possible situations, which may indicate on the dysfunction of the process and its exit from the state of statistical control ability, is analyzed. Shown practical orientation of application of the considered criteria for a estimation of control ability of technological process taking into account specificity of a small enterprise.*

**Ключевые слова:** качество технологического процесса, статистические методы, контрольные карты, предупредительные границы, критерии.

**Keywords:** quality of the technological process, statistical methods, control charts, precautionary limits, criteria.

**В**ысокое качество вырабатываемой продукции обеспечивается строгим соблюдением норм технологического процесса и правильной организацией контроля полуфабриката и готовой продукции. Технический контроль, направленный на предупреждение разлаженности производственных процессов и возникновения отклонений от требований, предъявляемых к качеству изделий, способствует профилактике брака, его обнаружению на наиболее ранних стадиях технологических процессов и оперативному устранению с минимальными затратами ресурсов, что несомненно приводит к повышению качества выпускаемой продукции, росту эффективности производства. Назначать только окончательный контроль продукции без межоперационных ее проверок — это повышенный риск необоснованных затрат на производство. Чем ранее будут выявлены отклонения от регламентированных требований, тем своевременнее можно принять корректирующие меры и предупредить выпуск продукции неудовлетворительного качества.

Для контроля технологического процесса и его корректировки, отладки и недопущения брака наиболее часто применяют различные статистические методы контроля [1]. Цель применения статистических методов — выявление степени влияния случайных и/или неучтенных/неконтролируемых факторов на показатели качества. Если влияние факторов случайного характера является преобладающим, то говорят,



Л. Кошечая



М. Клевцова

что технологический процесс статистически управляемый, и тогда использование статистических методов контроля качества и хода технологических процессов становится возможным. Если в технологическом процессе преобладают факторы неслучайного характера, то процесс становится статистически неуправляемым, и применение статистических методов невозможно до выявления причин и минимизации степени влияния неслучайных факторов.

К статистическим методам предъявляют несколько требований: процедуры сбора статистических данных должны быть достаточно простыми и не требовать для их использования специальных знаний; результаты обработки и анализа полученной информации должны позволить специалистам оперативно управлять производственным процессом с достаточной точностью и быстротой. Этим требованиям отвечает такой инструмент как контрольные карты, которые позволяют отслеживать ход протекания процесса и воздействовать на него до того, как он выйдет из-под контроля [2—4].

Контрольная карта — это карта, на которой для наглядности отображения состояния технологического процесса отмечают значения соответствующей выборочной характеристики смежных выборок последовательности [5, 6]. Таким образом, контрольная карта представляет собой график с контрольными границами, определяющими допустимый диапазон разброса характеристик в обычных условиях течения процесса, обусловленных влиянием случайных величин. Особого внимания заслуживают контрольные карты по количественному признаку, которые могут указать на существование проблемы ухудшения качества, прежде чем в потоке продукции появятся бракованные изделия. Положение контрольных границ на карте позволяет дать вероятностную оценку положения среднего значения контролируемого параметра, характеризующего настройку технологического процесса и рассеяния значений. Статистической управляемости процесса можно достичь, обнаруживая каждую особую причину и идентифицируя ее всякий раз, когда некоторая точка выходит за контрольные пределы, и принимая соответствующие меры.

Учитывая специфику малого предприятия, которая заключается в сложности получения необходимого статистического материала, например, из-за частой смены номенклатуры изделий производства, следует обратить внимание на необходимость достаточной периодичности контроля с целью выявления малых и медленно образующихся трендов, свидетельствующих о разлаженности процесса.

*Цель исследования* — совершенствование методов идентификации особых причин, приводящих к разлаженности технологического процесса.

## ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛА

### Установление контрольных пределов

Свойство технологического процесса, обуславливающее постоянство распределений вероятностей его контролируемых параметров в течение некоторого интервала времени без вмешательства извне, можно оценить по значению среднеквадратического отклонения (СКО)  $\sigma$ , которое адекватно отображает стабильность процесса, при значительных объемах ( $n > 10$ ). При выборках малого объема более эффективную оценку рассеяния результатов дает размах  $R$  (абсолютная разность между наибольшим и наименьшим значениями выборочной подгруппы) [7]. Размах вычисляется более оперативно и позволяет для оценивания стабильности технологического процесса иметь только по два результата в каждой подгруппе, что является предпочтительным в условиях малого предприятия. При этом существует некоторая статистика, связывающая  $\sigma$  и  $R$  [8]:

$$M(R_n / \sigma) = \alpha_n, \quad (1)$$

где  $\alpha_n$  — табулированное значение, зависящее от числа элементов  $n$  в выборке;  $R_n$  — размах выборки из  $n$  элементов.

По данной статистике можно определить математическое ожидание размаха:

$$M(R_n) = \alpha_n \sigma. \quad (2)$$

Кроме того, как видно из выражения (1),  $\alpha_n$  является несмещенной оценкой, а, следовательно, и значение  $M(R_n)$  также является несмещенной оценкой и может быть принято за центр возможных рассеяний результатов контроля. При этом исходят из того, что допустимое рассеяние результатов  $\sigma$ , характеризующее стабильность процесса, задано.

Разброс возможных значений отношения  $R_n / \sigma$  при фиксированном значении  $n$ , обусловленный влиянием случайных величин и ограниченностью объема выборки, также является табулированным. Таким образом, существует зависимость

$$\text{var}(R_n / \sigma) = \beta_n,$$

которая позволяет при заданном  $\sigma$  установить рассеяние возможных значений размаха  $R_n$  по отношению к  $M(R_n)$  в виде:

$$\text{var}(R_n) = \beta_n \sigma. \quad (3)$$

При построении контрольных пределов, используя выражения (2) и (3), можно определить абсолютные значения квантилей вариации размаха  $R_n$  в виде:

$$M(R_n) \pm k(P) \text{var}(R_n), \quad (4)$$

где  $k(P)$  — коэффициент, зависящий от значения доверительной вероятности.

Поскольку размах есть число положительное, то для левого квантиля должно выполняться условие:

$$[M(R_n) - k(P) \text{var}(R_n)] > 0. \quad (5)$$

Данные соотношения положены в основу построения контрольных карт Шухарта, в которых для принятия решения о стабильности показателей технологического процесса вводятся предупредительные пределы (*warning limits*) при  $k(P) = 2$  и пределы действия (*action limits*) при  $k(P) = 3$ , что соответствует вероятности принятия решения  $P = 95\%$  и  $P = 99,7\%$ . Поскольку контрольные пределы используются как эмпирические критерии при принятии решений, допускается пренебрегать малыми отклонениями от нормальности [9].

#### **Формирование дополнительных критериев для идентификации особых причин**

Свидетельством выхода процесса из статистически управляемого состояния под действием особых причин является наличие некоторых характерных структур расположения точек на контрольной карте. В работе [10] сформулированы восемь признаков, которые указывают на наличие особых причин, и дается их графическая иллюстрация с помощью фрагментов контрольной карты. Набор приведенных признаков не является исчерпывающим. При анализе контрольных карт следует обращать внимание на любые необычные структуры точек, поскольку они могут указывать на проявление особых причин. Действие особых причин на карте обычно проявляется или в виде монотонных трендов (когда точки образуют непрерывно повышающуюся или понижающуюся кривую, например, вследствие износа инструмента), или скачков, связанных с нарушением настроенности процесса от выборки к выборке, когда точки выходят за контрольные пределы. Возможны приближение точек к контрольным пределам или центральной линии, а также периодичность структуры точек. Наиболее полное описание необычных структур точек со ссылками на их источники приведены в [11—13].

При контроле производственного процесса с использованием контрольных карт можно предполагать, что выполняются следующие условия:

\* процесс находится в нормальном состоянии (центральная линия проведена через значение, равное среднему  $\bar{X}$  контролируемой характеристики генеральной совокупности изделий);

\* значения следующих друг за другом выборок независимы (отсутствует автокорреляция — выбор времени между выборками);

\* выборочные значения контролируемой характеристики распределены по нормальному закону.

Однако, как отмечено в [14], возможные отклонения от указанных предпосылок не повлекут за собой искажения контролируемой ситуации. Тогда существует следующая взаимосвязь между  $\sigma$  и количеством наблюдений  $n$ : в пределах  $\bar{X} \pm \sigma$  (зона С контрольной карты) находится 68,3% наблюдений; в пределах  $\bar{X} \pm 2\sigma$  (зона В) — 95,4%; в пределах  $\bar{X} \pm 3\sigma$  (зона А) — 99,7% всех наблюдений. Границы  $\pm 3\sigma$  указывают, что около 99,7% значений характеристики подгрупп попадут в эти пределы при условии, что процесс находится в статистически управляемом состоянии. Другими словами, есть риск, равный 0,3% (или в среднем три на тысячу случаев), что нанесенная точка окажется вне контрольных границ, когда процесс стабилен. При выполнении указанных выше условий на практике почти не встречаются отклонения, которые превышают  $3\sigma$ .

При построении контрольной карты предполагается, что изменение величины  $X$  (рассеивание выборочных средних — оценок смещения) при мониторинге результатов обусловлено влиянием случайных факторов и ограниченным объемом выборок. Выход значений за пределы  $\pm 3\sigma$  свидетельствует о наличии систематического воздействия, приводящего к разлаженности процесса и необходимости его управления. Признаки, связанные с расположением характерных структур точек относительно центральной линии, можно разделить на две группы:

- ♦ характерные структуры точек, расположенные по одну сторону от центральной линии;
- ♦ характерные структуры точек, расположенные по обеим сторонам от центральной линии.

Появление особых структур под действием случайных причин является событием, имеющим очень малую вероятность. Поэтому их появление указывает на наступление противоположного события («действует особая причина»), которое в этом случае имеет вероятность, близкую к 1. Из теории вероятностей известно, что для полного описания сложного поля событий, получающихся в результате  $n$  произвольных испытаний, следует знать вероятность  $P(A_1, A_2, \dots, A_n)$ , где  $A_i$  — какой-либо из возможных исходов  $i$ -го испытания. Вероятность появления нескольких независимых, следующих друг за другом значений в той или иной области контрольной карты может быть найдена с использованием правила умножения безусловных вероятностей этих событий [8]:

$$P(A_1, A_2, \dots, A_n) = P \prod_{i=1}^n P(A_i). \quad (6)$$

Таким образом, может быть найдена вероятность появления нескольких независимых, следующих

Графическая интерпретация критериев особых причин разлаженности технологического процесса  
 Graphical interpretation of the criteria for special causes of process disparity

Значение вероятности	График зависимости вероятности от числа наблюдений	Расположение точек на контрольной карте
2 точки подряд находятся в зоне А по одну сторону от $\bar{X}$ ; $p = 0,00046$ *Настолько маловероятное событие, что возможно появление особых причин		
3 точки подряд находятся в зоне В по одну сторону от $\bar{X}$ ; $p = 0,00389$		
4 точки подряд находятся в зонах А и В по одну сторону от $\bar{X}$ ; $p = 0,0006$ *Присутствует особая причина (если тренд ниже $\bar{X}$ — отрицательная, если выше — положительная)		
6 точек подряд находятся в зоне С по одну сторону от $\bar{X}$ ; $p = 0,00158$		
8 точек подряд находятся в зонах В и С по одну сторону от $\bar{X}$ ; $p = 0,00269$		
9 точек подряд находятся по одну сторону от $\bar{X}$ ; $p = 0,00195$ *Точки предположительно симметрично расположены		

Продолжение  
Continuation

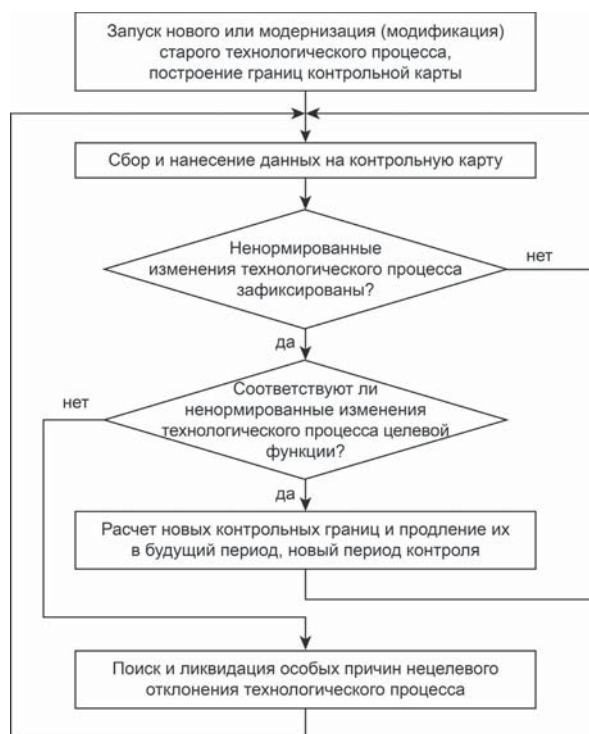
Значение вероятности	График зависимости вероятности от числа наблюдений	Расположение точек на контрольной карте
<p>16 точек подряд находятся в зоне С по обе стороны от <math>\bar{X}</math>; <math>p_{16} = 0,0023</math></p>		

друг за другом значений в той или иной области контрольной карты, что может свидетельствовать о тенденции разлаженности технологического процесса. Например, если исходить из того, что средние значения (оценки смещения) последовательных подгрупп — независимые случайные величины, то вероятность попадания результата для любой подгруппы выше (или ниже) центральной линии в любую из зон А, В, С равна 0,4986 (приблизительно 0,5). Вероятность того, что два следующих друг за другом выборочных значения окажутся, например, выше центральной линии, будет равна  $0,5 \times 0,5 = 0,25$ . Остается выяснить, какому минимальному числу последовательных результатов, расположенных подряд с одной стороны центральной линии контрольной карты, соответствует вероятность 0,003 (0,0027). Это вероятность того, что отдельное выборочное значение не попадет в интервал, ограниченный контрольными пределами  $\pm 3\sigma$ . Оказывается, этому условию будет отвечать последовательность из девяти точек — вероятность того, что серия из 9 точек контрольной карты окажется с одной стороны от центральной линии составит 0,00195. Если этот критерий выполняется, то делается вывод о возможном изменении среднего значения процесса в целом.

Аналогично рассуждая, для возможных последовательностей точек, находящихся в соответствующих зонах контрольной карты, с некоторой вероятностью можно определить множество предупредительных критериев, когда имеет место разлаженность технологического процесса, но результаты еще не выходят за пределы предупреждения или действия. Примером может быть ситуация, когда нахождение 15-ти, следующих подряд результатов во вполне «благополучных» зонах  $\pm C$ , не может вызывать беспокойства. Однако появлению следующего, 16-го результата в этой зоне соответствует вероятности 0,0023, которая превышает значение  $3\sigma$ .

Поэтому данный критерий также является «критическим» [15]. Наглядность результатов анализа демонстрируют графики, приведенные в таблице.

Критериев, аналогичных рассчитанным и приведенным в таблице, может быть множество. Появление любого из них — указание на присутствие особых причин, которые должны быть проанализированы и скорректированы. Бывают ситуации, когда очевидно, что с процессом что-то происходит не так, хотя все точки лежат внутри контрольных пределов. С другой стороны, чем больше критериев можно использовать, тем больше вероятность напрасного вмешательства в процесс. Тут важно оценить риски излишней налаженности и/или незамеченной разлаженности процесса.



Обобщенный алгоритм диагностирования изменений технологического процесса  
Generalized algorithm for diagnosing changes in the technological process

Для малых предприятий только лишь поиск особых причин, вызывающих наблюдаемые случайные вариации контролируемых параметров, экономически неэффективен. Недостаточно принимать решение, основываясь только на анализе структуры нескольких точек, без анализа всего процесса. Следует удалять причину, если она приводит к разлаженности, и, наоборот, если она свидетельствует о положительных изменениях процесса, то сделать это состояние составляющим процесса. Так, на рисунке представлен обобщенный алгоритм диагностирования изменений технологического процесса, как положительных, так и отрицательных, с помощью контрольных карт, когда есть необходимость в пересчете их контрольных границ, например, при запуске нового или модернизации (модификации) старого технологического процесса.

Значение статистической характеристики, при котором процесс признается разлаженным, определяется исходя из влияния этого значения на долю дефектной продукции. Эта доля дефектной продукции не должна превышать значения допустимого уровня дефектности (максимального уровня дефектности, установленного в нормативно-правовых актах), которое устанавливается из экономических соображений.

Следовательно, для малых предприятий необходимо оптимизировать процесс контроля на уровне системных изменений, находящихся в компетенции топ-менеджеров, на уровне проектирования процес-


са и улучшения всех входов в него (качества сырья и материалов, технического состояния оборудования и инструмента, обучения персонала и др.). Для этого, в первую очередь, необходимо располагать соответствующим набором эффективного статистического инструментария, на основании которого, топ-менеджер, исходя из имеющегося опыта, может принимать оптимальные решения.

## ВЫВОДЫ

Таким образом, на сегодняшний день не существует полного перечня возможных критериев, которыми можно пользоваться для обнаружения специальных причин разлаженности технологического процесса. Поскольку их может быть множество, то возникает проблема выбора подходящих критериев для использования на практике, основываясь на их эффективности. При этом необходима полная информация о деталях технологического процесса, способствующих установлению отличий влияния нормальных флуктуаций процесса от возможных действий особых причин.

Предметом дальнейшего исследования является рассмотрение возможности установления дополнительных критериев с использованием биномиального распределения, а также методы оценивания случайности и стационарности контролируемых показателей, что может стать надежным статистическим инструментарием для оценивания управляемости технологического процесса.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ / REFERENCES

1. Статистические методы контроля качества продукции / под ред. Ноулера/ — М.: Изд-во стандартов (Statistic heskiye metody kontrolya kachestva produktsii /pod red. Noulera /. — М.: Izd-vo standartov), — 1989. — 96 с/р.
2. Джонсон Н., Лион Ф. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке. — М.: Мир (Dzhonson N., Lion F. Statistika i planirovaniye eksperimenta v tekhnike i nauke.— М.: Mir), — 1980, — Т/V.1. — 610 с/р.
3. Мэрдок Дж. Контрольные карты. — М.: Финансы и статистика (Merdok Dzh. Kontrol'nyue karty.— М.: Finansy i statistika), — 1986, — 251 с/р.
4. Nishina, K., Kuzuya, K., Ishi, N.: Reconsideration of Control Chartsin Japan. Frontiersin Statistical Quality Control, 2005, 8, 136—150.
5. ДСТУ 3514-97 Державний стандарт України. Статистичні методи контролю та регулювання. Терміни та визначення. — [Електронний ресурс]. — Режим доступу (DSTU 3514-97 Derzhavniy standart Ukraini. Statistichni metody kontrolyu ta reguluyuvannya. Termini ta viznachennya. — [Y Elektronniy resurs]. — Rezhim dostupu) <http://metrology.com.ua/download/dstu-gost-gost-1/60-dstu/489-dstu-3514-97>.
6. ДСТУ ISO 3534-2:2008. Статистика. Словник термінів і позначки. Частина 2. Прикладна статистика (ISO 3534-2:2006, IDT). — [Електронний ресурс]. — Режим доступу (DSTU ISO 3534-2:2008. Statistika. Slovník terminiv i poznaki. Chastina 2. Prikladna statistika (ISO 3534-2:2006, IDT). — [Y Elektronniy resurs]. — Rezhim dostupu) [http://document.ua/statistika\\_slovník-terminiv-i-poznaki\\_chastina-2\\_prikladn-std9474.html](http://document.ua/statistika_slovník-terminiv-i-poznaki_chastina-2_prikladn-std9474.html).
7. D. J. Wheeler, D.S. Chambers Understanding Statistical Process Control. Second Edition. Addison-Wesley Publishing Company, 2010.
8. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. — М.: Физматлит (Kremer N.Sh. Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika.— М.: Fizmatlit), — 2007. — 551 с/р.
9. E. Volodarsky, L.Kosheva, Z.Warsza, A.Idzkowski.Precautiounary statistical criteria in the monitoring quality of technological process //In book Recent Advancesin Systems, Control and Information. Proceeding of Internation Conference SCIT 2016, May 20—21, 2016, Warsaw, Poland. Technology ISBN 978-3-319-48923-0, 2017, Springer, page 740—750.
10. ISO 7870-1, -2 ... -6: 2014. Shewhart control charts—part 1—6.
11. Статистические методы повышения качества: Пер. с англ. / Под ред. Х.Кумэ. — М.: Финансы и статистика (Statisticheskiye metody povysheniya kachestva: Per. s angl. / Pod. red. X. Kume. — М.: Finansy i statistika). — 1990. — 304 с/р.
12. Wheeler D. Advanced Topicsin Statistical Process Control. The power of Shewhart's Charts. — Knoxville, SPC Press, 1995.
13. Hoyer R.W., Ellis W.C. A Graphical Exploration of SPC. Part 2: The probability structure of rules for interpreting control charts. — Quality Progress, 1996, vol. 29, № 6, pp. 57—64.
14. D. J. Wheeler, D.S. Chambers Understanding Statistical Process Control. First Edition. SPC Press Knoxville, Tennessee, 1992.
15. E. Volodarsky, L. Kosheva, Z. Warsza, M. Klevtsova. Control stability of indicators product quality // Метрологія і метрологічне забезпечення: Proceedings of 27th International scientific symposium «Metrology and metrology assurance 2017». September 8—12, 2017, Sozopol, Bulgaria. — p. 332—336. 

Отримано / received: 19.12.2017.

Стаття рекомендована до публікації д.т.н., проф. Н.І. Косач (Україна).  
Prof. N.I. Kosach, D. Sc. (Techn.), Ukraine, recommended this article to be published.