

Національний авіаційний університет
Міністерство освіти і науки України

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

ДІХТІЄВСЬКИЙ ОЛЕКСАНДР ВІТАЛІЙОВИЧ

УДК 62-233.3 (043.5)

ДИСЕРТАЦІЯ
**ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ ВИМІРЮВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ
ПАРАМЕТРІВ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС**

05.11.01 – Прилади та методи вимірювання механічних величин

Технічні науки

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук.
Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

_____ О.В.Діхтієвський

Науковий керівник Квасніков Володимир Павлович,
Заслужений метролог України , доктор технічних наук, професор

Київ – 2019

АНОТАЦІЯ

Діхтієвський О.В. Підвищення точності вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.11.01 «Прилади та методи вимірювання механічних величин». – Національний авіаційний університет, Київ». – 2019.

У дисертаційній роботі отримані такі наукові результати:

1. Вперше запропоновано вдосконалений координатний метод вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс застосовуючи моделювання евольвенти колеса з використанням замкнутих векторних контурів, що дозволяє зменшити процес обробки інформації та описати евольвенту з більш високою точністю. У результаті точність визначення координат евольвенти підвищується в (1,5...2) рази в залежності від діаметра

2. Вперше отримано математичну модель визначення ймовірності аномальних відхилень геометричних параметрів зубчастого колеса за допомогою тренда поверхні, яка на відміну від відомих моделей дозволяє забезпечувати компенсацію похибок вимірювання геометричних параметрів евольвенти та дає можливість підвищення точності та швидкодії приладової системи у 2,5 рази (похибка вимірювання $(4 \div 6)$ мкм.) для зубчастих коліс з модулем $m=(0,8 \div 2,5)$).

3. Розроблено принципи побудови приладової системи для вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс з евольвентним профілем шляхом їх візуалізації та алгоритмічної компенсації похибок вимірювання за допомогою індикаторної цифрової вимірювальної головки. Реалізація цих принципів у приладовій системі забезпечує її підвищену швидкість та точність у 2,5 рази порівняно з існуючими засобами вимірювання.

4. Дістали подальший розвиток теоретичні основи нової приладової системи для вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс, у тому

числі метод опису кривої евольвенти колеса на базі триангуляції багатозв'язних областей з вимірювальною інформацією про геометричні параметри, що отримані шляхом алгоритмічної обробки, та дає можливість встановлювати оптимальне настроювання вимірювального каналу в умовах дії дестабілізуючих факторів.

Практичне значення результатів дисертаційної роботи:

1. Розроблено методики підвищення достовірності вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс, що дозволяє підвищити точність та швидкодію координатних вимірювань.

2. Визначено похибку вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс на приладовій системі вимірювання, що дозволяє підвищити якість виготовлення зубчастих коліс.

3. Подальший розвиток отримав метод вимірювання зубчастих коліс на приладовій системі з використанням координатного методу вимірювання, що дає можливість підвищення точності та швидкодії вимірювання на (8...10)% в залежності від модуля та ділильного діаметра. Доведено доцільність побудови приладової системи з покращеними метрологічними характеристиками на основі існуючих засобів вимірювання.

4. Підвищено точність та швидкодію вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс з евольвентним профілем з використанням приладової системи (а саме довжини загальної нормалі, модуля, радіального биття, похибки профілю зуба (евольвенти)), розширені її функціональні можливості (реєстрації, аналізу та зберігання даних) на основі використання отриманих результатів теоретичних та експериментальних досліджень.

Теоретичні та практичні здобутки роботи впроваджено на підприємствах: Публічне акціонерне товариство науково-виробниче об'єднання «Київський завод автоматики», Державне підприємство «Завод 410 цивільної авіації» та у навчальний процес в Національному авіаційному університеті на кафедрі комп'ютеризованих електротехнічних систем та технологій: використовуються у курсах лекцій та лабораторних роботах з

дисципліни «Основи метрології та електричних вимірювань», та на кафедрі інформаційно-вимірювальних систем при викладанні курсів «Фізичні основи сучасної метрології», «Інформаційно-вимірювальні системи» та у дипломному та курсовому проектуванні, що підтверджується відповідними актами.

У **вступі** розкрито актуальність дослідження, представлено зв'язок даного напрямку з науковими темами, програмами, сформульовано мету та задачі досліджень, подано наукову новизну та практичне значення отриманих результатів, визначено особистий внесок здобувача, наведено дані про апробацію, публікації за темою роботи та використання результатів досліджень.

В **першому розділі** проведено аналітичний огляд методів та способів вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс, проведена класифікація засобів контролю параметрів зубчастих коліс та приладів для їх контролю, а також якісний аналіз дестабілізуючих факторів на процес проведення вимірювань параметрів зубчастих коліс розглянутими методами. Доведено, що наукова задача, яка розв'язується в дисертації, є актуальною для різних галузей промисловості, де на практиці використовуються засоби та методи для вимірювання параметрів зубчастих коліс.

В **другому розділі** розглянуто теоретичні засади методів вимірювання параметрів зубчастих коліс та проаналізовано способи підвищення їх точності.

Розроблено метод координатних вимірювань, який включає в себе стратегію вимірювання та розрахункову модель, яку математично описує взаємозв'язок координат вимірюваних точок з обумовленими лінійно-кутовими параметрами. Проаналізовано метод математичного моделювання зубчастих коліс, розробленого для дослідження процесів вимірювання, що має високу точність та дозволяє виконувати розрахунки на міцність, при введенні додаткових обчислень.

Запропоновано методику підвищення достовірності вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс за допомогою розгляду характеристики точності методу, що вимірюють. Представлений математичний опис кривої евольвенти зубчастого колеса методом триангуляції багатозв'язних областей. Проведений розрахунок допусків методом розмірного аналізу з врахуванням експлуатаційної похибки.

Представлена структурна схема інформаційно-вимірювального комплексу вимірювання геометричних параметрів шестерні.

В третьому розділі проведено синтез аномальних відхилень та методів вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс від форми та розташування поверхні. Досліджено ефективність способу виявлення аномальних значень для стаціонарних випадкових процесів. Виконаний опис евольвенти зубчастого колеса за допомогою тренда та порівняльний аналіз ефективності процесів при виявленні аномальних значень під час вимірювання геометричних параметрів зубчастого колеса.

Визначено похибки вимірювання геометричних параметрів евольвенти. Проведена класифікація методів оцінки аномальних відхилень після виготовлення та контролю шестерні. Проведений синтез цифрового методу вимірювання геометричних параметрів зубчастого колеса.

В четвертому розділі проведені експериментальні дослідження розробленої комп'ютеризованої системи для контролю криволінійних поверхонь (евольвенти) на базі приладової системи вимірювання, що підтвердило підвищення точності та швидкодії вимірювання шестерні.

Виконаний розрахунок похибки інформаційно-вимірювального комплексу комп'ютеризованої системи та проведена метрологічна атестація вимірювального каналу. Розроблена методика підвищення точності вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс методом дисперсії.

В загальних висновках підсумовано основні результати досліджень, проведених у дисертаційній роботі, як теоретичних так і експериментальних, отриманих в лабораторних умовах.

Ключові слова: зубчасте колесо, вимірювальна головка, евольвента, моделювання, триангуляція, тренд, аномальні відхилення, інформаційно-вимірювальний комплекс, приладова система вимірювання.

Список основних публікацій здобувача:

1. Dihtievskiy O. Analysis of the method of measurement of the cylindrical gear involute [Текст] / O. Dihtievskiy, V. Kvasnikov // Технологический аудит и резервы производства. – 2019. – №2. – С. 19–24.

2. Діхтієвський О. В. Розробка методики підвищення достовірності вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс [Текст] / О. В. Діхтієвський // Вісник Херсонського національного технічного університету. – 2019. – №2. – С. 68–75.

3. Діхтієвський О. В. Розробка структурної схеми інформаційно-вимірювального комплексу для контролю геометричних параметрів шестерні з урахуванням похибки [Текст] / О. В. Діхтієвський, В. П. Квасніков // Збірник наукових праць Одеської державної академії технічного регулювання та якості. – 2019. – №1(14). – С. 34 – 40.

4. Діхтієвський О. В. Оцінка систематичної та випадкової складових похибки вимірювання циліндричних зубчастих коліс [Текст] / О. В. Діхтієвський, В. П. Квасніков, А. О. Возняковський // Перспективні технології та прилади. – 2019. – №14. – С. 62–66.

5. Квасніков В. П. Розробка координатного методу вимірювання параметрів зубчастого колеса [Текст] / В. П. Квасніков, О. В. Діхтієвський // Вісник Інженерної академії України. – 2019. – №2. – С. 142–146.

6. Діхтієвський О. В. Модифікований метод вимірювання параметрів зубчастих коліс і передач [Текст] / О. В. Діхтієвський, В. П. Квасніков // Вісник Інженерної академії України. – 2017. – №3. – С. 185–187.

7. Діхтієвський О. В. Дослідження ефективності використання вимірювальних головок на верстатах з числовим програмним керуванням [Текст] / О. В. Діхтієвський, В. П. Квасніков // Вісник Інженерної академії України. – 2016. – №4. – С. 110–112.

8. Діхтієвський О. В. Методи та засоби контролю геометричних параметрів шестерень з використанням вимірювальних головок на верстатах з числовим програмним керуванням [Текст] / О. В. Діхтієвський, В. П. Квасніков // Вісник Інженерної академії України. – 2017. – №2. – С. 178–180.

9. Dihtievskiy A. V. Kvasnikov. / Determination of the error of active control of the parameters of the toothed wheel // XIV Міжнародна науково-технічна конференція «АВІА-2019». – 2019. – С. 4.15–4.16.

10. Квасніков В.П. Діхтієвський О.В. / Адаптивна система вимірювання геометричних параметрів на верстатах з числовим програмним керуванням // IV-а Міжнародна наукова конференція «Вимірювання, контроль та діагностика в технічних системах». – 2017. – С.189–190.

11. Діхтієвський О.В. Квасніков В.П. / Підвищення точності вимірювання зубчастих коліс методом дисперсії // Дванадцята міжнародна науково – практична конференція «Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси». – 2019. – С.78–79.

12. Діхтієвський О.В. Квасніков В.П. / Модифікований метод вимірювання величини зміщення вихідного контуру циліндричних зубчастих коліс // Одинадцята міжнародна науково – практична конференція «Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси». – 2018. – С.162–163.

13. Діхтієвський О.В. Квасніков В.П. / Дослідження ефективності використання вимірювальних головок на верстатах з числовим програмним керуванням // Десята міжнародна науково – практична конференція «Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси». – 2017. – С.164–165.

14. Дихтиевский А.В. Возняковский А.О. Квасников В.П. / Метод контроля качества сборки гиromотора // XII Международная научно-техническая конференция «Гиротехнологии, навигация, управление движением и конструирование авиационно-космической техники». – 2019. – С.60–65.

SUMMARY

Dikhtievskiy O. Improving the accuracy of measuring the geometrical parameters of gears. - Qualified scientific work on the rights of the manuscript.

Thesis for a Candidate Degree in Engineering, specialty 05.11.01 “Instruments and methods for measuring mechanical quantities”. - National Aviation University, Kyiv. - 2019.

In the dissertation work the following new scientific results were obtained:

1. The principles of construction of instrument system for measuring geometrical parameters of gear wheels with involute profile by their visualization and algorithmic compensation of measurement errors by means of a measuring head are developed. As a result, the accuracy of coordinate determination is increased by 1.5... 2 times.

2. For the first time, an advanced coordinate method for measuring the geometrical parameters of gear wheels using wheel involute modeling using closed vector contours is proposed, which allows to reduce the information processing process and describe the involute with higher accuracy. The implementation of these principles in the instrument system ensures its increased speed and accuracy (2 ... 3 times) compared to existing measuring instruments.

3. In contrast to the known works, dependences of the influence of the anomalous deviations of the geometrical parameters of the gear wheel by means of a trend of the surface are obtained, which allows to compensate for the errors of measurements of the geometrical parameters of the involute and to provide an increase in the accuracy and speed of the instrument system in (2... 3) times (measurement error, 0.1 - 0.2) microns for gears with module $m = 0.8 \div 2.5$).

4. The theoretical foundations of a new instrument system for measuring the geometrical parameters of gears were further developed, including the method of describing the curve of a wheel involute on the basis of triangulation of multi-connected regions with measuring information about geometrical parameters obtained by algorithmic processing, as well as optimizing adaptation of the

measuring channel under conditions of action of destabilizing factors on the instrument system.

The practical value of the results obtained:

1. Methods of increasing the reliability of measuring the geometrical parameters of gears have been developed, which allows to increase the accuracy and speed of coordinate measurements.

2. The error of measurement of geometrical parameters of a gear wheel on the instrumentation system of measurement is determined, which allows to improve the quality of manufacturing of gear wheels.

3. Further development of the method of control of gear wheels on the instrument system using the coordinate method of measurement, which allows to improve the accuracy and speed of measurement. The expediency of constructing an instrument system with improved metrological characteristics based on existing technical means of measurement has been proved.

4. Improved accuracy and speed of measurement of geometric parameters of gear wheels with involute profile due to the use of the instrument system for measuring curvilinear surfaces, expanded its functionality (registration, analysis and storage of data) based on the use of the results of theoretical and practical research.

Theoretical and practical achievements of the work were introduced at the enterprises of PJSC NPO "Kyiv Automation Plant", SE "Plant 410 CA" and in the educational process at the National Aviation University (Kyiv) of the Department of Computerized Electrical Systems and Technologies: used in lectures and laboratory courses works in the discipline "Physical Foundations of Modern Metrology" in the direction of preparation "Fundamentals of Metrology and Electrical Measurements", "Information Measurement Systems", as well as applied in the course of diploma and course work Executive specialty "Information-measuring systems", as confirmed relevant acts.

The introduction reveals the relevance of the research, presents the connection of this area with scientific topics, programs, formulated the purpose and

objectives of the research, presents the scientific novelty and practical significance of the results obtained, determined the personal contribution of the applicant, provides data on testing, publications on the topic of work and use of results research.

The first section provides an analytical review of the methods and methods of measuring the geometrical parameters of the gear wheels, the classification of the means of controlling the parameters of the gear wheels and devices for their control, as well as a qualitative analysis of destabilizing factors for the process of measuring the parameters of the gears by the considered methods. It is proved that the scientific problem, which is solved in the thesis, is relevant for various industries, where in practice the means for measuring the parameters of gear wheels are used.

The second section discusses the theoretical foundations of the methods of measuring gear wheel parameters and analyzes ways to improve their accuracy.

A method of coordinate measurements has been developed, which includes a measurement strategy and a computational model that mathematically describes the relationship of the coordinates of the measured points with the determined linear-angular parameters. The method of mathematical modeling of gears, developed for the study of measurement processes, which has high precision and allows to perform strength calculations with the introduction of additional calculations, is analyzed.

A method of increasing the reliability of measuring the geometrical parameters of gears by considering the accuracy characteristics of the method to be measured is proposed. The mathematical description of the curve of a gear wheel involution is presented by the method of triangulation of multi-connected regions. The calculation of tolerances by the method of dimensional analysis taking into account the operational error.

The structural scheme of the information-measuring complex for measuring the geometrical parameters of a gear is presented. The question of the description of the geometric model of the involute with the help of the trend is also considered.

In the third section, the synthesis of anomalous deviations and methods of measuring the geometrical parameters of gears are performed. The efficiency of the method of detecting anomalous values for stationary random processes is investigated. The description of the gear wheel involution was performed by means of a trend and the comparative analysis of the efficiency of the processes in detecting anomalous values during the measurement of the geometrical parameters of the gear wheel.

The measurement errors of the geometric parameters of the involute are determined. The classification of methods of estimation of anomalous deviations after the manufacture and control of gear is carried out. The digital method of measuring the geometrical parameters of the gear was synthesized and its qualitative indicators were established.

In the fourth section, experimental studies of the developed computerized system for the control of curvilinear surfaces (involutes) with the help of a coordinate measuring machine have been carried out, which confirmed the increase of accuracy and speed of measurement of the gear.

The error of the information-measuring complex of the computerized system was calculated and metrological certification of the measuring channel was performed.

A technique for improving the accuracy of measuring the geometrical parameters of gears by the method of dispersion is developed.

The general conclusions summarize the main results of the research conducted in the dissertation, both theoretical and experimental, obtained in the laboratory.

Keywords: gear wheel, measuring head, involute, modeling, triangulation, trend, anomalous deviations, information-measuring complex, coordinate-measuring machine.

List of the main publications of the applicant:

1. Dihtievskiy O. Analysis of the method of measurement of the cylindrical gear involute [Текст] / O. Dihtievskiy, V. Kvasnikov // Технологический аудит и резервы производства. – 2019. – №2. – С. 19–24.
2. Діхтієвський О. В. Розробка методики підвищення достовірності вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс [Текст] / О. В. Діхтієвський // Вісник Херсонського національного технічного університету. – 2019. – №2. – С. 68–75.
3. Діхтієвський О. В. Розробка структурної схеми інформаційно-вимірювального комплексу для контролю геометричних параметрів шестерні з урахуванням похибки [Текст] / О. В. Діхтієвський, В. П. Квасніков // Збірник наукових праць Одеської державної академії технічного регулювання та якості. – 2019. – №1(14). – С. 34 – 40.
4. Діхтієвський О. В. Оцінка систематичної та випадкової складових похибки вимірювання циліндричних зубчастих коліс [Текст] / О. В. Діхтієвський, В. П. Квасніков, А. О. Возняковський // Перспективні технології та прилади. – 2019. – №14. – С. 62–66.
5. Квасніков В. П. Розробка координатного методу вимірювання параметрів зубчастого колеса [Текст] / В. П. Квасніков, О. В. Діхтієвський // Вісник Інженерної академії України. – 2019. – №2. – С. 142–146.
6. Діхтієвський О. В. Модифікований метод вимірювання параметрів зубчастих коліс і передач [Текст] / О. В. Діхтієвський, В. П. Квасніков // Вісник Інженерної академії України. – 2017. – №3. – С. 185–187.
7. Діхтієвський О. В. Дослідження ефективності використання вимірювальних головок на верстатах з числовим програмним керуванням [Текст] / О. В. Діхтієвський, В. П. Квасніков // Вісник Інженерної академії України. – 2016. – №4. – С. 110–112.
8. Діхтієвський О. В. Методи та засоби контролю геометричних параметрів шестерень з використанням вимірювальних головок на верстатах

з числовим програмним керуванням [Текст] / О. В. Діхтієвський, В. П. Квасніков // Вісник Інженерної академії України. – 2017. – №2. – С. 178–180.

9. Dihtievskiy A. V. Kvasnikov. / Determination of the error of active control of the parameters of the toothed wheel // XIV Міжнародна науково-технічна конференція «АВІА-2019». – 2019. – С. 4.15–4.16.

10. Квасніков В.П. Діхтієвський О.В. / Адаптивна система вимірювання геометричних параметрів на верстатах з числови програмним керуванням // IV-а Міжнародна наукова конференція «Вимірювання, контроль та діагностика в технічних системах». – 2017. – С.189–190.

11. Діхтієвський О.В. Квасніков В.П. / Підвищення точності вимірювання зубчастих коліс методом дисперсії // Дванадцята міжнародна науково – практична конференція «Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси». – 2019. – С.78–79.

12. Діхтієвський О.В. Квасніков В.П. / Модифікований метод вимірювання величини зміщення вихідного контуру циліндричних зубчастих коліс // Одинадцята міжнародна науково – практична конференція «Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси». – 2018. – С.162–163.

13. Діхтієвський О.В. Квасніков В.П. / Дослідження ефективності використання вимірювальних головок на верстатах з числовим програмним керуванням // Десята міжнародна науково – практична конференція «Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси». – 2017. – С.164–165.

14. Дихтиевский А.В. Возняковский А.О. Квасников В.П. / Метод контроля качества сборки гиromотора // XII Международная научно-техническая конференция «Гиротехнологии, навигация, управление движением и конструирование авиационно-космической техники». – 2019. – С.60–65.

ЗМІСТ

	стор.
АНОТАЦІЯ	2
SUMMARY	8
ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ І СКОРОЧЕНЬ	17
ВСТУП	18
РОЗДІЛ 1. СУЧАСНИЙ СТАН РОЗРОБКИ МЕТОДІВ ТА СПОСОБІВ ВИМІРЮВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС	29
1.1. Аналітичний огляд методів і способів вимірювання геометричних параметрів шестерні.....	29
1.2. Класифікація засобів вимірювання параметрів зубчастих коліс...34	34
1.3. Класифікація приладів для вимірювання зубчастих коліс.....40	40
1.4. Аналіз дестабілізуючих факторів вимірювання відхилень від заданої форми та розташування поверхонь зубчастого колеса.....43	43
1.5. Постановка наукової задачі.....46	46
1.6. Висновки до розділу 1.....47	47
Перелік літератури до розділу 1	48
РОЗДІЛ 2. РОЗРОБКА МЕТОДІВ ВИМІРЮВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ АВІАЦІЙНИХ ДЕТАЛЕЙ	53
2.1. Розробка координатного методу вимірювання зубчастого колеса.....53	53
2.2. Моделювання евольвенти зубчастого колеса методом замкнутих контурів.....57	57
2.3. Розробка методики підвищення достовірності вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс.....62	62
2.4. Математичний опис кривої евольвенти зубчастого колеса методом триангуляції багатозв'язних областей.....67	67

2.5. Розрахунок допусків методом розмірного аналізу з врахуванням експлуатаційної похибки.....	74
2.6. Розробка структурної схеми інформаційно – вимірювального комплексу вимірювання геометричних параметрів шестерні.....	77
2.7. Опис геометричної моделі евольвенти за допомогою тренда.....	80
2.8. Принципи побудови приладової системи для вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс.....	84
2.9. Висновки до розділу 2.....	86
Перелік літератури до розділу 2	87

РОЗДІЛ 3. СИНТЕЗ МЕТОДІВ ВИМІРЮВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ АВІАЦІЙНИХ ДЕТАЛЕЙ.....92

3.1. Визначення аномальних відхилень геометричних параметрів шестерні.....	92
3.2. Метод опису поверхні евольвенти за допомогою тренда.....	98
3.3. Методи оцінки аномальних відхилень вимірювань авіаційних деталей.....	111
3.4. Визначення похибки вимірювання геометричних параметрів евольвенти зубчастого колеса.....	118
3.5. Оцінка математичного очікування з невідомим періодом.....	122
3.6. Алгоритмічні методи обробки інформації в приладовій системі для вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс.....	127
3.7. Висновки до розділу 3.....	132
Перелік літератури до розділу 3	133

РОЗДІЛ 4. ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ ТА ШВИДКОДІЇ ВИМІРЮВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС ТА РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ.....136

4.1. Комп'ютеризована система для контролю криволінійних поверхонь за допомогою приладової системи вимірювання	136
--	-----

4.2. Підвищення точності та швидкодії геометричних параметрів зубчастих коліс на приладовій системі.....	143
4.2.1. Оптимізація геометричних параметрів зубчастих коліс та вибір технічних засобів для вимірювального каналу приладової системи.....	149
4.3. Розрахунок похибки інформаційно-вимірювального комплексу та метрологічна атестація вимірювального каналу.....	152
4.4. Підвищення точності вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс методом дисперсій.....	160
4.5. Висновки до розділу 4	163
Перелік літератури до розділу 4	164
ВИСНОВКИ.....	166
ДОДАТКИ.....	168

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ І СКОРОЧЕНЬ

- ЕП – евольвентна поверхня;
- ЗВТ – засоби вимірювальної техніки;
- ЗЦ – зубовимірювальні центра;
- КВМ – координатно-вимірювальні машини;
- КВС – координатно-вимірювальні системи;
- КСВ – координатні засоби вимірювання;
- ЛВС – лазерно-вимірювальна система;
- МКВ – метод координатних вимірювань;
- ПЗ – програмне забезпечення;
- j_{nmin} – гарантований бічний зазор;
- Δh – зміщення вихідного контуру зубчастого колеса;
- Δ_t – різниця кроку;
- F_{rr} – радіальне биття зубчастого вінця;
- f_{fr} – похибка профілю зуба зубчастого колеса;
- E_{cs} – найменше відхилення товщини зуба;
- F_{vWr} – коливання довжини загальної нормалі;
- F'_{ir} – кінематична похибка.

ВСТУП

Актуальність теми. Розвиток промисловості України висуває постійно зростаючі вимоги до якості виготовлення техніки а, отже, і до ефективності та надійності методів технічного контролю, як складової частини технологічних процесів.

Існуючі сьогодні засоби автоматизації розмірного контролю, а саме координатно-вимірювальні машини традиційного виконання у вигляді трикоординатних пристроїв з переміщеннями вимірювальних головок торкання за координатами X, Y, Z, не пристосовані для контролю зубчастих коліс. Тому актуальними є дослідження, спрямоване на підвищення точності та продуктивності контролю геометричних параметрів зубчастих коліс.

Зубчасті колеса є найбільш масовими деталями, що застосовуються в машинобудуванні та приладобудуванні.

Сьогодні в розпорядженні промисловості величезна кількість складних дорогих зубовимірювальних приладів, якими оснащені практично всі підприємства, що виробляють та контролюють зубчасті колеса. В Україні на промислових підприємствах експлуатується більше десятка тисяч засобів вимірювання техніки (ЗВТ) всієї номенклатури геометричних параметрів.

Широке використання зубчастих коліс в багатьох галузях машинобудування та приладобудування ставить завдання розвитку метрологічного забезпечення їх виробництва. Це обумовлено вимогами підвищення точності, якості та конкурентоспроможності виробів, де вони використовуються.

Розвиток і застосування координатних методів та засобів вимірювання вимагає наявності їх метрологічного забезпечення щоб відповідати сучасному рівню. До недавніх пір була відсутня систематизована науково-обґрунтована методологія координатних методів, не була розвинена еталонна база в області координатних вимірювань, була відсутня методична база в області випробувань і повірки КВМ, а чинна нормативна база в галузі

технічних вимог і метрологічної атестації не відповідала сучасному рівню розвитку координатних методів.

Тому розробка і реалізація методів та засобів підвищення точності вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс, які широко використовуються в промисловості, є актуальною науково-технічною задачею, що потребує вирішення.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами: дисертаційна робота виконана відповідно до наукового напрямку кафедри комп'ютеризованих електротехнічних систем і технологій, відповідно до закону України № 3715-VI «Про пріоритетні напрямки інноваційної діяльності в Україні», зокрема «Освоєння нових технологій високотехнологічного розвитку транспортної системи, ракетно-космічної галузі, авіа- і суднобудування, озброєння та військової техніки», а також пов'язана з держбюджетною тематикою Міністерства освіти і науки України в науково-дослідній роботі № 125-ДБ17 «Методологія побудови сучасних дистанційних інформаційно-вимірювальних систем» (номер держреєстрації 0117U002367), де автор була виконавцем (розділи 2.4, 3.2).

Мета і задачі дослідження.

Метою дисертаційної роботи є підвищення точності та швидкодії вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс з евольвентним профілем шляхом удосконалення діючих координатних засобів вимірювання та розробки, застосування теоретичних основ і принципів побудови приладової системи.

Для досягнення поставленої мети в дисертаційній роботі вирішені наступні завдання:

1. Розвинути теоретичні засади методів вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс з евольвентини профілем та проаналізувати методи та способи підвищення їх точності і швидкодії в залежності від впливу різних дестабілізуючих факторів. Обґрунтувати доцільність

використання координатних методів вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс з евольвентним профілем;

2. Вдосконалити координатний метод вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс з евольвентним профілем на приладовій системі. Розробка теоретичних основ побудови приладової системи для вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс з евольвентним профілем, в тому числі принципів побудови, структурної схеми та математичних моделей процесу вимірювання різних модулів, довжини загальної нормалі, відхилення кроку, похибки профілю зуба, радіального биття зубчастого вінця;

3. Побудувати та дослідити математичну модель процесу вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс з евольвентним профілем;

4. Підвищити точність та швидкодію вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс з евольвентним профілем за рахунок використання лінійної апроксимації, що дозволить визначити криволінійну поверхню евольвенти зубчастого колеса;

5. Розробити методика метрологічної атестації приладової системи з підвищеними метрологічними характеристиками.

Об'єктом дослідження є процес вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс шляхом використання координатного методу вимірювання.

Предметом дослідження є методи, математичні моделі та способи вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс з використанням приладової системи.

Методи дослідження. Робота виконана на основі теоретичних і експериментальних досліджень. Дослідження систематичних складових похибок проводилось методами чисельного експерименту при використанні програмного забезпечення приладової системи вимірювання, а також методами математичного моделювання аналітичної та диференціальної

геометрії. Аналіз випадкових складових похибок і кореляційних зв'язків між окремими факторами, що визначають випадкову похибку, проводився методами математичної статистики, теорії ймовірностей, теорії випадкових процесів і полів. Експериментальні дослідження проводилися на діючих координатних засобах вимірювань.

Наукова новизна отриманих результатів:

1. Вперше запропоновано вдосконалений координатний метод вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс використовуючи моделювання евольвенти колеса з використанням замкнутих векторних контурів, що дозволяє зменшити процес обробки інформації та описати евольвенту з більш високою точністю. У результаті точність визначення координат підвищується в (1,5...2) рази.

2. Вперше отримано математичну модель визначення ймовірності аномальних відхилень геометричних параметрів зубчастого колеса за допомогою тренда поверхні, яка на відміну від відомих моделей дозволяє забезпечувати компенсацію похибок вимірювання геометричних параметрів евольвенти та дає можливість підвищення точності та швидкодії приладової системи у (2...3) рази (похибка вимірювання (0,01 ÷ 0,02) мм для зубчастих коліс з модулем $m=(0,8\div 2,5)$).

3. Розроблені принципи побудови приладової системи для вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс з евольвентним профілем шляхом їх візуалізації та алгоритмічної компенсації похибок вимірювання за допомогою індикаторної цифрової вимірювальної головки. Реалізація цих принципів у приладовій системі забезпечує її підвищену швидкодію та точність (у 2...3 рази) порівняно з існуючими засобами вимірювання.

4. Дістали подальший розвиток теоретичні основи нової приладової системи для вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс, у тому числі метод опису кривої евольвенти колеса на базі триангуляції багатозв'язних областей з вимірювальною інформацією про геометричні

параметри, що отримані шляхом алгоритмічної обробки, та дає можливість встановлювати оптимальне настроювання вимірювального каналу в умовах дії дестабілізуючих факторів.

Практичне значення отриманих результатів:

У роботі отримані такі нові наукові результати:

1. Розроблені методики підвищення достовірності вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс, що дозволяє підвищити точність та швидкодію координатних вимірювань.

2. Визначено похибку вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс на приладовій системі вимірювання, що дозволяє підвищити якість виготовлення зубчастих коліс.

3. Подальший розвиток отримав метод вимірювання зубчастих коліс на приладовій системі з використанням координатного методу вимірювання, що дає можливість підвищення точності та швидкодії вимірювання на (8...10)% в залежності від модуля та дільного діаметра. Доведено доцільність побудови приладової системи з покращеними метрологічними характеристиками на основі існуючих засобів вимірювання.

4. Підвищено точність та швидкодію вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс з евольвентним профілем з використанням приладової системи а саме довжини загальної нормалі, модуля, радіального биття, похибки профілю зуба (евольвенти), розширені її функціональні можливості (реєстрації, аналізу та зберігання даних) на основі використання отриманих результатів теоретичних та експериментальних досліджень.

Теоретичні та практичні здобутки роботи впроваджено на підприємствах: Публічне акціонерне товариство науково-виробниче об'єднання «Київський завод автоматики», Державне підприємство «Завод 410 цивільної авіації» та у навчальний процес в Національному авіаційному університеті на кафедрі комп'ютеризованих електротехнічних систем та технологій: використовуються у курсах лекцій та лабораторних роботах з дисципліни «Основи метрології та електричних вимірювань», та на кафедрі

інформаційно-вимірювальних систем при викладанні курсів «Фізичні основи сучасної метрології», «Інформаційно-вимірювальні системи» та у дипломному та курсовому проектуванні, що підтверджується відповідними актами.

Особистий внесок здобувача. Усі наукові положення та результати, що виносяться на захист, отримані автором самостійно. З наукових праць, опублікованих у співавторстві, в роботі використані ті результати, що є результатом особистої праці здобувача. Достовірність та обґрунтованість результатів дисертаційної роботи підтверджено збіжністю аналітичних розрахунків, експериментально та моделюванням на ПК.

Особистий внесок здобувача у праці, опубліковані у співавторстві, зі списку публікацій за темою дисертації:

1. Dihtievskiy O. Analysis of the method of measurement of the cylindrical gear involute [Текст] / O. Dihtievskiy, V. Kvasnikov // Технологический аудит и резервы производства. – 2019. – №2. – С. 19–24.

Здобувачем проаналізовано геометрію зубчастого колеса з евольвентним профілем та виконано математичний опис кривої евольвенти зубчастого колеса методом триангуляції багатозв'язних областей.

2. Діхтієвський О. В. Розробка структурної схеми інформаційно-вимірювального комплексу для контролю геометричних параметрів шестерні з урахуванням похибки [Текст] / О. В. Діхтієвський, В. П. Квасніков // Збірник наукових праць Одеської державної академії технічного регулювання та якості. – 2019. – №1(14). – С. 34 – 40.

Здобувачем розроблено структурну схему інформаційно-вимірювального та діагностичного каналу та встановлено, що при використанні даної схеми можливо здійснювати контроль зубчастих коліс з похибкою відносних вимірів, що не перевищує 2-3 мкм.

3. Діхтієвський О. В. Розробка методики підвищення достовірності вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс [Текст] / О. В.

Діхтієвський // Вісник Херсонського національного технічного університету. – 2019. – №2. – С. 68–75.

4. Діхтієвський О. В. Оцінка систематичної та випадкової складових похибки вимірювання циліндричних зубчастих коліс [Текст] / О. В. Діхтієвський, В. П. Квасніков, А. О. Возняковський // Перспективні технології та прилади. – 2019. – №14. – С. 62–66.

Здобувачем проведена оцінка систематичних та випадкових складових похибки при вимірюванні зубчастих коліс. Встановлені методи та засоби вимірювання для оцінки математичного очікування та середнього квадратичного відхилення.

5. Квасніков В. П. Розробка координатного методу вимірювання параметрів зубчастого колеса [Текст] / В. П. Квасніков, О. В. Діхтієвський // Вісник Інженерної академії України. – 2019. – №2. – С. 142–146.

Здобувачем розроблено та досліджено універсальну трикоординатну систему контролю параметрів зубчастих коліс. Запропоновано схеми для визначення величини коливання довжини загальної нормалі.

6. Діхтієвський О. В. Модифікований метод вимірювання параметрів зубчастих коліс і передач [Текст] / О. В. Діхтієвський, В. П. Квасніков // Вісник Інженерної академії України. – 2017. – №3. – С. 185–187.

Здобувачем проаналізовано методи та засоби контролю геометричних параметрів прецизійних деталей на верстатах з численним програмним управлінням. Розроблено адаптивну систему оперативної атестації за допомогою вимірювальної головки.

7. Діхтієвський О. В. Дослідження ефективності використання вимірювальних головок на верстатах з числовим програмним керуванням [Текст] / О. В. Діхтієвський, В. П. Квасніков // Вісник Інженерної академії України. – 2016. – №4. – С. 110–112.

Здобувачем запропоновано автоматичну систему контролю на базі вимірювальної головки, що дозволяє покращити настройку інструмента та базування деталей.

8. Діхтієвський О. В. Методи та засоби контролю геометричних параметрів шестерень з використанням вимірювальних головок на верстватах з числовим програмним керуванням [Текст] / О. В. Діхтієвський, В. П. Квасніков // Вісник Інженерної академії України. – 2017. – №2. – С. 178–180.

Здобувачем проведено дослідження методів автоматизації та оперативності проведення атестації (контролю похибок) вимірювальної головки.

Апробація результатів дисертації

Основні положення і результати дисертаційної роботи доповідались на наступних науково-технічних конференціях та семінарах: Десята міжнародна науково – практична конференція «Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси», (м. Київ, 16 – 17 травня, 2017р.); XII Международная научно-техническая конференция «Гиротехнологии, навигация, управление движением и конструирование авиационно-космической техники» (м. Київ, 28 травня, 2019 р.); Одинадцята міжнародна науково – практична конференція «Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси», (м. Київ, 22 – 23 травня, 2018р.); Дванадцята міжнародна науково – практична конференція «Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси», (м. Київ, 21 – 22 травня, 2019 р.); IV-а Міжнародна наукова конференція «Вимірювання, контроль та діагностика в технічних системах», (м. Вінниця, 31 жовтня – 2 листопада, 2017 р.); XIV Міжнародна науково-технічна конференція «АВІА-2019», (м. Київ, 23 – 25 квітня, 2019 р.).

Публікації. Основні результати дисертаційної роботи опубліковані в 14 наукових працях з яких: 8 статей в наукових фахових виданнях України з них 1 включена до міжнародних наукових-метричних баз та 6 тез доповідей в збірниках матеріалів наукових конференцій.

Структура та обсяг дисертаційної роботи

Дисертаційна робота складається із переліку умовних позначень і скорочень, вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних

джерел та додатків. Основний текст дисертації викладено на 166 сторінках основного друкованого тексту. Повний обсяг дисертаційної роботи 178 сторінок друкованого тексту, містить 45 рисунків, 16 таблиць, 4 додатки. Список використаних джерел по розділах становить: розділ 1 – 46 джерел, розділ 2 – 41 джерело, розділ 3 – 24 джерел, розділ 4 – 16 джерел.

У **вступі** розкрита актуальність дослідження, представлено зв'язок даного напрямку з науковими темами, програмами, сформульовано мету та задачі досліджень, подано наукову новизну та практичне значення отриманих результатів, визначено особистий внесок здобувача, наведено дані про апробацію, публікації за темою роботи та використання результатів досліджень.

В **першому розділі** проведений аналітичний огляд методів та способів вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс, проведена класифікація засобів контролю параметрів зубчастих коліс та приладів для їх контролю, а також якісний аналіз дестабілізуючих факторів на процес проведення вимірювань параметрів зубчастих коліс розглянутими методами. Доведено, що наукова задача, яка розв'язується в дисертації, є актуальною для різних галузей промисловості, де на практиці використовуються засоби та методи для вимірювання параметрів зубчастих коліс.

В **другому розділі** розглянуто теоретичні засади методів вимірювання параметрів зубчастих коліс та проаналізовано способи підвищення їх точності.

Розроблений метод координатних вимірювань, який включає в себе стратегію вимірювання та розрахункову модель, яку математично описує взаємозв'язок координат вимірюваних точок з обумовленими лінійно-кутовими параметрами. Проаналізовано метод математичного моделювання зубчастих коліс, розробленого для дослідження процесів вимірювання, що має високу точність та дозволяє виконувати розрахунки на міцність, при введенні додаткових обчислень.

Запропонована методика підвищення достовірності вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс за допомогою розгляду характеристики точності методу, що вимірюють. Представлений математичний опис кривої евольвенти зубчастого колеса методом триангуляції багатозв'язних областей. Проведений розрахунок допусків методом розмірного аналізу з врахуванням експлуатаційної похибки.

Представлена структурна схема інформаційно-вимірювального комплексу вимірювання геометричних параметрів шестерні. Також розглянуто питання опису геометричної моделі евольвенти за допомогою тренда поверхні.

В третьому розділі проведено синтез аномальних відхилень та методів вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс від форми та розташування поверхні. Досліджено ефективність способу виявлення аномальних значень для стаціонарних випадкових процесів. Виконаний опис евольвенти зубчастого колеса за допомогою тренда та порівняльний аналіз ефективності процесів при виявленні аномальних значень під час вимірювання геометричних параметрів зубчастого колеса.

Визначено похибки вимірювання геометричних параметрів евольвенти. Проведена класифікація методів оцінки аномальних відхилень після виготовлення та контролю шестерні. Проведений синтез цифрового методу вимірювання геометричних параметрів шестерні та встановлені якісні його показники.

В четвертому розділі проведені експериментальні дослідження розробленої комп'ютеризованої системи для контролю криволінійних поверхонь (евольвенти) за допомогою координатно-вимірювальної машини, що підтвердило підвищення точності та швидкодії вимірювання шестерні.

Виконаний розрахунок похибки інформаційно-вимірювального комплексу комп'ютеризованої системи та проведена метрологічна атестація вимірювального каналу.

Розроблена методика підвищення точності вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс методом дисперсії.

В загальних висновках підсумовано основні результати досліджень, проведених у дисертаційній роботі, як теоретичних так і експериментальних, отриманих в лабораторних умовах.

РОЗДІЛ 1

СУЧАСНИЙ СТАН РОЗРОБКИ МЕТОДІВ І СПОСОБІВ ВИМІРЮВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС

Якість машин у великій мірі залежить від роботи зубчастих механізмів, які є найбільш поширені серед механічних передач завдяки своїм техніко-економічними показниками. Якість зубчастого колеса багато в чому визначається точністю цілого ряду параметрів, що залежать від технічного стану зубообробного обладнання, рівня технології, якості ріжучого інструменту та якості контрольно-вимірювальних приладів зубообробного виробництва.

Зубчасті колеса є найбільш масовими деталями, що застосовуються в машинобудуванні та приладобудуванні.

Сьогодні в розпорядженні промисловості величезна кількість складних дорогих зубовимірювальних приладів, якими оснащені практично всі підприємства, що виробляють та контролюють зубчасті колеса. В Україні на промислових підприємствах експлуатується більше десятка тисяч засобів вимірювання техніки (ЗВТ) всієї номенклатури геометричних параметрів.

Широке використання зубчастих коліс в багатьох галузях машинобудування та приладобудування ставить завдання розвитку метрологічного забезпечення їх виробництва. Це обумовлено вимогами підвищення точності, якості та конкурентоспроможності виробів, де вони використовуються.

1.1. Аналітичний огляд методів і засобів вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс

До теперішнього часу метрологічне забезпечення вимірювання параметрів зубчастих коліс спиралося на гаму засобів зубовимірювальної техніки - це прилади для вимірювання кінематичної похибки зубчастих коліс, биттєєміри, крокоміри, евольвентоміри. Всі вони мають обмежений діапазон

вимірювань параметрів, різну точність та номенклатуру вимірюваних значень. Тому для контролю всієї сукупності параметрів зубчастих коліс потрібне використання відразу велику кількість ЗВТ. Багато з них морально застаріли, не автоматизовані, не мають виходу на комп'ютерні засоби та не забезпечують сучасного рівня точності, інформативності та швидкодії, що визначаються міжнародними та національними стандартами найрозвиненіших країн світу.

При виготовленні зубчастих коліс їх якість забезпечується як високим рівнем остаточного (приймального) контролю, так і іншими організаційно-попереджувальними заходами - профілактичним, технологічним і активним видами контролю [1,2].

При остаточному контролі встановлюють, чи відповідає точність виготовлення зубчастих коліс умовам технологічного процесу.

Профілактичний контроль полягає в перевірці стану технологічного обладнання: верстату, пристосування або ріжучого інструменту. Він повинен проводитися до початку виготовлення зубчастих коліс [1,3].

Технологічний контроль полягає в по елементному контролі зубчастих коліс. Він дозволяє встановити точність окремих елементів технологічного обладнання і в разі потреби вжити своєчасних заходів для виключення не якісних деталей.

Активний контроль полягає в тому, що в процесі обробки вимірюють один або кілька параметрів. Використовуючи результати вимірювань, здійснюється управління технологічним процесом, наприклад, переривається процес обробки після досягнення необхідного розміру [3,4].

Профілактичний, технологічний і активний контроль повинні передувати остаточному (приймальному) контролю.

По елементний (диференційований) контроль полягає в перевірці відповідності значень окремих параметрів вимогам креслення. Дані, одержувані при диференційованому контролі зубчастих коліс, дозволяють

оперативно проводити наладку технологічного обладнання для попередження можливого виготовлення не якісних деталей.

В силу цього, все більше застосування в практиці метрологічного забезпечення зубчастих коліс знаходять вимірювання геометричних параметрів та їх евольвентних поверхонь (ЕП) на координатно-вимірювальних машинах [2,5].

Істотною перевагою є той факт, що на координатно-вимірювальних машинах (КВМ) за одну установку може вимірюватися декілька геометричних параметрів поверхні зубчастого колеса. При цьому розроблене математичне забезпечення дозволяє оцінити похибки вимірювань та дати їх графічне відображення. Разом з тим, для зазначених ЗВТ відсутні методи та засоби відтворення передачі розмірів одиниць механічних величин в режимах вимірювань ЕП [6,7].

Також відсутні методи оцінки та контролю метрологічних властивостей координатних засобів вимірювання (КСВ) та показників точності вимірювань, нормативні документи на перевірку, калібрування та випробування. Координатні засоби вимірювання такого класу не включені в Державну повірочну схему для ЗВТ параметрів ЕП та не розподілений Державний еталон евольвенти [1-3,8].

Відповідно до [9] положення про поділ норм точності на чотири групи (норми кінематичної точності, норми плавності, норми контакту та норми сполучення по боковому зазору), яке дозволяє з високою ефективністю врахувати умови роботи тієї чи іншої шестерні.

Кожна норма точності зубчастого колеса, а також сполучення по боковому зазору мають кілька вимірювальних показників, які можуть відрізнятися та можуть бути рівноправними. Норми точності стандарту [10] включають в себе по елементні показники (об'єднані в комплекси) та комплексні показники точності зубчастих коліс та передач. Завод-виробник може вибирати вимірювані параметри в залежності від умов роботи шестерні, їх ступеня точності, а головне, виходячи з наявних існуючих в

промисловості засобів контролю. Завжди існує варіант вибору комплекту недорогих засобів вимірювання.

На відміну від ГОСТ 1643-81 в ISO 1328 і в державних стандартах та в більшості інших країн немає поділу на норми точності зубчастих коліс, а також наведені обов'язкові для контролю по елементні, комплексні параметри та їх ступеня точності, допуски які істотно відрізняються від відповідних ступенів точності [1,11,12].

Координатно-вимірювальні машини побудовані на базі точних вимірювальних перетворювачів та обчислювальної техніки. Їх характеризує не тільки велика продуктивність вимірювань, але і значний динамічний діапазон [13].

Разом з тим, ефективне застосування КВМ пов'язано з вирішенням ряду метрологічних завдань, в першу чергу, із забезпеченням їх сертифікації, випробувань, повірці та калібрування.

До цього слід додати, що фірми - виробники представляють споживачеві досить обмежену інформацію по метрологічних характеристики КВМ, а використовувані ними методи контролю метрологічних характеристик призначені для забезпечення випуску КВМ та засновані, в багатьох випадках, на спеціалізованому обладнанні, розробленому для цих цілей [2,3,14,15].

Існуючі традиційні пристрої для вимірювань параметрів ЕП використовують як еталон реальний матеріальний об'єкт або виготовлену поверхню евольвенти, що має, хоча і невеликі, але реальні похибки форми - відхилення від теоретичної евольвенти. В КВМ, як еталон ЕП, використовується її ідеальне уявлення у вигляді математичної моделі з яким і порівнюється вимірюваний профіль ЕП [16,17].

Традиційні засоби вимірювання параметрів ЕП створюють в процесі вимірювання руху по евольвенті за допомогою механічних елементів передачі. При цьому існує похибка в процесі рухів при обкатуванні

основного кола в момент формування евольвенти, а неточність форми механічних елементів передачі є іншим джерелом похибки.

В координатно-вимірвальній машині, на відміну від традиційних пристроїв для вимірювання параметрів ЕП, не потрібно застосовувати спеціальні механічні елементи передачі, а, отже, відсутні аналогічні складові похибок [18].

Всі комплексні рухи КВМ, необхідні для утворення евольвенти, представляються в цифровому вигляді, що дозволяє здійснювати контроль траєкторії. При цьому дискретність допуску лінійних переміщень досягає (0,1 - 0,2) мкм, а дискретність допуску обертального руху - 0,05 мм.

Наявність сучасного комп'ютерного забезпечення в КВМ дозволяє здійснити автоматичну обробку результатів вимірювань, підвищити інформативність результатів за рахунок можливості графічного виведення інформації, значно підвищити точність результатів вимірювань за рахунок математичної компенсації похибок систематичних складових, а також зменшити випадкові похибки за рахунок статистичної обробки [2,19].

Все це створює передумови для розробки та впровадження на базі КВМ сучасних прецизійних координатних методів та засобів вимірювання геометричних параметрів ЕП, а також їх метрологічного забезпечення.

Іншим аспектом мотивації робіт по забезпеченню єдності вимірювання параметрів ЕП, пошуку нових сучасних прецизійних методів контролю параметрів ЕП, є те, що Державна повірочна схема для засобів вимірювання геометричних параметрів ЕП створювалася в 1976 р. Вона не відображає сьогоdnішній стан вимірвальної техніки, що широко використовує засоби обчислювальної техніки та досягнення високих технологій [2-5,20].

У зв'язку з вищесказаним, а також, з огляду на спеціалізовану апаратуру, яка є у розпорядженні, проведемо комплекс робіт зі створення системи забезпечення єдності вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс.

Необхідно відзначити, що розвиток робіт по забезпеченню єдності вимірювання в області евольвентометрії стримувався цілою низкою чинників [21].

Повірочна схема для ЗВТ геометричних параметрів зубчастих коліс існує і не переглядається з 80-х років. За цей час відбулися суттєві зміни [5]:

- після розпаду СРСР втрачена еталонна база в області евольвентометрії, а отже, вимагає її створення з урахуванням детального аналізу нових принципів вимірювання, необхідність обґрунтування їх точності, розширення діапазону і номенклатури вимірюваних параметрів;

- більшість приладів ЗВТ морально застаріли, з'явилися нові, більш прецизійні і продуктивні ЗВТ, засновані на принципово нових методах, що вимагає перегляду існуючої повірочної схеми;

- в даний час ведеться виробництво нових модифікацій вітчизняних ЗВТ. Систематично ввозяться з-за кордону, засновані на нових принципах, контрольно-вимірювальні прилади провідних зарубіжних виробників в області евольвентометрії, таких, як фірми Hofler, Klingelnberg, CarlZeiss, Mahr, Hommelwerke. Це вимагає перегляду, систематизації та розвитку методів та засобів їх метрологічного забезпечення. Необхідна гармонізація вітчизняної та міжнародної нормативної бази, в тому числі і в області евольвентометрії [4,5,22].

Очевидно, що всі наведені вище фактори вимагають комплексного вирішення питань метрологічного забезпечення в області евольвентометрії, тому завдання розробки наукових, технічних, методичних і нормативних засад системи забезпечення єдності вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс є актуальною.

1.2. Класифікація засобів вимірювання параметрів зубчастих коліс

Під час вимірювання зубчастих коліс окрім універсальних та спеціальних засобів вимірювання типових геометричних параметрів (діаметра отворів, валів; відстаней між торцями; відхилень від перпендикулярності або паралельності і т.д.) застосовують велике число

спеціалізованих приладів контролю, що характеризують експлуатаційні показники зубчастого колеса.

Відповідно до стандартів кожна норма точності зубчастого колеса, а також сполучення по боковому зазору мають кілька показників, які можуть відрізнятися (табл.1.1) [1,23,24].

Таблиця 1.1

Основні вимірювальні параметри зубчастих коліс

Норми	Вимірювальний параметр	Позначення	Ступінь точності	Модуль, мм
Кінематична точність	Кінематична похибка	F'_{ir}	3...8	1-25
	Накопичена похибка кроку колеса	F_{Pr}	3...8	1-25
	Накопичена похибка k кроку	F_{pkr}	3...8	1-25
	Радіальне биття зубчастого вінця	F_{rr}	3...12	1-55
	Коливання довжини загальної нормалі	F_{vWr}	3...8	1-40
	Похибка вимірювання міжцентрової відстані за оберт зубчастого колеса	F''_{ir}	5...12	1-16
Плавність роботи	Похибка профілю зуба	f_{fr}	3...8	1-25
	Відхилення кроку	f_{Pbr}	3...12	1-25
	Похибка вимірювання міжцентрової відстані на одному зубі колеса	f''_{ir}	5...12	1-55
Контакту зубів	Похибка направлення зуба	$F_{\beta r}$	3...12	1-55
	Сумарне «пятно» контакту	-	3...11	1-16
Бічного зазору	Гарантований бічний зазор	j_{nmin}	3...12	1-55
	Найменше відхилення товщини зуба	E_{cs}	3...12	1-55

Вимірювання параметрів зубчастих коліс призначено не тільки для оцінки якості готової продукції, але й без нього не можливо виконати

настройку та діагностику обладнання або знайти порушення в технологічному процесі їх виготовлення

Прилади для контролю параметрів зубчастих коліс можна класифікувати наступним чином як показано на рис. 1.1 [5,25].



Рис. 1.1 Класифікація засобів вимірювання зубчастих коліс

На підприємствах машинобудування і приладобудування сьогодні застосовується широка номенклатура засобів вимірювання параметрів зубчастих коліс. Це в основному ручні не автоматизовані засоби вимірювання та прилади, випущені радянськими інструментальними заводами в 60-80-х роках минулого століття [26,27]. Ці прилади не тільки морально застаріли, але і в результаті тривалої експлуатації втратили свої точності характеристики та властивості.

Найчастіше для кожного контрольованого параметра використовується свій напрям вимірювання. Для повної оцінки якості зубчастого колеса необхідний цілий комплект різноманітних приладів. Це незручно і для споживача, і для виробника (широка номенклатура конструкцій приладів, випускаються неритмічно та одиничними екземплярами).

Однак, з огляду на здоровий консерватизм, властивий більшості працівників метрологічних та технологічних підрозділів, а також те, що частина застарілих конструкцій приладів продовжує випускатися, для початку розглянемо найбільш поширені на підприємствах традиційні засоби та методи контролю основних параметрів для кожної норми точності та сполучення по боковому зазору [15,28].

В результаті аналізу приладів по вимірюванню встановлено, що придатність зубчастого колеса по нормам кінематичної точності може бути повністю визначена при контролі радіального биття зубчастого вінця F_r (радіальна складова) і коливання довжини загальної нормалі F_{vwr} (тангенціальна складова) (табл.1.2) [14,29].

Таблиця 1.2

Діапазон вимірювання зубчастих коліс, які контролюються приладами

Тип приладу	Станочні				Накладні			
	0	1	2	3	1	2	3	4
Типорозмір	0	1	2	3	1	2	3	4
Діаметри, мм	5-120	20- 320	200- 800	500- 1250	-	-	-	-
Модуль ,мм	0,3-1	1-8	До 16	До 16	1-10	10-16	16-28	28-50
Зміщення площини вимірювання,мкм	60	160	400	400	-	-	-	-

Для вимірювання радіального биття зубчастого вінця застосовується прилад Б-10М, що випускається пострадянськими інструментальними заводами. Вимірювання радіального биття здійснюється за рахунок вимірювальних наконечників спеціальної форми та розміру у вигляді конуса з кутом 40° , для контролю коліс зовнішнього зачеплення застосовують у

вигляді кульки для контролю коліс внутрішнього зачеплення. Шляхом дискретного повертання зубчастого колеса вручну наконечник послідовно вводиться в кожну впадину. Різниця положень наконечника за повний оберт колеса характеризує величину радіального биття зубчастого вінця. Додатково прилад може комплектуватися налагодженням Б-10М.03 для контролю напрямку контактної лінії зубчастих коліс [1-3,30].

Для вимірювання коливання довжини загальної нормалі застосовуються прилади, що мають дві паралельні площини, дотичні з профілями зубів. Наприклад, вимірювання довжини загальної нормалі може здійснювати за допомогою мікрометрів, а також нормалеміром БВ-5045 і БВ-5046.

Для визначення кінематичної похибки колеса і передачі використовують прилад для комплексного однопрофільного контролю БВ-5094. На ньому здійснюють модернізацію цього приладу: встановлюються нові кругові еncoderи, електронні блоки, прилад комплектується персональним комп'ютером із спеціалізованим програмним забезпеченням.

Для вимірювань коливань міжосьової відстані за оберт (комплексний двухпрофільний контроль) застосовують міжцентроміри МЦ-160, МЦ-400 та МЦ-800. Прилади оснащуються налагодженнями для контролю насадних та валкових коліс, існують також варіанти ручного, механізованого та автоматизованого виконання приладів [31,32].

При вимірюванні параметрів зубчастих коліс важливим показником є плавність роботи.

Для визначення відхилень кроків f_{tr} , а правильніше - відхилень кроку від середньої величини по колесу, обробляють результати вимірювання всіх кроків при використанні накладних приладів. Різниця кроків визначають за допомогою накладних крокомірів БВ-5070. Перехід на інший вимірюваний параметр або вид вимірюваного колеса здійснюється зміною вимірювальних головок [15,18,34].

Для визначення похибки профілю зубчастих коліс застосовують в основному евольвентоміри. Принцип вимірювання полягає в побудованні теоретичної евольвентної кривої, що відтворюється точною механікою приладу, з реальною евольвентою вимірюваного зубчастого колеса. За принциповою схемою відтворення теоретичної евольвентної кривої прилади поділяють на індивідуально-дисккові та універсальні. У метрологічних лабораторіях в основному використовують зняті з виробництва евольвентоміри БВ-5032, БВ-5062, КЕУ-М та VG450 (CarlZeiss). Прилад КЕУ-М дуже трудомісткий у виробництві, і при такому низькому попиті випуск одиничних екземплярів - занадто тривалий та дорогий процес. Вихід полягає у створенні нового покоління багатопараметричних універсальних приладів та вимірювальних систем модульної конструкції, однією з функціональних можливостей яких є вимірювання похибки профілю зубчастих коліс f_{tr} [35].

Надзвичайно важливою характеристикою при вимірюванні зубчастих коліс є повнота контакту.

Для вимірювання сумарної плями контакту (зазвичай - після деякої підробітки зубчастої передачі) використовують фарбу або клейку стрічку, що наноситься на бічну поверхню зуба та оцінюють у відсотках розміри відбитка по відношенню до довжини та висоти робочої поверхні зуба [2-4,36,37].

Як уже зазначалося, для контролю напрямку контактної лінії зубчастих коліс може використовуватися биттєміри Б-10М з додатковим налагодженням Б-10М.03 [39].

Гарантований бічний зазор j_{nmin} між неробочими бічними поверхнями зубів коліс визначають в зібраній передачі за допомогою щупа. Найбільш поширеним приладом для вимірювання товщини зуба є штангензубоміри. Світові тенденції розвитку систем контролю, скорочення кадрів кваліфікованих метрологів та контролерів вимагають створення багатофункціональних систем та приладів з високим ступенем автоматизації, особливо в області обробки метрологічної та технологічної інформації [40].

Очевидно, що на машинобудівних підприємствах необхідно впроваджувати нові методи та засоби контролю. Серед найбільш ефективних на сьогоднішній день координатні вимірювальні машини (КВМ) різних компоновок та типорозмірів. Покладений в основу роботу КВМ координатний метод вимірювання є найбільш універсальним та може ефективно застосовуватися для автоматизованого контролю широкої номенклатури деталей (в тому числі зубчастих коліс різного профілю).

1.3. Класифікація приладів для вимірювання зубчастих коліс

Технологічний процес виготовлення зубчастого колеса включає в себе ряд операцій, кожна з яких має похибки, що впливають на правильність роботи зубчастого зачеплення.

Вітчизняними та міжнародними стандартами регламентовані чотири норми точності зубчастих передач: норми кінематичної точності, норми плавності роботи, норми контакту зубів і норми бічних зазорів [1,5,41].

Ці норми точності є комплексними показниками, що містять в собі елементи похибки, які є показниками точності зубчастих коліс. Основними показниками точності при виготовленні зубчастих вінців є похибка профілю, похибка лінії зуба, похибка кроку і похибка радіального биття [42].

Вимірювання і перевірка зубчастих вінців здійснюється, як правило, ручними засобами. Основними показниками є товщина зуба, довжина загальної нормалі, крок зачеплення і розмір по роликам. При перевірці зубчастих вінців контролюють похибки профілю, лінії зуба, основного кроку і радіального биття. Всі ці параметри оцінюються із застосуванням спеціалізованих метрологічних засобів, при цьому, як правило, для перевірки кожного елемента застосовується окремі засоби вимірювання.

Прилади для вимірювання зубчастих коліс поділяють [1,15,43]:

а) по призначенню – на групи в залежності від показників точності зубчастого колеса, що контролюється;

б) по конструкції – на станочні та накладні, які позначаються літерами С або Н відповідно, з додаванням літер – ц, к, ч, які вказують, що прилади призначені для контролю циліндричних, конічних та черв'ячних коліс:

в) по розмірах зубчастих коліс, які контролюються;

г) по точності вимірювання – на класи А та В.

Крім того, по умовам роботи розділяють прилади універсальні та індивідуальні [44].

По призначенню передбачаються наступні групи приладів [1,3,5]:

1. Прилади для однопрофільного контролю похибок: кінематичної, циклічної ($\Delta F_k, \Delta F_c$);

2. Прилади для контролю накопиченої похибки, відхилення та нерівномірності кроку ($\Delta t_\epsilon, \Delta t_c, \Delta t_n$);

3. Прилади для контролю радіального биття зубчастого вінця та зміщення вихідного контуру (e_0 і Δh) – биттєєміри;

4. Прилади для профільного контролю ($\Delta_0a, \Delta_\gamma a, \Delta_B a, \Delta_H a$) – міжцентроміри;

5. Прилади для контролю різниці кроків Δ_t ;

6. Прилади для контролю основного кроку Δt_0 – крокоміри для основного кроку;

7. Прилади для контролю профілю зуба Δf – евольвентоміри;

8. Прилади для контролю осьового кроку ΔB_ϵ ;

9. Прилади для контролю форми розташування контактної лінії ΔB_H ;

10. Прилади для контролю непрямолінійності контактної лінії $B\Delta_H$;

11. Прилади для контролю напрямку зуба ;

12. Прилади для контролю розташування вихідного контуру Δh ;

13. Прилади для контролю довжини загальної нормалі ΔL ;

14. Прилади для контролю товщини зуба Δs .

При виборі засобів та методів контролю необхідно враховувати граничні похибки, які можуть бути допущені при вимірюванні та не повинні

перевищувати 20% допуску. Рекомендації по застосуванні вимірювальних приладів для зубчастих коліс наведені в таблиці 1.3 [45].

Таблиця 1.3

Вибір вимірювальних приладів в залежності від ступеня точності зубчастих коліс

№	Найменування приладу	Перевірочний елемент	Ступінь точності зубчастих коліс
1	Кромочний зубомір	Товщина зуба	9...11
2	Тангенціальний зубомір	Зміщення вихідного контуру	5...10
3	Нормалемір до 150 мм	Довжина нормалі	7...11
4	Нормалемір до 300 мм	Довжина нормалі	8...11
5	Зубомір мікрометр	Довжина нормалі	7...11
6	Крокомір для основного кроку з $t = (2 \dots 10)$ мм	Основний крок	8...11
7	Крокомір для основного кроку з $t = (8 \dots 20)$ мм	Основний крок	8...11
8	Битгеєміри	Биття зубчастого вінця	7...11
9	Міжцентромір	Похибка міжцентрової відстані	7...11
10	Універсальний евольвентомір	Профіль евольвенти	3...6
11	Універсальний зубомірний прилад	Основний крок та рівномірність основного кроку. Довжина загальної нормалі.	3...6

Конструктивні форми приладів значно відрізняються в залежності від того, чи являються вони станочні або накладні [46].

Станочні прилади розташовуються на спеціальних столах або на полу та забезпечують можливість установки на них контролюючих коліс.

Накладні прилади в основному застосовують для контролю габаритних зубчастих коліс.

Накладних та ручних приладів для вимірювання зубчастих коліс стали випускати значно менше, а станкові прилади випускають для специфічних виробництв по замовленнях [47].

В даний час випускається невелика кількість накладних приладів, з'явилися останнім часом вимірювальні центра для контролю зубчастих коліс і універсальні КВМ, забезпечені спеціальним ПЗ.

Найбільш оптимальним на сьогоднішній день рішенням, з точки зору гнучкості, високої точності та інформативності, є перевірка зубчастих коліс та зуборізних інструментів на універсальних зубовимірювальних центрах (ЗЦ). Такі центра мають можливість прямого виміру не тільки похибки профілю, напрямки, кроку та радіального биття, а й форми та розташування поверхонь самої деталі.

1.4. Аналіз дестабілізуючих факторів вимірювання відхилень від заданої форми та розташування поверхонь зубчастого колеса

У сучасних умовах промислового виробництва достатньо високий вплив на точність координатних вимірювань зубчастих коліс мають дестабілізуючі фактори. Ефективність вимірювання зубчастих коліс залежить не тільки від технічних характеристик машин (швидкість переміщення рухомих вузлів, точність вимірювання тощо), але і від умов, коли вона експлуатується і обслуговується [5], тому визначити оптимальні умови оточуючого середовища для проведення точних вимірювань є актуальною задачею.

Похибка вимірювання зубчастих коліс одним і тим же засобом вимірювання може коливатися у великих межах і через температуру шестерні, що вимірюється.

Нормальні умови повинні бути забезпечені при вимірах для практичного виключення додаткових похибок.

Нормальні значення основних величин наступні: температура навколишнього середовища $20 \pm 2^\circ\text{C}$; атмосферний тиск 101324,72 Па (760 мм. рт. ст.); відносна вологість навколишнього повітря 58% (нормальний парціальний тиск водяної пари 1333,22 Па); значення зовнішніх сил, крім сили тяжіння, атмосферного тиску, дії магнітного поля Землі та сил зчеплення елементів вимірювальної системи (установки), дорівнюють нулю.

Вимоги до нормальних умов виконання лінійних та кутових вимірювань зубчастих коліс повинні відповідати нормальній області значень, які впливають на величини та встановлюються в залежності від допусків та діапазону вимірюваних розмірів.

При вимірах повинні дотримуватися діючих санітарних норм та правил техніки безпеки. Повітря, що подається в робочий простір, повинне бути очищене від пилу, парів масла, аерозолів, токсичних та агресивних газів.

Межі допустимого відхилення температури зубчастого колеса та робочого простору від нормального значення в процесі вимірювання повинні відповідати зазначеним в табл. 1.4.

Таблиця 1.4

Межі відхилення температури від нормального значення

№	Розміри, мм	Відхилення температури, °C					
		I	II	III	IV-VIII	IX-XI	XII-XIV
1	1...18	$\pm 0,5$	$\pm 0,8$	$\pm 1,0$	$\pm 1,5$	± 3	± 4
2	18...50	$\pm 0,2$	$\pm 0,3$	$\pm 0,5$	$\pm 1,0$	± 2	± 3
3	50...500	$\pm 0,1$	$\pm 0,2$	$\pm 0,3$	$\pm 0,5$	± 1	± 2

У робочий простір не рекомендується поміщати зубчасті колеса з відхиленням температури на поверхні від нормальної більш ніж (1,5; 2,5; 3,5; 5)°С відповідно для I-III;IV-VIII; IX-XI; X II-XIV рядів. При цьому час витримки в робочому просторі, до початку вимірювань повинно бути не менше зазначеного в табл. 1.5.

Таблиця 1.5

Час витримки зубчастого колеса в робочому просторі

№	Маса зубчастого колеса, кг	Час витримки для рядів, год			
		I-III	IV-VIII	IX-XI	XII-XIV
1	До 10	6	4	3	2
2	10...50	14	8	6	4
3	50...200	24	14	10	7

У робочому просторі допускаються тільки плавні зміни температури зі швидкістю не більше 0,1°С/хв. Окремі коливання з періодом менше 0,5 хвилин не враховуються.

Частота гармонійних вібрацій, що діє на засоби вимірювання та на зубчасте колесо, не повинні перевищувати 30 Гц. Амплітуда вібрацій в міліметрах при частоті більше 1 Гц не повинна перевищувати значень, що визначаються залежністю:

$$\frac{V}{2\pi f} = \frac{v}{f}, \quad (1.1)$$

де V – амплітуда швидкості коливань; v – наведена амплітуда швидкості коливань; f – частота вібрацій.

При впливі вібрацій з параметрами спектральних складових, що виходять за межі нормальної роботи, розмах коливань відлікового індексу приладу та додаткова похибка засобу вимірювання не повинні перевищувати

відповідно 0,2 поділки шкали і 0,2 допустимої похибки вимірювання. При частотах вібрацій менше 1 Гц амплітуда коливань не повинна перевищувати значень A , зазначених в табл.1.6.

Таблиця 1.6

Значення амплітуди коливань та коефіцієнта A

№	Ряди	I-III	IV-X	XI-XIV
1	$v, \text{M/c}$	0,01	0,03	0,05
2	$A, \text{мм}$	0,01	0,03	0,05

Тиск навколишнього повітря в робочому просторі не повинен бути менше атмосферного. Допускається перевищення атмосферного тиску не більше ніж на 3 кПа.

Межі допустимого відхилення вологості повітря в робочому просторі від нормального $\pm 20\%$.

Похибка засобів вимірювання, що викликається контактними деформаціями в місці зіткнення вимірювального наконечника з вимірюваним зубчастим колесом, не повинна перевищувати 0,01 допустимої похибки вимірювання, що забезпечується вибором матеріалу та форми вимірювальної поверхні, нормуванням вимірювального зусилля та його коливання.

1.5. Постановка наукової задачі

В попередніх пунктах було показано, що прилади для контролю параметрів зубчастих коліс на промислових підприємствах України в основному морально застарілі та не забезпечують сучасного рівня точності. Тому, виробництво автоматизованих методів контролю з виходом на комп'ютерні засоби є актуальним та перспективним.

Задачею роботи є вдосконалення засобів вимірювання зубчастих коліс та створення на цій основі конкурентоспроможних приладів.

Метою дисертаційної роботи є: створення наукових, технічних, методичних та нормативних засад сучасної системи забезпечення єдності вимірювань геометричних параметрів зубчастих коліс.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання:

1. Розробка нового методу вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс з евольвентним профілем.
2. Наукове обґрунтування ефективності запропонованого способу вимірювання на базі приладової системи вимірювання.
3. Побудова та дослідження математичної моделі вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс з евольвентним профілем.
4. Підвищення точності вимірювання за рахунок нового методу вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс з підвищеними метрологічними характеристиками;
5. Розробка методики метрологічної атестації приладової системи вимірювання.

1.6. Висновки до розділу 1

1. Проведений аналітичний огляд відомих методів та способів вимірювання геометричних параметрів шестерні серед яких виділено остаточний метод контролю (чи відповідає точність виготовлення зубчастих коліс умовам технологічного процесу), так і інші організаційно-попереджувальними заходами - профілактичні, технологічні та активні методи контролю. На основі проведеного аналізу розроблено класифікацію засобів контролю зубчастих коліс.

2. Розглянуто класифікацію основних приладів для контролю зубчастих коліс. При виборі засобів та методів контролю необхідно враховувати граничні похибки, які можуть бути допущені при вимірюванні. Розроблені рекомендації по застосуванні та вибору вимірювальних приладів в залежності від ступеня точності зубчастих коліс.

3. Проаналізовано вплив дестабілізуючих факторів, таких як кліматичні (температура, тиск, вологість), шуми та вібрації, на процес вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс.

4. Встановлено, що проблема є актуальною для різних галузей промисловості, де на практиці використовуються засоби для вимірювання параметрів зубчастих коліс. Тому її розв'язування дасть можливість скоротити часові та фінансові витрати при створенні та експлуатації нових більш ефективних приладів та технологій

ПЕРЕЛІК ЛІТЕРАТУРИ ДО РОЗДІЛУ 1

1. Тайц Б. А. Точность и контроль зубчатых колес / Б. А. Тайц. – М: Машиностроение, 1972. – 369 с.
2. Тайц Б. А. Основные принципы контроля точности изготовления зубчатых колёс. / Б. А. Тайц. – М: Машиностроение, 1954. – 287 с.
3. Марков Н. Н. Измерительные зубчатые колеса для комплексного контроля. Взаимозаменяемость и технические измерения в машиностроении. / Н. Н. Марков. // Межвузовский сборник, Машиностроение. – 1960. – №2. – С. 286–312.
4. Голиков В. И. Технология изготовления точных цилиндрических зубчатых колёс / В. И. Голиков. – М: Машиностроение, 1968. – 162 с.
5. Гавриленко В. А. Основы теории эвольвентной зубчатой передачи / В. А. Гавриленко. – М: Машиностроение, 1969. – 432 с.
6. Гавриленко В. А. Цилиндрическая зубчатая передача / В. А. Гавриленко. – М: Машиностроение, 1956. – 296 с.
7. Контрольно-измерительные приборы и инструменты / С. А. Зайцев, Д. Д. Грибанов, А. Н. Толстов, Р. В. Меркулов. – М: Академия, 2002. – 464 с.
8. Гафанович Г. Я. Методы и средства измерения эвольвентных поверхностей / Г. Я. Гафанович, Т. Г. Гацкалова. // Измерительная техника. – 1979. – №2. – С. 8–12.

9. Духопел И. И. Метод непосредственного контроля прямолинейности образующей цилиндрических поверхностей / И. И. Духопел, Т. В. Симоненко. // ОМП. – 1973. – №7. – С. 3–6.
10. Гафанович Г. Я. Государственный специальный эталон единицы длины для эвольвентных поверхностей / Г. Я. Гафанович, Т. Г. Гацкалова, Е. П. Лютов. // Измерительная техника. – 1976. – №3. – С. 24–28.
11. Тартаковский Д. Ф. Метрология, стандартизация и технические средства измерений / Д. Ф. Тартаковский, А. С. Ястребов. – М: Машиностроение, 2001. – 205 с.
12. Зайцев С. А. Основы проектирования и расчетов средств измерений и контроля в машиностроении / С. А. Зайцев. – М: Машиностроение, 1999. – 256 с.
13. Коротков В. П. Основы метрологии и точность механизмов / В. П. Коротков, Б. А. Тайц. – М: Машиностроение, 1961. – 321 с.
14. Марков Н. Н. Измерение зубчатых колес / Н. Н. Марков. – Л: Машиностроение, 1977. – 289 с.
15. Марков Н. Н. Выбор измерительных средств для контроля цилиндрических зубчатых колес / Н. Н. Марков. – М: Стандартгиз, 1960. – 140 с.
16. ГОСТ 1643-81. Передачи зубчатые цилиндрические. Допуски и посадки. Взамен ГОСТ 1643-72
17. ГОСТ 16530-83. Передачи зубчатые. Общие термины, определения и обозначения.
18. Тайц Б. А. Точность и контроль зубчатых передач / Б. А. Тайц, Н. Н. Марков. – Л: Машиностроение, 1978. – 136 с.
19. Калашников Н. А. Повышение точности измерения зубчатых зацеплений / Н. А. Калашников. – М: Машиностроение, 1958. – 160 с.
20. Асташенков А. И. Элементы теории координатных измерений и кинематической погрешности эвольвентных зубчатых зацеплений / А. И. Асташенков. // Измерительная техника. – 1999. – №10. – С. 12–18.

21. Маталин А. А. Точность механической обработки и проектирование технологических процессов / А. А. Маталин. – М: Машиностроение, 1970. – 319 с.
22. Матюшин В. М. Методы и возможные погрешности измерений эвольвентных профилей / В. М. Матюшин. // Измерительная техника. – 1971. – №1. – С. 15–19.
23. Зильберглейт В. Л. Технологические вопросы изготовления и контроля прецизионных зубчатых и цилиндрических колес. Технология механосборочного производства / В. Л. Зильберглейт, С. М. Шрайбман, А. М. Кочетков. – М: НИИмаш, 1971. – 119 с.
24. Зорохович А. А. Производство высокоточных зубчатых колес средних модулей / А. А. Зорохович, Н. М. Остров. – М: Машиностроение, 1968. – 227 с.
25. Коган Г. И. Особенности погрешностей шлифования зубьев цилиндрических колёс / Г. И. Коган, Л. П. Карабичевский. // Станки и инструмент. – 1967. – №3. – С. 24–27.
26. Коршунов В. Н. Современные методы контроля кинематической погрешности зубофрезерных станков / В. Н. Коршунов. // Измерительная техника. – 1972. – №10. – С. 23–26.
27. Калашников Н. А. Исследование зубчатых передач / Н. А. Калашников. – М: Машиностроение, 1941. – 462 с.
28. Артоболевский И. М. Теория механизмов и машин / И. М. Артоболевский. – М: Гостехиздат, 1952. – 712 с.
29. Математическая модель процедуры координатных измерений кинематической погрешности контактирования эвольвентных поверхностей / А. И. Асташенков, В. З. Букреев, В. Г. Лысенко, С. А. Морозов. // Сборник трудов Международной академии информатизации. – 1999. – №1. – С. 23–30.
30. Калашников С. Н. Опыт изготовления цилиндрических зубчатых колёс повышенной точности в условиях массового производства / С. Н.

Калашников, И. В. Орлов. // Вестник машиностроения. – 1964. – №7. – С. 43–49.

31. Калашников А. С. Технология изготовления зубчатых колес / А. С. Калашников. – М: Машиностроение, 2004. – 480 с.

32. Локтев Д. А. Современные методы контроля качества цилиндрических зубчатых колес / Д. А. Локтев. // Оборудование и инструмент. – 2009. – №4. – С. 6–11.

33. Фингер М. Л. Цилиндрические зубчатые колеса. Теория и практика изготовления / М. Л. Фингер. – М: Научная книга, 2005. – 368 с.

34. Калашников С. Н. Комплексная автоматизация производства зубчатых колес / С. Н. Калашников, А. С. Калашников. – М: Машиностроение, 1991. – 288 с.

35. Айрапетов Э. Л. О расчётной оценке трения и износа в зубчатых передачах / Э. Л. Айрапетов. // Машиностроитель. – 1997. – №8. – С. 14–21.

36. Вулгаков Э. Б. Компьютерное проектирование эвольвентных зубчатых передач в обобщающих параметрах / Э. Б. Вулгаков, В. А. Дорофеев. // Конверсия в машиностроении. – 2002. – №6. – С. 148–151.

37. ГОСТ 13755-81. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные. Исходный контур. Основные нормы взаимозаменяемости. – М.: Изд-во стандартов. – 1981 – С. 7.

38. ГОСТ 16532-83 Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчёт геометрии. – М.: Изд-во стандартов. – 1983. – 44 с.

39. Гришко В. А. Повышение износостойкости зубчатых передач / В. А. Гришко. – М: Машиностроение, 1977. – 232 с.

40. Архангельский Л. А. Функциональная взаимозаменяемость и контроль эвольвентных зубчатых колес : дис. докт. / Архангельский Д. А. – М, 1971.

41. ГОСТ 8.376-80 ГСИ. Эвольвентометры универсальные. Методы и средства поверки.

42. ГОСТ 8.395-80 ГСИ. Нормальные условия измерений при поверке.

Общие требования

43. Архангельский Л. А. Ошибки изготовления зубчатых колес и их измерения. Справочное руководство по зубчатым передачам и редукторам / Л. А. Архангельский. – М: Машиностроение, 1944. – 228 с.

44. Лукьянов В. С. О развитии трехкоординатных измерений поверхностей / В. С. Лукьянов, Н. И. Мдинарадзе. // Метрологическая служба в СССР. – 1988. – №10. – С. 14–22.

45. Сурков И. В. Метрологическое обеспечение процесса контроля зубчатых колес / И. В. Сурков, Н. В. Сырейщиков. // Издательский центр ЮУрГУ. – 2012. – №1. – С. 225–227.

46. Дербаба В. А. Алгоритм имитационного стохастического моделирования точности толщины эвольвентного зуба и погрешности ее измерения / В. А. Дербаба, В. И. Корсун, С. Т. Пацера. // Збірник наукових праць. Одеської державної академії технічного регулювання та якості. – 2012. – №1. – С. 54–61.

РОЗДІЛ 2

РОЗРОБКА МЕТОДІВ ВИМІРЮВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ АВІАЦІЙНИХ ДЕТАЛЕЙ

В даному розділі розглянуті питання контролю геометричних параметрів, методу координатних вимірювань, моделювання евольвенти зубчастого колеса, розробки методики підвищення достовірності вимірювання, розрахунки допусків, розробки структурної схеми, математичного опису евольвенти зубчастого колеса.

В частині забезпечення якості вимірювання геометричних величин з'явилися нові універсальні методи з майже необмеженими можливостями контролю та координатно-вимірювальні машини з програмним забезпеченням. Велике значення вимірювальної техніки мають гнучкі автоматизовані виробничі системи. Для цього створюють систему метрологічного забезпечення, здійснюють профілактику браку.

Проте із-за високої вартості новітньої координатно-вимірювальної техніки в машинобудуванні використовують універсальні та спеціальні методи вимірювання та контролю.

Основні результати даного розділу, що отримані автором надруковані в науково-технічних виданнях та в роботах автора [32-41].

2.1. Розробка методу координатних вимірювань зубчастого колеса

Метод координатних вимірювань (МКВ) включає в себе стратегію вимірювання (число точок, їх розташування на контрольованих поверхнях та порядок пересування) та розрахункову модель, яку математично описує взаємозв'язок координат вимірюваних точок з обумовленими лінійно-кутовими параметрами. Цей метод – це основа ефективного програмного забезпечення (ПЗ) для координатно-вимірювальної техніки.

Програмне забезпечення для координатних вимірювань на універсальних КВМ надає контролерові можливість запрограмувати для

контролю однієї і тієї ж деталі або геометричного елемента різні варіанти МКВ. Зокрема, в якості стратегій вимірювання шестерні можуть бути обрані траєкторії руху «спіраль», «по перетинах», «по утворюючим» з різною щільністю розташування вимірюваних точок. Аналогічно для інших геометричних елементів (площину, сфера, конус) також існують різні варіанти стратегій вимірювання.

За координатами вимірюваних точок, що належать реальним геометричним елементам шестерні, розраховується асоційована (числова) модель цієї шестерні у вигляді комплексу елементів, що складається із евольвенти та впорядковано розташованих в узагальненій системі координат.

Для вимірювання геометричних розмірів евольвенти необхідно розробити програмне забезпечення, що надає контролеру можливість вибору методу математичної апроксимації змінних елементів: середньоквадратична, за умовою максимуму або мінімуму матеріалу, за методом мінімальної зони [1]. Кожен варіант апроксимації дає різний результат розрахунку дійсних розмірів, відхилень форми та розташування елементів контрольованої шестерні.

Інший підхід до призначення МКВ склався при координатних вимірювань вузької номенклатури типових деталей та інструментів (зубчасті колеса, черв'ячні фрези та ін.). Для зменшення похибок, виключення неоднозначності та суб'єктивності необхідно гранично обмежити універсальність методу координатних вимірювань [2,3].

Великі складності при розробці оптимальних МКВ зубчастих коліс виникають у вітчизняних фахівців. Це викликано тим, що вітчизняна нормативна науково-технічна документація застаріла і вона не відповідає сучасним рекомендаціям ISO. Державний стандарт ГОСТ 1643-81 [1] (поширюється на евольвентні циліндричні зубчасті колеса та зубчасті передачі зовнішнього та внутрішнього зачеплення) не переробляється вже дуже давно. Зарубіжна нормативна база постійно оновлюється, в нові

редакції стандартів додають опису сучасних засобів та методів вимірювання, в тому числі особливості застосування КВМ.

З одного боку, примусове переведення вітчизняної промисловості на міжнародну нормативну базу призведе до втрати переваг, закладених в структуру [1,4], введе в список обов'язкових дорогих засобів вимірювання (евольвентоміри, спеціалізовані КВМ та координатно-вимірювальні системи), а головне, зобов'яже всіх виробників провести переробку десятків мільйонів креслень зубчастих коліс, технологічних процесів їх виготовлення та контролю. З іншого боку, давно назріла необхідність появи нової редакції міждержавного стандарту, який, зберігши всі переваги попередньої версії, був би доповнений сучасними методами контролю параметрів зубчастих коліс, перш всього координатними.

Не чекаючи доопрацювання державних стандартів до сучасного рівня, розробили комплект типових МКВ зубчастих коліс. В основу яких покладено базові принципи [5,6], рекомендації нормативних документів, а також результати власних науково-дослідних робіт. Така типова стратегія вимірювання насадних шестерень включає в себе математичне базування (визначення системи координат деталі з базових поверхонь) та визначення заданого масиву координат точок на бічних евольвентних поверхнях зубів.

Відповідно до загальноприйнятих рекомендацій [3,7], [8] вибираються мінімум чотири зуба (включаючи базовий), які по можливості рівномірно розподілені по колу.

На лівій та правій бічній поверхні кожного з вибраних зубів вимірюється масив точок у вигляді «хреста»: відхилення профілю евольвенти контролюється в середньому перерізі, перпендикулярно (уздовж лінії перетину бічної поверхні з розрахунковою поверхнею циліндра) вимірюється відхилення на пряму контактної лінії зуба. Залежно від типу вимірювальної головки застосовується стратегія, яка вимірює кожену точку або цикли сканування (рис.2.1.) [4, 9].

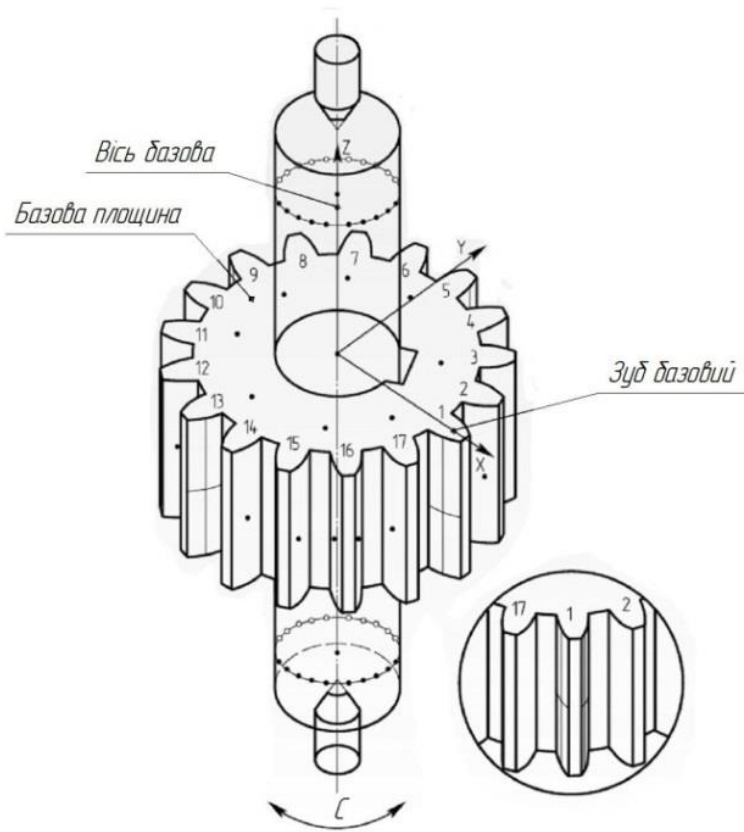


Рис.2.1. Типовий метод чотирьохкоординатних вимірювань шестерні

На правій та лівій бічних сторонах інших зубів вимірюється по одній точці в місці теоретичного перетину центрального перетину та контактної лінії зуба [4, 10].

Розроблена методика координатних вимірювань забезпечує визначення основних параметрів зубчастого колеса (рис.2.2.).

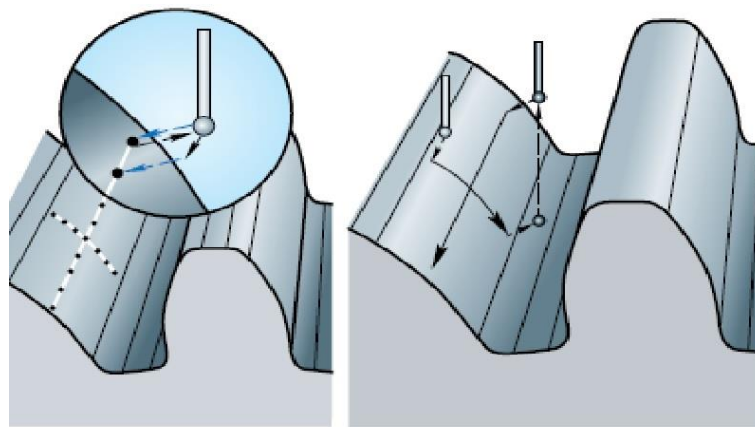


Рис. 2.2. Методика вимірювання бічних поверхонь зубів

Вимірювання масиву точок у вигляді «сітки» правої та лівої поверхні кожного зуба вимагає дуже великих витрат часу. Топографію бічних поверхонь зазвичай контролюють при налагодженні та підналагодженні прецизійного обладнання для корекції налаштувань елементів технологічної системи, наприклад, при правці шліфувального круга [2, 11].

Типові МКВ крім методик координатних вимірювань включають в себе розроблені розрахункові моделі, математично описують взаємозв'язок координат вимірюваних точок з обумовленими геометричними параметрами зубчастих коліс.

2.2. Моделювання евольвенти зубчастого колеса методом замкнених контурів

Розглянемо метод замкнених векторних контурів, що дозволяє без використання значних обчислювальних методів описати евольвенту зачеплення зубчастих коліс не тільки в статичному положенні, але і при повороті. Проаналізуємо еволюційний метод математичного моделювання зубчастих коліс, розробленого для дослідження процесів вимірювання, що має високу точність та дозволяє виконувати розрахунки на міцність, при введенні додаткових обчислень. Описано метод моделювання процесу вимірювання зубчастих коліс з використанням контактного датчика, що є на даний момент найбільш універсальним, продуктивним та активним методом вимірювання. Окремо можна виділити основні особливості, які слід враховувати при розробці універсальної математичної моделі геометричних параметрів процесу вимірювання.

Математичний метод можливо використовувати в області дослідження та вимірювання елементів систем з зубчастим зачепленням. Зубчасті колеса описуються різними математичними моделями, що дозволяють з необхідною точністю вирішити поставлені завдання.

Математичне моделювання зубчастих коліс є невід'ємною частиною процесів вимірювання, дослідження та використання зубчастих коліс.

Завдяки математичному моделюванню можливо в найкоротші терміни та без великих матеріальних затрат відтворити саме зубчасте колесо.

В першу чергу це необхідно з метою вимірювання спроектованої шестерні та, при необхідності, коригування його параметрів до етапу виробництва. Також завдяки новітнім методам математичного та комп'ютерного моделювання можливо випробування зубчастих коліс та передач.

Метод математичного моделювання векторних замкнутих контурів.

Існуючі методи математичного моделювання в більшості випадків зводяться до опису частих випадків зубчастих коліс (наприклад, рейка-колесо). В основній більшості з них лежить математичний опис евольвентного зубчастого колеса. Такий підхід дає опис в статичному положенні та вимагає значних додаткових обчислень для опису переміщення (повороту) зубатих коліс.

Серед множини існуючих на даний момент методів математичного моделювання, які можна застосувати в області зубчастих коліс, слід виділити метод математичного моделювання векторних замкнутих контурів як один з найбільш простих в реалізації та який не вимагає надмірно затрат в обчисленні. Цей метод досить докладно описаний в літературі [4, 9, 12].

Метод ґрунтується на замкнутих векторних контурах, що складаються з окремих векторів. Вектор - це спрямований відрізок з параметрами ρ_i – довжина вектора та φ_i – кут вектора (рис.2.3).

Подібні векторні замкнуті контури можна привести до виду елементарних векторних замкнутих контурів-модулів, з заздалегідь відомими та докладно описаними рішеннями.

Це дозволить будувати систему векторних контурів, досить простим методом підбору необхідних модулів, тим більше, що для плоских моделей, таких модулів всього 4, а для просторових - 20 [13].

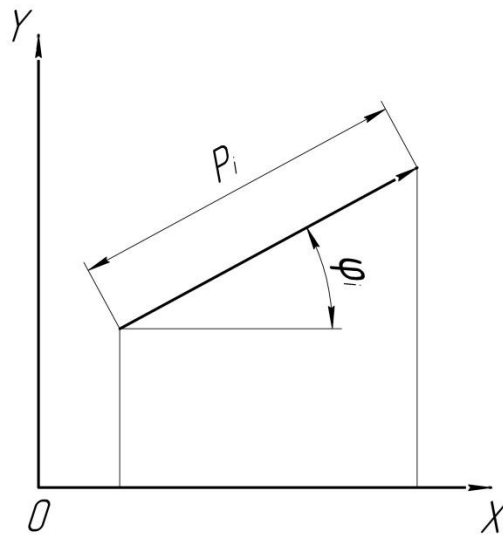


Рис. 2.3. Плоский вектор при математичного моделювання контурів

Математична модель, що описує евольвенту поверхні зуба, складається з ланцюжка векторних контурів уздовж профілю зуба. Така модель характеризується жорсткою структурою, великою кількістю векторів та жорстко заданими параметрами векторів. Наведені вище характеристики моделі, призводять до суттєвих ускладнень при перебудуванні даної векторної моделі, пов'язаним з необхідністю вводити (або змінювати) велику кількість векторів для досягнення необхідної точності опису профілю евольвенти. Тому для побудови такого складного варіанта контурних систем, застосовується підхід моделювання векторних систем, заснований на введенні нових понять - «проміжні аргументи» та «векторний контур моделі однієї точки профілю (кривої)». Описуваний підхід включає в себе рішення двох підзадач:

- опис поверхонь зуба 1 і 2 (рис.2.4);
- опис висоти зуба Δ в конкретному перетині [12, 14].

Наведені завдання вирішуються за допомогою методу моделювання векторних замкнутих моделей.

Поверхня зуба будується по геометричній фігурі евольвенти (рис. 2.4). Замість $O1A1$ підставляється вектор 1, замість $A1'B1'$ - вектор 2. Для замикання векторного контуру використовуються вектори 3 і 4. Вектор 3 паралельний осі ординат, а вектор 4 - осі абсцис (рис.2.4).

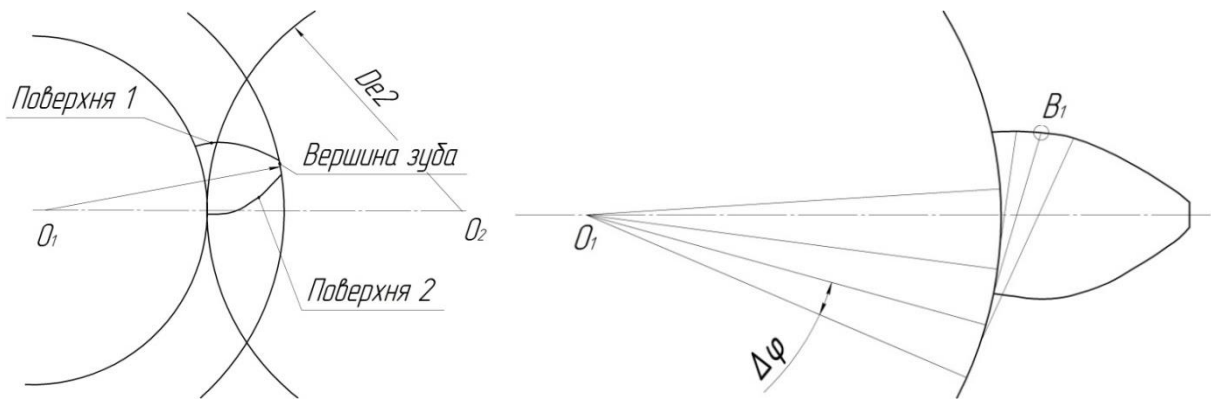


Рис.2.4. Опис та побудова поверхні зуба.

Зроблені операції дозволяють отримати векторний контур, що описує евольвенту поверхні 1 зуба шестерні 1. Довжина вектора 1 дорівнює радіусу основного кола r_0 . Кут вектора 1 змінюється в певних числових межах. Довжина вектора 2 змінюється в певних числових межах. Кут вектора 2 пов'язаний з кутом вектора 1 залежністю $\varphi_1 = \varphi + \Delta\varphi$, де $\Delta\varphi$ - крок кута повороту. Довжини векторів 3 і 4 невідомі. Отриманий векторний контур описується за допомогою модуля Пл2 (p_3, p_4) [15].

Аналогічним чином описується поверхню 2 зуба шестерні 1 (рис.2.5).

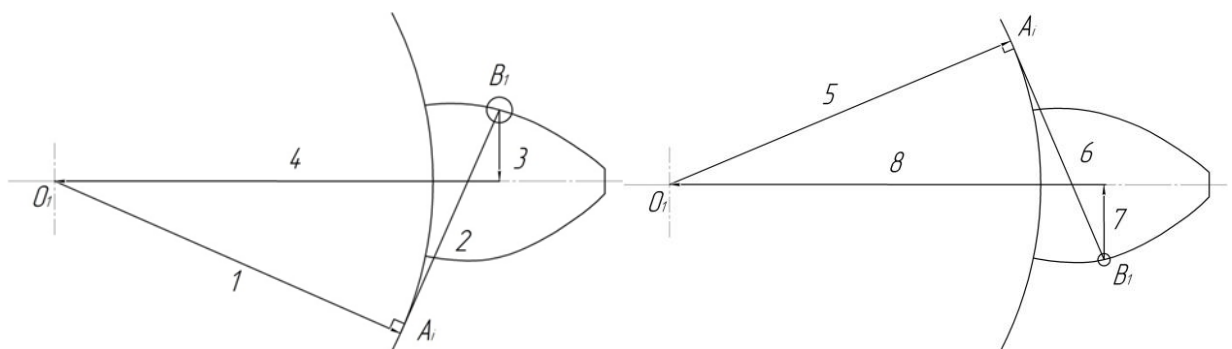


Рис.2.5. Графічне представлення евольвенти

Аналіз рисунка 3 показує, що завдання 2 вирішується складанням довжин векторів 3 і 7, таким чином в конкретному випадку виходить товщина зуба.

Отримані дві моделі об'єднуються в модель 3 (рис.2.6.).

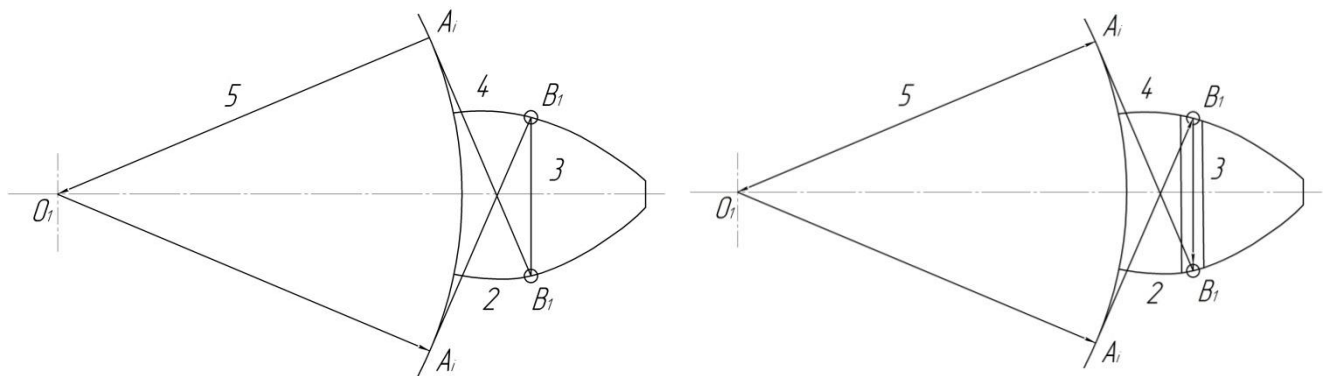


Рис.2.6. Графічне представлення евольвенти

Вектори 1 і 2 залишаються без змін, тобто так, як вони були в першому векторному контурі (рис.2.6). Вектора 3 і 7 об'єднуються, і виходить вектор 3'. Вектори 5 і 6 відкладаються як прямі, без вказівки їх напрямки. Їх напрямки вибираються таким чином, що отриманий контур замикався.

Рішенням поставлених завдань отримана модель (векторний контур 1-2-3'-4'-5). Визначення координат точок B_1' і B_2'' вимагає використання допоміжних векторних моделей, подібних до моделей 1 та 2. Зміна кутів нахилу векторів 1, 5 та довжин векторів 2, 4 дозволяє отримати траєкторію поверхонь зуба (рис.2.6) [16].

Представлена модель описує поверхню окремого зуба шестерні в один і той же момент часу, параметри кутів нахилу векторів 1, 5 та довжини векторів 2, 4, є проміжними за часом аргументами. Введення цих же параметрів в основні аргументи моделі дозволяє отримати поворот зуба та описати стан зуба в різні моменти часу [12, 17].

Перевагами даного методу є:

а) простота та реалізація даної моделі не вимагає великих математичних обчислень та, відповідно, продуктивних обчислювальних систем;

б) можливість варіювання кроку зміни проміжних та основних аргументів моделі;

в) як наслідок з перших двох пунктів, наведених вище, можливість оперативно домагатися потрібної точності обчислень при описі поверхні зуба шестерні та його руху.

До недоліків варто віднести:

а) відсутність можливості моделювання процесів зношування в зачепленні;

б) необхідність визначеності аргументів моделі та зв'язків між окремими векторами та контурами в кожен момент часу.

Метод математичного моделювання векторних замкнутих контурів ідеально підходить для описи зубчастого колеса.

2.3. Розробка методики підвищення достовірності вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс

При оцінці методу вимірювання в першу чергу розглядають характеристику точності методу, яким будуть вимірювати. В ряді випадків розгляд такої характеристики є достатньою для достовірності показань. Поряд з характеристикою точності методу вимірювання необхідно ввести в практику показник надійності методу вимірювання. Виходячи із загальних ймовірнісних положень можна було б прийняти в якості міри надійності ймовірність P , яка при симетричному законі розподілу випадкових похибок вимірювання визначається рівнянням [18]

$$P = \int_{x-z\sigma}^{x+z\sigma} \varphi(x) dx, \quad (2.1)$$

де $z\sigma$ – гранична похибка прямих вимірювань; σ – середнє квадратичне відхилення вимірювань; x – середнє арифметичне значення вимірювань; $\varphi(x)$ – закон розподілу випадкових похибок вимірювань.

Так, якщо $\varphi(x)$ є законом Гаусса, тоді при $z = 1,96$ $P=0,95$, при $z=3$ $P=0,9973$ і т.д.

Можна запропонувати ще ряд критеріїв для оцінки надійності методу вимірювань.

Вибір критерію (або системи критеріїв) для оцінки надійності методу вимірювання або окремо взятого ряду вимірювання одної серії зубчастих коліс можна виконати виходячи із вимог, які вимагають в процесі вимірювання. Можна, наприклад, вважати так: метод вимірювання буде надійним в тому випадку, якщо він не буде відхилятися від результатів технологічного процесу, тобто якщо ймовірність помилкової не придатності зубчастих коліс та ймовірність помилкового прийняття придатних зубчастих коліс буде дорівнювати нулю. В цьому випадку надійність методу вимірювання буде оцінюватися системою з двох критеріїв.

Якщо позначити ймовірність прийнятих придатних шестерень P_r , тоді ймовірність помилкового прийняття не придатних шестерень буде дорівнювати

$$1 - P_r = q_1, \quad (2.2)$$

де q_1 є першим критерієм.

Якщо дальше позначити ймовірність не прийняття не придатних шестерень P_b , тоді ймовірність прийняття не придатних шестерень буде дорівнювати

$$1 - P_b = q_2, \quad (2.3)$$

де, q_2 є другим критерієм.

Ідеально надійним буде такий процес або метод вимірювання, для якого $q_1 = q_2 = 0$.

Можливі такі граничні випадки, коли один із критеріїв q_1 або q_2 буде дорівнювати нулю, а інший не буде дорівнювати нулю, тоді практично постійно буде мати місце нерівність:

$$0 < q_1 \leq 1; 0 < q_2 \leq 1. \quad (2.4)$$

Тобто буде мати місце деякий ризик не прийняття придатних зубчастих коліс та помилкового прийняття не придатних зубчастих коліс. Вибір того чи іншого рівня ризику залежить від конкретних умов.

Можна вважати за константу те, що в якості критерію відносної точності вимірювання приймається коефіцієнт точності методу

$$A_{\text{мет}} = \frac{\Delta_{\text{мет}}}{\delta_{\text{мет}}}, \quad (2.5)$$

де $\Delta_{\text{мет}}$ - похибка методу вимірювання; $\delta_{\text{мет}}$ –поле допуску параметру, який контролюється.

Наведене визначення величини $\Delta_{\text{мет}}$ цілком є прийнятною для симетричних кривих розподілу випадкових похибок вимірювання. Тому в загальному випадку доцільно розуміти $\Delta_{\text{мет}}$ як модуль найбільшої граничної похибки вимірювання.

При оцінці окремо взятого процесу вимірювання при неминучому налаштуванню приладу:

$$\Delta_{\text{мет}} = |\Delta_{\text{н}} + z_1 S_{\text{зм}}|, \quad (2.6)$$

де $\Delta_{\text{н}}$ – фіксована похибка налаштування вимірювального приладу; $S_{\text{зм}}$ – середнє квадратичне відхилення прямих вимірювань; z_1 – коефіцієнт, величина який визначається законом розподілу випадкових похибок вимірювання.

При оцінці методу вимірювання похибка налаштування приладу $\Delta_{\text{н}}$ стає величиною випадковою з середнім значенням і полем розсіювання $\delta_{\text{н}}$. В такому випадку

$$\Delta_{\text{мет}} = \left| \Delta_{\text{н}} + z_1 \sqrt{S_{\text{н}}^2 + S_{\text{зм}}^2} \right|. \quad (2.7)$$

Розглянемо схему для розрахунку ймовірності q_1 та q_2 , які характеризують надійність процесу вимірювання, коли, крім технологічних похибок $\Delta_{\text{тех}}$, діють похибки вимірювання $\Delta_{\text{вим}}$ і похибки налаштування вимірювального приладу $\Delta_{\text{нал}}$ [19].

Якщо технологічні похибки параметру x розподіляються по закону $\varphi(x)$ з наступними параметрами: центром $x_{\text{тех}}$ та константою $\sigma_{\text{тех}}$. Похибки налаштування розподіляються по закону $\vartheta(\Delta_{\text{нал}})$ з параметрами $x_{\text{нал}}$ і $\sigma_{\text{нал}}$, а випадкові похибки вимірювання по закону $\tau(\Delta_{\text{вим}})$ з параметрами $x_{\text{вим}}$ і $\sigma_{\text{вим}}$. Не дивлячись на загальний характер цієї схеми, обмежимося розглядом випадку, коли всі три закону розподілу нормальні [20]:

$$\begin{aligned}\varphi(x) &= \frac{1}{\sigma_{\text{тех}}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x_{\text{тех}})^2}{2\sigma_{\text{тех}}^2}}, \\ \vartheta(\Delta_{\text{нал}}) &= \frac{1}{\sigma_{\text{нал}}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x_{\text{нал}})^2}{2\sigma_{\text{нал}}^2}}, \\ \tau(\Delta_{\text{вим}}) &= \frac{1}{\sigma_{\text{вим}}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x_{\text{вим}})^2}{2\sigma_{\text{вим}}^2}}.\end{aligned}\tag{2.8}$$

В результаті дії похибки налаштування вимірювального приладу та випадкових похибок вимірювань дійсний розподіл розмірів $\varphi(x)$ перетвориться в функцію $f(x)$ [18, 21].

Це перетворення розподілу можна умовно розділити на два етапи.

При налаштуванні приладу заноситься похибка налаштування $\Delta_{\text{нал}}$. Перед налаштуванням вимірювального приладу по еталону очікувана похибка налаштування буде величиною випадковою. Коли прилад налаштований, то закладена в налаштуванні похибка стає систематичною для всіх вимірювань. Це призводить до збільшення або зменшення фактичних розмірів в процесі вимірювання на одну і ту ж величину, яка дорівнює похибці налаштування, тільки зі зворотнім знаком. Отже, ми маємо закон який має наступний вигляд

$$\varphi_1(x) = \frac{1}{\sigma_{\text{тех}}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[x-(x_{\text{тех}}-\Delta_{\text{нал}})]^2}{2\sigma_{\text{тех}}^2}}.\tag{2.9}$$

де $\sigma_{\text{тех}}$ – середньоквадратичне технологічне відхилення; $\Delta_{\text{нал}}$ – фіксована похибка налаштування вимірювального приладу; $x_{\text{тех}}$ – значення технологічного параметру.

При виконанні вимірювань виникають випадкові похибки вимірювань дійсних розмірів шестерні, внаслідок чого її розміри будуть відповідати заданим. Отже, якщо сукупність дійсних розмірів утворить деякий розподіл, який описується законом $\varphi(x)$, тоді розподіл розмірів, які ми отримали в результаті вимірювання, будуть іншими. Допустимо, що цей розподіл наближено описується законом $f(x)$.

Для даного випадку значення вимірювального параметру x_B , яке ми спостерігаємо на приладі є алгебраїчною сумою дійсного параметру x_θ та похибки вимірювання $\Delta_{\text{вим}}$:

$$x_D = x_B + \Delta_{\text{вим}}. \quad (2.10)$$

Маємо, що функції $\sigma_{\text{сп}}^2$ дисперсія значення, яке ми спостерігаємо дорівнює сумі дисперсій доданків, тобто $\sigma_{\text{тех}}^2$ – дисперсія розсіювання відповідно до технологічного процесу та $\sigma_{\text{вим}}^2$ – дисперсія похибок вимірювання [18]:

$$\sigma_{\text{сп}}^2 = \sigma_{\text{тех}}^2 + \sigma_{\text{вим}}^2. \quad (2.11)$$

Математичне очікування значення, яке ми спостерігаємо $m_{x_{\text{сп}}}$ дорівнює сумі математичного очікування доданків $m_{x_{\text{тех}}}$ і $m_{x_{\text{вим}}}$:

$$m_{x_{\text{сп}}} = m_{x_{\text{тех}}} + m_{x_{\text{вим}}}. \quad (2.12)$$

Якщо при нормальному розподілу доданків у формулі (2.12) отримаємо, що закон розподілу їх суми буде також нормальним. Таким чином, закон розподілу $f(x)$ також буде нормальним:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_{\text{сп}} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x_{\text{сп}})^2}{2\sigma_{\text{сп}}^2}}. \quad (2.13)$$

Тоді ймовірність помилкового не прийняття приданих шестерень q_1 буде дорівнювати:

$$q_1 = \frac{1}{\sigma_{\text{сп}} \sqrt{2\pi}} \int_{x + \frac{\delta_{\text{вир}}}{2}}^{x + \Delta_{\text{нал}} + \Delta_{\text{сп}}} f(x) dx, \quad (2.14)$$

де $\Delta_{\text{нал}}$ – фіксована похибка налаштування; $\Delta_{\text{сп}}$ – похибка виготовлення із врахуванням похибки вимірювання.

Якщо взяти граничний випадок, тоді

$$\Delta_{\text{нал}} = 3\sigma_{\text{нал}}, \Delta_{\text{сп}} = 3\sigma_{\text{сп}}. \quad (2.15)$$

Для даних випадків

$$q_1 = \frac{1}{\sigma_{\text{сп}} \sqrt{2\pi}} \int_{x + \frac{\delta_{\text{вир}}}{2}}^{x + \Delta_{\text{нал}} + 3\sigma_{\text{нал}} + 3\sigma_{\text{сп}}} e^{-\frac{(x-x_{\text{сп}})^2}{2\sigma_{\text{сп}}^2}} dx. \quad (2.16)$$

Після елементарних перетворень вираз можна записати так:

$$q_1 = \Phi(3) - \Phi\left(\frac{\frac{\delta_{\text{вир}}}{2} - 3\sigma_{\text{нал}} - \Delta_{\text{нал}}}{\sigma_{\text{сп}}}\right). \quad (2.17)$$

Інший критерій - q_2 буде дорівнювати нулю, так як у виробництві немає не придатних шестерень ($\delta_{\text{тех}} = \delta_{\text{вир}}$).

Отже, можна зробити висновок, що до основних метрологічних характеристик методів вимірювання необхідно на рівні з точністю віднести надійність вимірювання. Зниження точності методу вимірювання породжує ризик не приймання якісних деталей або помилкового приймання не якісних виробів. Запропоновані методи та засоби контролю можуть бути використані лише не вище 6-ї ступені точності. А також, похибка налаштування вимірювальних засобів має суттєвий вплив на надійність методу вимірювання.

2.4. Математичний опис кривої евольвенти зубчастого колеса методом триангуляції багатозв'язних областей

В процесі розбиття межі області та її триангуляції використовується функція кроків, коригуючи розміри одновимірних і трикутних кінцевих елементів в залежності від їх положення в області. Функцією кроків може бути будь-яка позитивна функція. В [22] пропонується один з її варіантів

$$h(x, y) = h_0 + \sum_{i=1}^n \frac{h_i - h_0}{1 + \left(\frac{x_i}{A_i}\right)^{N_i} + \left(\frac{y_i}{B_i}\right)^{N_i}}, \quad (2.18)$$

де h_0 – основний крок сітки, n – кількість згущення або розрядження сітки, h_i – крок сітки в центрі i -го згущення, A_i, B_i – розміри області згущення, N_i – показник ступеня, що характеризує градієнт згущення,

$$\tilde{x}_i = (x - x_i) \cos \alpha_i + (y - y_i) \sin \alpha_i,$$

$$\tilde{y}_i = -(x - x_i) \sin \alpha_i + (y - y_i) \cos \alpha_i,$$

(x_i, y_i) – координати центру i -го згущення, α_i – кут повороту осей i -го згущення.

Нехай границя багатозв'язної області утворена N кусково-гладкими замкнутими контурами, заданими в деякій декартовій системі координат OXY в параметричному вигляді. Розглянемо деякий кусково-гладкий контур Γ (індекс контуру опущений), що утворюється L гладкими кривими (рис.2.7.)

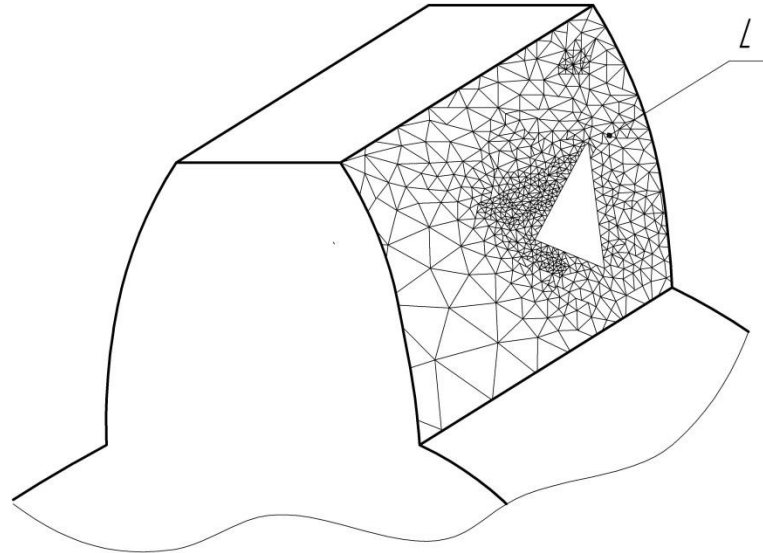


Рис.2.7 Триангуляції багатозв'язних областей шестерні окремого зуба

$\gamma_n, n = 1, \dots, L$, параметричні рівняння яких [22, 23]

$$(x(t), y(t)) \equiv \vec{x}(t) = \vec{x}_n(t), \quad t_n^- \leq t \leq t_n^+, \quad (2.19)$$

де t_n^- , t_n^+ – границі зміни параметра t для γ_n . З умови безперервності та замкнутості контуру Γ маємо:

$$\vec{x}_n(t_n^+) = \vec{x}_{n+1}(t_{n+1}^-), \text{ при } n = \overline{1, L-1}, \quad \vec{x}_1(t_1^-) = \vec{x}_L(t_L^-).$$

Рівняння (2.19) повинно бути таким, щоб для внутрішніх контурів Γ напрямком обходу при зростанні параметра t було за годинниковою стрілкою, для зовнішнього контуру - проти годинникової стрілки.

Розбиття Γ здійснюємо послідовно, починаючи з першої гладкої кривої $\gamma_1: \vec{x} = \vec{x}_1(t)$. Перший вузол на $\Gamma \in \vec{y}_1 = \vec{x}_1(t_1^-)$. Припустимо, що $l-1$ перших кривих контуру Γ вже розбите, останній побудований вузол на цих кривих $\in \vec{y}_{l-1} = \vec{x}_{l-1}(t_{l-1}^+) = \vec{x}_l(t_l^-)$ та розбито частину кривої γ_l з останнім

вузлом $y_{n_{l-1}+k} = x_l(t_k^l)$, де t_k^l – значення параметру t для останнього вузла, $t_k^l \in (t_l^-, t_l^+)$.

Позначимо через $s_l(t_k^l, t)$ довжину частини кривої γ_l , відповідної значенням t_k^l, t [22, 24]:

$$s_l(t_k^l, t) = \int_{t_k^l}^t |\dot{\vec{x}}(t)| dt, t \in [t_k^l, t_l^+],$$

де $\dot{\vec{x}}(t)$ – похідна по t від $\vec{x}(t)$.

При побудові нового вузла $\vec{y}_{n_{l-1}+k+1}$ визначається значення функції кроків $h(x, y)$ з використанням значень вузлів $\vec{y}_{n_{l-1}+k}$ та знаходимо рішення t_{k+1}^l рівняння

$$s_l(t_k^l, t) = h(\vec{y}_{n_{l-1}+k+1}), t \in [t_k^l, t_l^+]. \quad (2.20)$$

При існуванні цього рівняння, тоді в силі $|\dot{\vec{x}}_l(t)| > 0$. По знайденому значенню t_{k+1}^l обчислюється $\vec{x}_l(t_{k+1}^l)$ та знаходимо рішення t_{k+1}^l рівняння

$$s_l(t_k^l, t) = \frac{1}{2} \left[h(\vec{y}_{n_{l-1}+k}) + h(\vec{x}_l(t_{k+1}^l)) \right]. \quad (2.21)$$

Розглянемо нерівність

$$\left| \frac{d - s_l(t_k^l, t_{k+1}^l)}{s_l(t_k^l, t_{k+1}^l)} \right| \leq \varepsilon, \quad d = |\vec{y}_{n_{l-1}+k} - s_l(t_{k+1}^l)|, \quad (2.22)$$

Ліва частина нерівності (2.22) є відносна різниця між довжиною дуги евольвенти та довжиною d відповідного їй відрізка та яке характеризує відхилення дуги від відрізка прямої.

Якщо нерівність (2.22) виконано, то точку $\vec{x}_l(t_{k+1}^l)$ водимо через позначення вузла $\vec{y}_{n_{l-1}+k+1}$ та переходимо до побудови наступного вузла. При невиконанні нерівності (2.22) праву частину рівняння (2.21) послідовно зменшуємо на деяку величину (наприклад, на одну десяту від правої частини) до тих пір, поки (2.22) не буде виконано. Ця ситуація виникає, коли довжина d одновимірного елемента, обчислена відповідно до функцією кроків, досить "велика" для прийнятною апроксимації цим елементом відповідної йому

дуги, та тому виробляється послідовне зменшення цієї довжини до необхідної нерівності (2.22). Потім переходимо до побудови наступного вузла $\vec{y}_{n_{l-1}+k+2}$.

Закінчення побудови нових вузлів на l -й кривій контура Γ пов'язано з відсутністю рішення рівняння (2.20) та описано в [25].

Після того, як ми розбили границі області евольвенти на вузли переходимо до безпосередньо триангуляції кожної її частини.

1. Визначимо відрізок z_{min} поточної границі сітки (ПГС), що має мінімальну довжину l_{min} та вузли x_{min}^1, x_{min}^2 . Позначимо через z_{min}^-, z_{min}^+ відповідно попереднє та наступне по відношенню до z_{min} відрізки. Виберемо з z_{min}^-, z_{min}^+ відрізок z_{min}^* , що утворює з z_{min} найменший кут β_{min} . Позначимо вузли обраної пари відрізків (це або z_{min}^-, z_{min} або z_{min}, z_{min}^+) через $x_1^{min}, x_2^{min}, x_3^{min}$. Якщо $\beta_{min} \leq 89^\circ$ (в іншому випадку переходимо до пункту 4), тоді:

2. Проводимо перевірку на потрапляння відрізків ПГС в трикутник $\Delta(z_{min}, z_{min}^*)$. Якщо таких вузлів немає, то переходимо до пункту 3, в іншому випадку з усіх, що потрапили в $\Delta(z_{min}, z_{min}^*)$ відрізків вибираємо вузол \vec{y}_* , найбільш близький до z_{min} , та переходимо до пункту 12 [22, 26].

3. Якщо в колі радіуса $\frac{1}{2} |x_3^{min} - x_1^{min}|$ з центром $\vec{x}_c, \vec{x}_c = (x_1^{min} + x_3^{min})/2$, зовнішнє по відношенню до трикутника $\Delta(z_{min}, z_{min}^*)$ половини кола вузли ПГС не потрапляють, тоді переходимо до пункту 13. В іншому випадку з усіх потрапивши вузлів вибираємо найбільш близький до відрізка $|x_1^{min}, x_3^{min}|$ вузол \vec{x}_m та чотирикутник $(z_{min}, z_{min}^*, \vec{x}_m)$ розбиваємо на два трикутника так, щоб мінімальний кут, який виходять з трикутників був максимальний. Обидва отриманих трикутника оголошуємо елементами, з ПГС видалити третю (z_{min}, z_{min}^*) , визначаємо зв'язність області, додаємо дві нові відрізки $[x_1^{min}, \vec{x}_m], [\vec{x}_m, x_3^{min}]$ та переходимо до пункту 1 [27].

4. Побудуємо точку \vec{x}_* :

$$\vec{x}_* = x_{min}^c + h\vec{n}, \quad x_{min}^c = \frac{1}{2}(x_{min}^1 + x_{min}^2), \quad (2.23)$$

де \vec{n} – нормаль до z_{min} , спрямована всередину області:

$$(x_{min}^1 - x_{min}^2) \times \vec{n} = l_{min}\vec{e}_3, \quad \vec{e}_3 = (0,0,1),$$

$$h_{cp} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 h(\vec{\tau}_i), \quad \vec{\tau}_i = x_{min}^j, \quad j = 1,2; \quad \vec{\tau}_3 = x_{min}^c + \frac{\sqrt{3}}{2} l_{min} \vec{n}.$$

На базі відрізка z_{min} побудуємо прямокутник ϑ , одна зі сторін якого є z_{min} , а інша спрямована по нормалі та її довжина дорівнює $2h$, де h – висота в $\Delta(z_{min}, \vec{x}_*)$, опущена на z_{min} . Встановимо за допомогою контрольної області ϑ критерії близькості побудованого нового вузла \vec{x}_* до раніше побудованих вузлів та відрізків. Якщо \vec{x}_* в певному сенсі близький до вузлів або відрізків, то від побудови нового вузла відмовляємося та з близьких вузлів для побудови нового елемента вибираємо найкращий [22, 28].

Введемо дві множини M_0 та M_1 :

$$M_0 = \{n: \vec{x}_n \in \vartheta, \vec{x}_n \neq x_{min}^i, i = 1,2\};$$

де M_0 – множина номерів вузлів ПГС, які потрапили в ϑ за винятком номерів вузлів x_{min}^1, x_{min}^2 .

$$M_1 = \{n: z_n \cap \delta\vartheta \neq \emptyset, z_n \neq z_{min}\};$$

де M_1 – множина номерів відрізків ПГС, які перетинають $\delta\vartheta$, за винятком номера мінімального відрізка z_{min} .

Введемо дві додаткові точки \vec{z}_1, \vec{z}_2 :

$$\vec{z}_i = x_{min}^i + (-1)^i \Delta l \vec{r}, \quad i = 1,2,$$

$$\vec{r} = \frac{1}{l_{min}} (x_{min}^2 - x_{min}^1), \Delta l = \frac{1}{4} (h(x_{min}^c) - l_{min}).$$

Визначимо в трикутнику $\Delta(\vec{x}_*, \vec{z}_1, \vec{z}_2)$ кут τ на основі $[\vec{z}_1, \vec{z}_2]$ та покладемо $\vec{z}_\tau = \vec{z}_1$, якщо $z_{min}^* = z_{min}^-$, та $\vec{z}_\tau = \vec{z}_2$, якщо $z_{min}^* = z_{min}^+$.

Визначимо кут α_1 при вершині \vec{x}_* в трикутнику $\Delta(\vec{z}_1, \vec{z}_2, \vec{x}_*)$. Якщо $\alpha_1 \geq 30^\circ$ та $\beta_{min} - \tau \geq 20^\circ$, тоді точку \vec{x}_* оголошуємо новим вузлом та переходимо до пункту 14. Якщо $\alpha_1 < 30^\circ$, тоді точку \vec{x}_* перерозподіляємо

так, щоб новий кут $\alpha_1 = 30^\circ$, $\vec{x}_* = x_{min}^c + (\vec{z}_2 - x_{min}^c) \operatorname{tg} 75^\circ n$. При цьому якщо $\beta_{min} - 75^\circ < 20^\circ$, тоді переходимо до пункту 2 [28, 29].

5. Введемо цілий параметр перемикування IND та покладемо $IND = 0$. Якщо $M_0 \neq 0$ (інакше переходимо до процедури 9), то з M_0 вибираємо номер m , при якому відповідний вузол \vec{x}_m найбільш близький z_{min} . Для цього визначаємо відстані l_i від точок $\vec{x}_i, i \in M_0$ до z_{min} та вибираємо

$$l_m = \min_{i \in M_0} \rightarrow m. \quad (2.24)$$

Розглянемо в трикутник $\Delta(\vec{x}_m, \vec{z}_1, \vec{z}_2)$ кут α при вершині \vec{x}_m (\vec{z}_i визначені в 4). Якщо $\alpha_1 \geq 30^\circ$ (інакше переходимо до процедури 8), тоді проводимо перевірку на перетин відрізка $[\vec{x}_m, x_{min}^1]$ з ланками ПГС, що мають номери з M_1 номерів ланок, що примикають до вузлів \vec{x}_m, x_{min}^1 . Позначимо для зручності \vec{x}_m через \vec{y}_* [22, 29].

6. Якщо пересічних точок немає, то переходимо або до пункту 12 (при $IND = 0$), або до пункту 14 (при $IND = 1$). В іншому випадку переходимо до пункту 7.

7. З використанням вузлів відрізки, які перетинаються z_p будуюмо орієнтовані проти годинникової стрілки трикутники $\Delta(z_{min}, \vec{x}_k), \vec{x}_k$ – вузли відрізки $z_p, k \in \{k_1, k_2\}$. При побудові трикутників необхідно стежити за їх існуванням. З цих трикутників (якщо існують обидва) вибираємо $\Delta(z_{min}, \vec{x}_{k_i}), k_i \in \{k_1, k_2\}$, у якого мінімальний кут більше (в подальшому мінімальний кут в будь-якому трикутнику $\Delta(z, \vec{x})$ будемо позначати через $\alpha(z, \vec{x})$). Позначивши обраний вузол \vec{x}_{k_i} через \vec{y}_* , проводимо перевірку на перетин обох бічних сторін $\Delta(z_{min}, \vec{y}_*)$ з усіма відрізками ПГС за винятком мінімального та відрізків, що примикають до мінімального кута та до вузла \vec{y}_* , та переходимо до пункту 6.

8. Найближчий вузол \vec{x}_m досить далекий від z_{min} (так як $\alpha_1 < 30^\circ$), тому \vec{x}_* зміщуємо до z_{min} так, щоб відстань від її нового положення (позначимо цю точку через \vec{y}_*) до z_{min} дорівнювало $\frac{l_m}{2}, \vec{y}_* = x_{min}^c + \frac{1}{2} l_m \vec{n}; l_m$ визначено в (5). У трикутнику $\Delta(\vec{z}_1, \vec{z}_2, \vec{y}_*)$ визначаємо кут τ при вершині \vec{z}_τ ;

\vec{z}_τ визначено в 4. Якщо $\beta_{min} - \tau < 20^\circ$, то переходимо до пункту 2, інакше проводимо перевірку на перетин однієї з бічних сторін $\Delta(z_{min}, \vec{y}_*)$ з відрізками, що мають номери з M_1 та переходимо до пункту 6.

9. Якщо $\beta_{min} - \tau < 20^\circ$, то переходимо до пункту 2, в іншому випадку з усіх відрізків, які перетинають $\delta\vartheta$, виберемо z_{m_1} та z_{m_2} , які найбільш "близькі" до z_{min} . Для цього розглянемо всі точки перетину y_i^1 відрізків z_{k_i} , $k_i \in M_1$, з бічною стороною Γ_1 прямокутника ϑ , що проходить через x_i^1 , та аналогічні точки y_i^2 для Γ_2 . Тоді номери m_1 і m_2 визначаються як числа з M_1 , доставляють мінімум виразу $|y_i^j - y_{min}^j|$, тобто

$$\min_{i \in M_0} |y_i^j - y_{min}^j| \Rightarrow m_j, j = \overline{1, N_p}.$$

Якщо Γ_1 та Γ_2 перетинають різні "найближчі відрізки", $N_p = 2$. Якщо одну з бічних сторін Γ_i відрізки не перетинають або Γ_1 та Γ_2 перетинаються одним і тим ж відрізком, то $N_p = 1$ тоді розглядаємо тільки номер m_1 .

10. Побудуємо орієнтовані трикутники $\Delta(z_{min}, x_{m_{i_1}}^j)$, де $x_{m_{i_1}}^j$ – вузли ланки $z_{m_{i_1}}$. Виберемо з $\Delta(z_{min}, x_{m_{i_1}}^j)$ той трикутник, у якого мінімальний кут більше, $\alpha(z_{min}, x_{m_{i_1}}^{j_1}) \geq \alpha(z_{min}, x_{m_{i_1}}^j)$ та переходимо до наступної пункту 11.

11. Якщо $\alpha(z_{min}, x_{m_{i_1}}^{j_1}) \leq \alpha(z_{m_i}, \vec{x}_*)$, то переходимо до пункту 14, в іншому випадку бічні сторони $\Delta(z_{m_i}, x_{m_{i_1}}^j)$ перевіряємо на перетин з усіма відрізками ПГС за винятком відрізків, що примикають до вузла $x_{m_{i_1}}^j$ та до відрізка z_{min} . Крім того, проводимо перевірку на потрапляння вузлів ПГС в цей трикутник за винятком вузла $x_{m_{i_1}}^j$ та вузлів x_{min}^1, x_{min}^2 . Якщо пересічних та вузлів всередині трикутника немає, то вузол $x_{m_{i_1}}^j$ позначимо як \vec{y}_* та перейдемо до пункту 12. Якщо перетину є або трикутник містить хоча б один вузол ПГС, то зі списку значень параметра j вибираємо нове значення j_2 переходимо в початок пункту 11, переобозначив попередньо j_2 на j_i .

12. Трикутник $\Delta(z_{min}, \vec{y}_*)$ оголошуємо елементом, з ПГС видаляємо z_{min} , визначаємо число зв'язності області, додаємо два нових відрізка $[x_{min}^1, \vec{y}_*]$, $[\vec{y}_*, x_{min}^2]$ та переходимо до пункту 1.

13. Трикутник $\Delta(z_{min}, z_{min}^*)$ оголошуємо елементом, з ПГС видаляємо z_{min}, z_{min}^* , додаємо один відрізок $[x_1^{min}, x_3^{min}]$ та переходимо до пункту 1.

14. Трикутник $\Delta(z_{min}, \vec{x}_*)$ оголошуємо елементом, з ПГС видаляємо z_{min} , додаємо дві нових відрізки $[x_{min}^1, \vec{x}_*]$, $[\vec{x}_*, x_{min}^2]$ та переходимо до пункту 1.

2.5. Розрахунок допусків методом розмірного аналізу з урахуванням експлуатаційної похибки зубчастого колеса

При виготовленні зубчастих коліс застосовують окремі технологічні операції як до термічної обробки, так і після її виконання. Враховуючи складність операції нарізання зубів шестерні, зубчасті колеса піддають контролю на багатьох проміжних стадіях їх виготовлення [30].

Всі вимоги, які встановлені в стандартах допусків на зубчасті колеса, відносяться до остаточно виготовлених коліс. Наприклад, якщо зубчасте колесо потрібно додатково допрацювати (довести або притерти), тоді вимоги до геометричних параметрів відносяться до зубчастих коліс після цих операцій, а не до тих, які надходять в складальний цех.

Вимоги, які пред'являються до показників точності зубчастих коліс на всіх проміжних стадіях контролю регламентуються у вигляді технологічних допусків, які забезпечують отримання готового виробу в межах норм стандарту за призначеною ступеню точності виготовлення [30, 31].

З метою полегшення існуючих систем допусків доцільно виділити наступні ознаки, які визначають будову системи допусків зубчастих коліс:

- 1) область поширення та число ступенів точності;
- 2) розрахункові похибки;
- 3) вихідні похибки;
- 4) взаємозв'язок в одній ступені точності;
- 5) залежність величин відхилення та допусків від параметрів коліс;
- 6) відношення між

похибками в різних ступенях точності; 7) систему регламентації бічних зазорів [32].

Для проведення розрахунків допуску методом розмірного аналізу, окрім розмірної схеми ще складається рівняння розмірного ланцюга, яке впливає з умови [30]

$$\vartheta_1 A_1 + \vartheta_2 A_2 + \dots + \vartheta_m + \dots + n A_{m+n} = 0, \quad (2.25)$$

де, A_1, A_2, \dots, A_{m+n} – номінальне значення всіх ланок розмірного ланцюга; $\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_{m+n}$ – коефіцієнти, які характеризують розташування ланок по величині та напрямку, або передаточне відношення.

В плоских просторових розмірних ланцюгах (загальний випадок)

$$\vartheta_i = \frac{\delta A_\varepsilon}{\delta A_i} \quad (i = 1, 2, \dots, m + n). \quad (2.26)$$

В загальному випадку номінальне значення замикаючої ланки дорівнює

$$A_\varepsilon = \sum_i^{m+n} \vartheta_i A_i = \sum_i^m |\vartheta_{зб}| A_{зб} - \sum_i^n |\vartheta_{зм}| A_{зм}, \quad (2.27)$$

де, m – число ланок, що збільшується; n – число ланок, що зменшується.

Рівняння (2.27) являється основним рівнянням лінійних та плоских розмірних ланцюгів [32, 33].

Наведемо деякі формули для визначення відхилення та допусків на заготовку та на розміри зубів зубчастого колеса з врахуванням різних випадків використання зовнішньої поверхні.

Для випадку коли зовнішня поверхня зубчастого колеса використовується при вимірюванні розмірів зубів, тоді допуск на радіальне биття заготовки буде визначатися

$$F_{da} = 0,25T_H, \quad (2.28)$$

де T_H – зміщення вихідного контуру зубчастого колеса

Зміщення мінімального вихідного контуру зубчастого колеса

$$T_{Hпр} = 0,6T_H. \quad (2.29)$$

Допуск нижнього відхилення на діаметр зовнішньої поверхні заготовки

$$A_{da} = 0,5T_H. \quad (2.30)$$

Допуск найменшого зміщення вихідного контуру зубчастого колеса, яке ми контролюємо, буде дорівнювати (рис.2.8) [30]

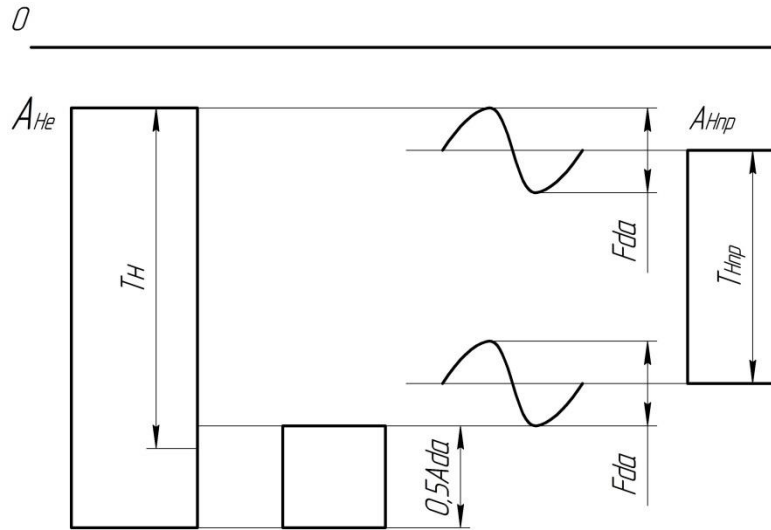


Рис.2.8 Допуск при вимірюванні зубчастого колеса

$$A_{He\text{ пр}} = |A_{He}| + 0,09T_H. \tag{2.31}$$

Рекомендовані значення допусків на заготовку F_{da} та A_{da} із графіків номограми визначення допусків на заготовку зубчастих коліс [34].

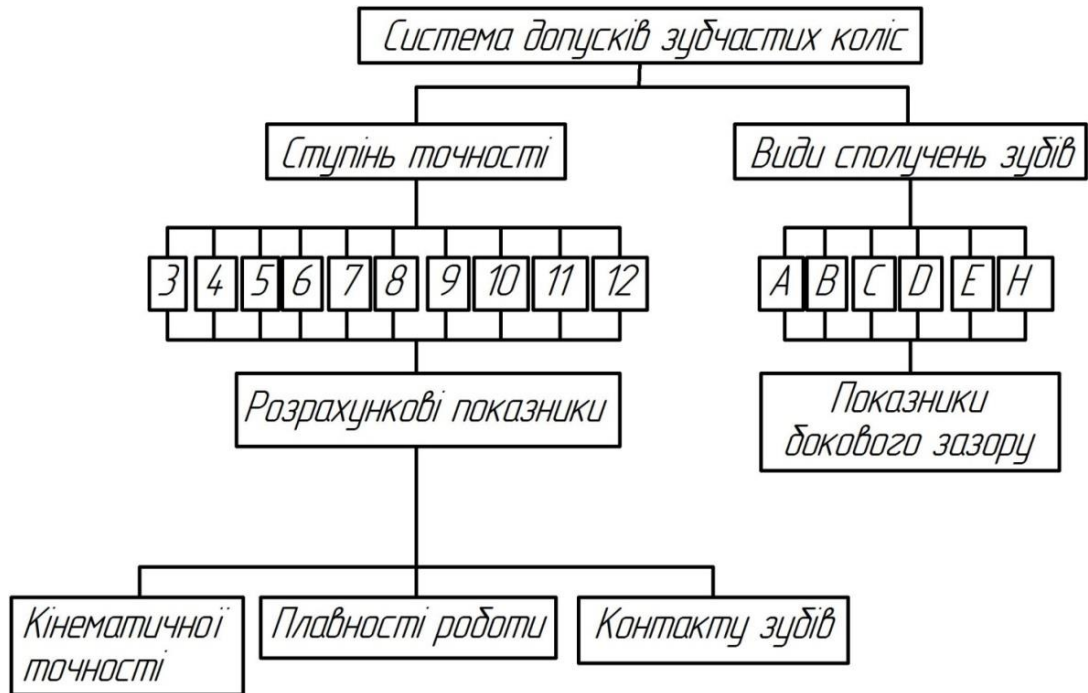


Рис.2.9. Показники точності зубчастих коліс

Стандартом встановлено дванадцять ступенів точності зубчастих коліс, які позначають наступним чином цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 (рис. 2.9). Ступені точності 1 і 2 для зубчасті коліс з $m > 1$ мм є перспективними та чисельні значення допусків та відхилень для них поки не передбачені. Для кожного ступеня точності встановлені: норми кінематичної точності; норми плавності роботи; норми контакту зубів. Незалежно від ступенів точності зубчастих коліс встановлено шість видів сполучень шестерні в передачі - А, В, С, D, Е, Н і вісім видів допуску на бічний зазор. Вибір контролюючих параметрів зубчастих коліс залежить від необхідної точності, розміру, особливості виробництва та інших факторів.

2.6. Розробка структурної схеми інформаційно-вимірювального комплексу вимірювання геометричних параметрів шестерні

Експериментальні дослідження показали, що найбільшою чутливістю та інформативністю володіє діагностичний канал, за допомогою якого технічний стан зубчастого колеса оцінюється середньоінтегральною величиною зносу ріжучого інструменту.

Численні експерименти та літературні дані [35,36] свідчать про те, що слабкими ланками зубчастих коліс зазвичай є його виготовлення та контроль. Іноді дослідженнями умов вимірювання вдається виявити єдине не якісно виготовлене зубчасте колесо, що істотно спрощує рішення задачі діагностики.

Якщо заздалегідь не вдається встановити ріжучий інструмент, який обмежує ресурс виготовлення на обладнанні (тобто вихід з ладу тієї чи іншої модульної фрези верстата визначається в основному рядом випадкових факторів, властивих технології його виготовлення або умов експлуатації), то технічний стан вимірювального засобу необхідно визначати як сукупність технічних станів всіх зубчастих коліс.

Діагностичні засоби контролю технічного стану зубчастих коліс при цьому включають в себе стільки каналів діагностики, скільки зубчастих коліс

підлягає контролю. Вбудовані в стенд засоби діагностування технічного стану повинні забезпечувати отримання достовірної інформації, що відбиває індивідуальний характер зміни параметрів окремих зубчастих коліс.

Наприклад, існуючі конструктивні схеми, технологія виготовлення, а також умови експлуатації зубонарізного обладнання призводять до не якісного виготовлення багатьох типів зубчастих коліс переважно через зношування ріжучого інструменту. Технічний стан таких зубчастих коліс виявляється можливим діагностувати по цьому ріжучому інструменту (рис. 2.10).

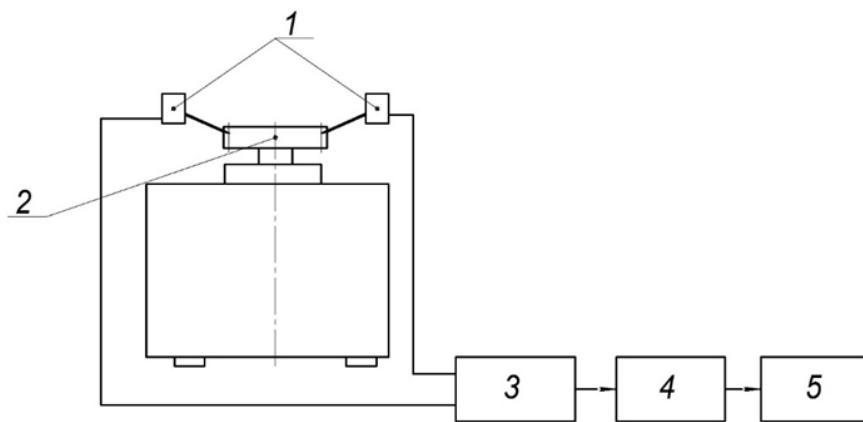


Рис.2.10. Структурна схема діагностики технічного стану зубчастого колеса при його виготовленні:

1 – датчики; 2 – шестерня 3 – діагностичний прилад; 4 – фазометр; 5 – прилад для фіксування параметрів технічного стану

Діагностичними датчиками можуть бути індукційними, для установки яких вносяться незначні зміни в конструкцію стенда. Зміни, що вносяться до конструкції стенда через установки датчиків, можуть бути зведені до мінімуму, якщо статор датчика виконати у вигляді сектора з зубами та обмотками, а в якості ротора використовувати зубчасте колесо [37].

Діагностичний прилад, функціональна схема якого показана на рис. 2.11, являє собою компактний електронний пристрій, зібраний на мікросхемах та кварцових резонансних фільтрах.

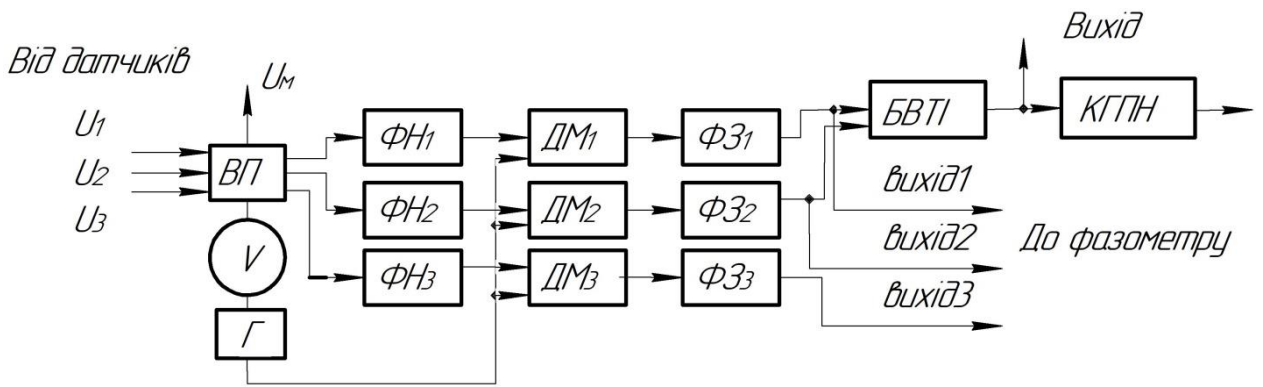


Рис.2.11. Функціональна схема діагностичного приладу:

ВП – вхідний прилад; БВТІ – блок виділення тимчасового інтервалу; КГПН - керований генератор пилкоподібної напруги; Г – стабілізуючий генератор частоти; $\Phi_1 - \Phi_3$ – фільтр несучої частоти; ДМ₁ – ДМ₃ – демодулятори; $\Phi_{З1} - \Phi_{З3}$ – згладжуючі фільтри

Для живлення індукційних датчиків стабілізованою по частоті змінною напругою U_n , а також для перетворення вихідних сигналів датчиків U_1, U_2 , та узгодження їх з вхідними ланцюгами стандартних приладів (фазометрів) використовується спеціальний прилад, названий блоком обробки сигналів.

Блок обробки сигналів містить стабілізоване джерело живлення (БЖ), стабілізований генератор несучої частоти (Г) та три вимірювальних канали посилення та перетворення сигналів датчиків. Кожен з каналів складається з підсилювача, фільтра несучої частоти (ФН), демодулятора (ДМ) та фільтра, що згладжує (ФЗ).

На виході кожного вимірювального каналу виділяється синусоїдальна напруга частоти, яка визначається електричної редукцією відповідного датчика, фаза якого містить інформацію про кутове положення контрольованого зубчастого колеса. Для вимірювання різниці фаз сигналів індукційних датчиків використовується стандартний фазометр типу Ф2-13 або Ф2-16 [35].

Отримана в процесі діагностичних випробувань інформація у вигляді тимчасового ряду вимірюваних значень різниці фаз реєструється за допомогою принтера. Точність вимірювань середньоінтегрального зносу

ріжучого інструменту за допомогою даного діагностичного обладнання залежить головним чином від технічних характеристик датчиків та основної похибки вимірювача різниці фаз. При використанні стандартного фазометра Ф2-13, індукційних перетворювачів з електричної редукцією $q_1 = 16$ та $q_2 = 26$ та діагностичного приладу з похибкою відносних вимірів, що не перевищує (2 – 3) мкм.

2.7. Опис геометричної моделі евольвенти за допомогою тренда

Для вимірювання головного профілю зубів циліндричних зубчастих коліс, що використовуються в машинобудуванні, найперше виконують побудову евольвентного профілю. Плоскою евольвентою кола називається траєкторією будь-якої точки, наприклад А (рис.2.7.), прямої лінії, яка перекочується без ковзання по колу радіуса r_b ; таке коло називається еволютою, або основним колом, а пряму – твірною прямою [38].

Побудова евольвенти кола зображена на рис.2.12. Проводимо до

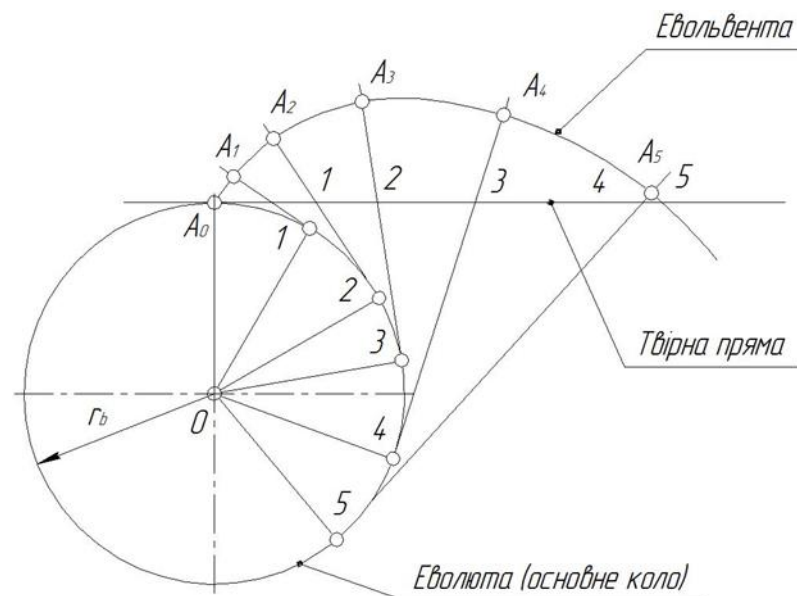


Рис.2.12. Побудова евольвенти кола

основного кола твірну пряму, яка дотикається до нього у точці A_0 . Потім перекочуємо твірну пряму по основному колу без ковзання. Для цього від точки A_0 відкладаємо на твірній прямій ряд однакових відрізків $A_0 - 1, 1 - 2,$

2 – 3 і т.д. На основному колі від цієї ж точки відкладаємо дуги, що дорівнюють цим відрізкам [39].

При перекочуванні прямої по колу без ковзання точка 1 збігається з точкою 1', точка 2 – з точкою 2', і т.д. Проведемо через точки 1', 2', 3' і т.д. дотичні до кола та відкладаємо на них з точок дотику відрізки, що дорівнюють відповідно відрізкам прямої. З'єднаючи точки A_0, A_1, A_2 і т.д. плавною кривою, одержуємо евольвенту.

Рівняння евольвенти шестерні одержуємо з умови перекочування або твірної прямої по основному колу без ковзання. Для цього розглянемо деяке довільне положення твірної прямої, яке зображено на (рис.2.13.) та яке відповідає точці Y евольвенти. Нехай координатами точки Y евольвенти зубчастого колеса будуть: r_y – радіус-вектор та θ – кут відхилення радіуса-вектора r_y від радіуса r_A , проведеного через початок евольвенти A [40].

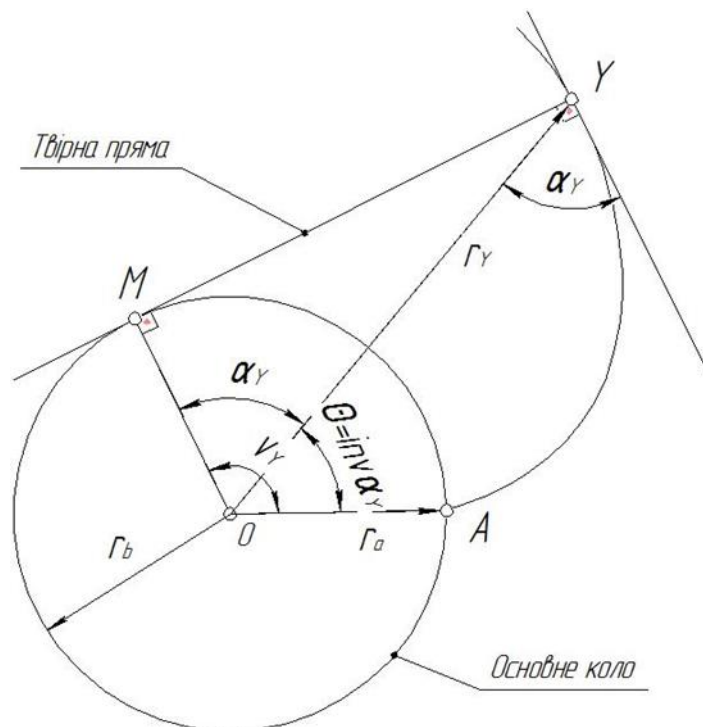


Рис.2.13. Положення твірної прямої

Проводимо через точку Y дотичну до основного кола радіуса r_b . Точка дотику M є для евольвенти у точці Y центром кривизни, а відрізок MY – її

миттєвим радіусом кривизни. Точку дотику M з'єднаємо з центром основного кола O , та позначимо кут між променями OM і OY через α_y .

Цей кут називається кутом профілю – гострий кут між дотичною до профілю у відповідній точці Y та радіусом-вектором цієї точки r_y . Очевидно, що цей кут дорівнює куту MOY , оскільки лінія OM та дотична у точці Y паралельні одна одній. Із трикутника OMY маємо

$$r_y = \frac{r_b}{\cos \alpha_y}. \quad (2.32)$$

де r_y – радіусом-вектор точки Y ; r_b – радіус-вектор основного кола; α_y – кут утворений при проведенні двох перпендикулярів через точки M та Y через центр основного кола O .

Оскільки евольвента одержана перекочуванням твірної прямої відносно основного кола без ковзання, то $MY = MA$. Враховуючи, що $MY = r_b \operatorname{tg} \alpha_y$ та $MA = r_b(\alpha_y + \theta)$, отримаємо [1]

$$r_b \operatorname{tg} \alpha_y = r_b(\alpha_y + \theta),$$

або

$$\operatorname{tg} \alpha_y = \alpha_y + \theta.$$

Розв'язуючи це рівняння відносно θ , маємо

$$\theta = \operatorname{tg} \alpha_y - \alpha_y.$$

Ведемо позначення $\operatorname{tg} \alpha_y - \alpha_y$ скорочено позначають знаком $\operatorname{inv} \alpha_y$ та читають «івалюта альфа-ігрек» [38,41]:

$$\operatorname{inv} \alpha_y = \operatorname{tg} \alpha_y - \alpha_y. \quad (2.33)$$

Кут $\operatorname{inv} \alpha_y = \theta$ називається евольвентним кутом; він позначає кут між радіусами, проведеними через початок евольвенти A та точку Y . Для інвалютної функції складено таблиці, з яких значенням кута α_y можна визначити функцію $\operatorname{inv} \alpha_y$ або навпаки.

Рівняння (2.32) і (2.33) є рівняннями евольвенти кола у параметричному вигляді.

Радіус кривизни евольвенти у точці Y

$$\rho_y = MY = r_b \operatorname{tg} \alpha_y = r_b v_y. \quad (2.34)$$

Зазначимо, що положення точки Y на евольвенті можна задати будь-яким кутом із кутів α_y , $v_y = \alpha_y + \operatorname{inv} \alpha_y$, α_y або радіусом-вектором r_y , що проходить через початок евольвенти A , і радіусом $\rho_y = MY$, проведеним через центр кривизни M евольвенти у точці Y .

Задача синтезу евольвентного зубчастого колеса є визначення її геометричних параметрів, а також якісних характеристик (коефіцієнту перекриття, відносного ковзання).

Для початку вибирають вихідні дані (кількість зубців колеса z , модуль m) параметри вихідного контуру (коефіцієнт висоти головки зубця h_a , коефіцієнт радіального зазору c^* , кут профілю α) та розраховують розміри елементів зубчастого колеса відповідно до таблиці 2.1 та визначають засіб вимірювання[1,39].

Таблиця 2.1

Формули для теоретичного розрахунку розмірів елементів зубчастого колеса

Параметри шестерні		Прилад для вимірювання	Формула
Найменування	Поз.		
Крок зачеплення	p	Крокомір	$p = \pi m$
Радіус ділильного кола	r_1	Евольвентомір	$r_1 = \frac{mz}{2}$
Радіус основного кола	r_{b1}	Евольвентомір	$r_{b1} = r_1 \cos \alpha$
Радіус кола вершин	r_{a1}	Евольвентомір	$r_{a1} = m(\frac{z}{2} + h_a)$
Радіус кола впадин	r_{f1}	Евольвентомір	$r_{f1} = m(\frac{z}{2} - h_a - c^*)$
Радіус початкового кола	r_{w1}	Евольвентомір	$r_{w1} = r_1$
Висота зубця	h	ШЦ-1	$h = m(2h_a + c^*)$
Товщина зубця по ділильному колу	S_1	Штангензубомір	$S_1 = m(\frac{\pi}{2} \operatorname{tg} \alpha)$

Приладова система побудована на основі таких принципів:

1. Простота механічної базової частини та кінематики. Всі функції, а також організація всіх внутрішніх та зовнішніх зав'язків реалізується швидкісними високоточними лінійними двигунами та напрямними.

2. Забезпечення мінімального можливого рівня коливання системи та фундаменту та максимально можливої стабілізації температури.

В цілях зведення до мінімуму можливих зовнішніх та внутрішніх коливань приладової системи для вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс використанні спеціальні демпфери та віброізолюючий фундамент. Для стабілізації температури – термостантне приміщення.

3. Використання матеріалів зі стабільними властивостями.

4. Діагностування стану високоточних вимірювань та оптимальних по швидкодії при дворівневої структурі його організації. Перший рівень утворює існуючі контури управління рухом по всьому вимірювальному просторі, другий – контури прецизійного управління (порядку 0,01-1 мкм), що забезпечує зменшення динамічної похибки вимірювання, збільшення точності в 1,8 рази.

5. Моделювання точності та оптимізації геометричних параметрів процесу вимірювання.

6. Побудова цифрової центральної системи вимірювання та діагностики, за допомогою якої виконується контроль за функціонуванням приладової системи.

7. Необхідність зміни геометричних параметрів зубчастих коліс, які визначають швидкодію та точність позиціонування.

8. Принцип інваріантності, що дозволить при використанні принципу найменших похибок в процесі вимірювання в поєднанні принципу Аббе створити систему інваріантну до збурень, викликану геометричними похибками напрямних та створити приладову систему для вимірювання геометричних параметрів з покращеними метрологічними характеристиками.

9. Оптимізація параметрів приладової системи відповідно до необхідних характеристик та умов вимірювання геометричних параметрів. Це оптимізація параметрів графічного відображення, параметрів технічного засобу вимірювального каналу та параметрів алгоритмічної обробки. Результатом вирішення оптимізації є підвищення точності приладової системи при заданій швидкодії або підвищення швидкодії при заданій точності.

На основі розроблених принципів побудови створена нова приладову систему для вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс.

Результатами вимірювання поверхні евольвенти зубчастого колеса використовуються в приладовій системі для розрахунку геометричних параметрів (модуль, радіального биття, похибки профілю поверхні тощо) по зовнішньому контуру деталі.

2.9. Висновки до розділу 2

1. Розроблений координатний метод вимірювання зубчастого колеса. Типові методи координатних вимірювань включають в себе розроблені розрахункові моделі, математично описують взаємозв'язок координат вимірюваних точок з обумовленими геометричними параметрами зубчастих коліс.

2. Виконано моделювання евольвенти зубчастого колеса методом замкнутих контурів та встановлено, що метод математичного моделювання векторних замкнутих контурів ідеально підходить для описи зубчастого колеса. Розроблена методика підвищення достовірності вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс. До основних метрологічних характеристик методів вимірювання необхідно на рівні з точністю віднести надійність вимірювання. А також, похибка налаштування вимірювальних засобів має суттєвий вплив на надійність методу вимірювання.

3. Проведений математичний опис кривої евольвенти зубчастого колеса методом триангуляції багатозв'язних областей. В процесі розбиття межі

області та її триангуляції було використано функцію кроків, коригуючи розміри одновимірного і трикутного кінцевого елемента в залежності від їх положення в області. А також проведений опис геометричної поверхні евольвенти з допомогою тренда. Представленні рівняння евольвенти шестерні, рівняння радіусу кривизни евольвенти, наведені формули для теоретичного розрахунку розмірів елементів зубчастого колеса.

4. Розроблено структурну схему інформаційно-вимірювального комплексу вимірювання геометричних параметрів шестерні. Точність вимірювань геометричних параметрів шестерні за допомогою даного діагностичного обладнання залежить головним чином від технічних характеристик датчиків та основної похибки вимірювача різниці фаз. При використанні стандартного фазометра Ф2-13, індукційних перетворювачів з електричної редукцією $q_1 = 16$ та $q_2 = 26$ та діагностичного приладу з похибкою відносних вимірів, що не перевищує 2-3 мкм.

5. Проведений розрахунок допусків методом розмірного аналізу з урахуванням експлуатаційної похибки зубчастого колеса. Вибір контролюючих параметрів зубчастих коліс залежить від необхідної точності, розміру, особливості виробництва та інших факторів. Розроблені нові принципи побудови приладової системи для вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс.

ПЕРЕЛІК ЛІТЕРАТУРИ ДО РОЗДІЛУ 2

1. Тайц Б. А. Производство зубчатых колес / Б. А. Тайц. – М: Машиностроение, 1975. – 708 с.
2. Сурков И. В. Автоматизация контроля параметров зубчатых колес и передач / И. В. Сурков. // Измерительная техника. – 2016. – №1. – С. 80–87.
3. Сурков И. В. Разработка математического обеспечения для размерноточностного анализа результатов координатных измерений / И. В. Сурков, А. И. Буртовая. // Прогрессивные технологии в машиностроении. – 2012. – №1. – С. 101–104.

4. Квасніков В. П. Розробка координатного методу вимірювання параметрів зубчастого колеса / В. П. Квасніков, О. В. Діхтієвський. // Вісник інженерної академії України. – 2019. – №2. – С. 142–146.
5. Литвин Ф. Л. Теория зубчатых зацеплений / Ф. Л. Литвин. – М: Наука, 1968. – 584 с.
6. Марков Н. Н. Зубоизмерительные приборы. Иностраный опыт / Н. Н. Марков. – М: Машиностроение, 1965. – 167 с.
7. Медведицков С. Н. Определение размеров зубьев червячных фрез с прогрессивной схемой резания / С. Н. Медведицков, А. Т. Нарожных. // Станки и инструмент. – 1971. – №6. – С. 28–29.
8. Ружичка В. Контроль зубчатых колес (перевод с чешского) / В. Ружичка. – М: Машиностроение, 1960. – 323 с.
9. Сыроегин А. А. Автоматизация и механизация производства зубчатых колес / А. А. Сыроегин, С. Н. Калашников. – М: Машиностроение, 1970. – 247 с.
10. Тайц Б. А. Анализ погрешностей различных методов зубообработки / Б. А. Тайц. // Межвузовский сборник "Взаимозаменяемость и технические измерения в машиностроении". – 1950. – №2. – С. 223–241.
11. Тайц Б. А. О стандартах допусков на зубчатые передачи / Б. А. Тайц. // Стандарты и качество. – 1973. – №4. – С. 55.
12. Семенов Б. П. Модульное моделирование механизмов / Б. П. Семенов, А. Н. Тихонов, Б. Б. Косенок. – Самара: СГАУ, 1996. – 98 с.
13. Семенов Б. П. Аналитика элементарных векторных модулей. Методическое пособие. / Б. П. Семенов. – М: МАИ, 1989. – 40 с.
14. Семенов Б. П. Элементарные модули векторных моделей / Б. П. Семенов. – Самара: СамНЦ РАН, 2000. – 99 с.
15. Косенок Б. Б. Разработка методики моделирования зубчатых передач на основе метода математического моделирования векторных замкнутых контуров / Б. Б. Косенок. // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2009. – №3. – С. 202–204.

16. Резников С. С. Анализ методов математического моделирования для исследования и изготовления зубчатых колес / С. С. Резников, М. Г. Акопян, А. И. Петров. // «Науковедение. – 2016. – №1. – С. 1–22.

17. Калашников С. Н. Опыт изготовления цилиндрических зубчатых колёс повышенной точности в условиях массового производства / С. Н. Калашников, И. В. Орлов. // Вестник машиностроения. – 1964. – №7. – С. 43–49.

18. Кутай А. К. Взаимозаменяемость и технические измерения в машиностроении / А. К. Кутай. – М: Машиностроение, 1967. – 291 с.

19. Діхтієвський О. В. Розробка методики підвищення достовірності вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс / О. В. Діхтієвський. // Вісник Херсонського національного технічного університету. – 2019. – №2. – С. 68–75.

20. Коротков В. П. Основы метрологии и точность механизмов приборов / В. П. Коротков, Б. А. Тайц. – М: Машиностроение, 1961. – 324 с.

21. Маталин А. А. Точность механической обработки и проектирование технологических процессов / А. А. Маталин. – М: Машиностроение, 1970. – 319 с.

22. Немировский Ю. В. Автоматизированная триангуляция многосвязных областей со сгущением и разрежением узлов / Ю. В. Немировский, С. Ф. Пятаев. // Вычислительные технологии. – 2000. – №2. – С. 82–91.

23. Камель Х. А. Автоматическое построение сетки в двух- и трехмерных составных областях / Х. А. Камель, Г. К. Эйзенштейн. // Ленинградский государственный университет. – 1974. – №2. – С. 21–35.

24. Квитка А. Л. Напряженно-деформированное состояние тел вращения / А. Л. Квитка, П. П. Ворошко, С. Д. Бобрицкая. – Киев: Наукова думка, 1977. – 457 с.

25. Уманский С. Э. Алгоритм и программа триангуляции двумерной области произвольной формы / С. Э. Уманский. // Проблемы прочности. – 1978. – №6. – С. 83–87.

26. Милькова Н. И. Особенности дискретизации области при решении задач концентрации напряжений методом конечных элементов / Н. И. Милькова. // Машиноведение. – 1979. – №2. – С. 67–71.

27. Сакало В. И. Универсальная программа триангуляции двумерной области произвольной формы со сгущениями сетки / В. И. Сакало, А. А. Шкурин. // Проблемы прочности. – 1985. – №1. – С. 106–108.

28. Dihtievskiy O. Analysis of the method of measurement of the cylindrical gear involute / O. Dihtievskiy, V. Kvasnikov. // Технологический аудит и резервы производства. – 2019. – №2. – С. 19–24.

29. Крейнес М. А. Зубчатые механизмы. выбор оптимальных схем / М. А. Крейнес, М. С. Розовский. – М: Наука, 1972. – 428 с.

30. Якушев А. И. Взаимозаменяемость, стандартизация и технические измерения: Учебник для вузов / А. И. Якушев, Л. Н. Воронцов, Н. М. Федотов. – М: Машиностроение, 1987. – 352 с.

31. Марков Н. Н. Конструкция, расчет и эксплуатация измерительных инструментов и приборов / Н. Н. Марков, Г. М. Ганевский. – М: Машиностроение, 1981. – 367 с.

32. Тайц Б. А. Точность и контроль зубчатых колес / Б. А. Тайц. – М: Машиностроение, 1972. – 369 с.

33. Дальский А. М. Технологическое обеспечение надежности высокоточных деталей машин / А. М. Дальский. – М: Машиностроение, 1975. – 224 с.

34. Тартаковский Д. Ф. Метрология, стандартизация и технические средства измерений / Д. Ф. Тартаковский, А. С. Ястребов. – М: Машиностроение, 2001. – 205 с.

35. Кузьмин И. С. Мелкомодульные цилиндрические зубчатые передачи: Расчет, конструирование, испытание / И. С. Кузьмин, В. Н. Ражиков. – Л: Машиностроение, 1987. – 272 с.

36. Жолобов В. С. Оценка изнашивания зубчатых передач приборного класса по энергетическому критерию разрушения / В. С. Жолобов, Г. М. Харач, А. Н. Романов. // Трения и износ. – 1977. – №1. – С. 30–37.

37. Абрамов В. А. некоторые методы контроля зубчатых передач и их стандартизация / В. А. Абрамов, И. В. Негребицкий. // Испытания и контроль качества машин и приборов. – 1972. – №13. – С. 71–74.

38. Кіницький Я. Т. Теорія механізмів і машин / Я. Т. Кіницький. – К: Наукова думка, 2002. – 703 с.

39. Калашников Н. А. Повышение точности измерения зубчатых зацеплений / Н. А. Калашников. – М: Машиностроение, 1958. – 160 с.

40. Артоболевский С. И. Теория механизмов и машин / С. И. Артоболевский. – М: Высшая школа, 1967. – 364 с.

41. Глухарев Е. Г. Зубчатые соединения. Справочное пособие / Е. Г. Глухарев, Н. И. Зубарев. – Л: Машиностроение, 1976. – 200 с.

РОЗДІЛ 3

СИНТЕЗ МЕТОДІВ ВИМІРЮВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ АВІАЦІЙНИХ ДЕТАЛЕЙ

В даному розділі розглянуті питання синтезу, аномальних відхилень, методів вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс. Досліджено ефективність способу виявлення аномальних значень для стаціонарних випадкових процесів. Виконаний опис евольвенти зубчастого колеса за допомогою тренда та порівняльний аналіз ефективності процесів при виявленні аномальних значень під час вимірювання геометричних параметрів зубчастого колеса.

Визначено похибки вимірювання геометричних параметрів евольвенти. Проведена класифікація методів оцінки аномальних відхилень після виготовлення та контролю шестерні. Проведений синтез цифрового методу вимірювання геометричних параметрів шестерні та встановлені якісні його показники.

Основні результати даного розділу, що отримані автором надруковані в науково-технічних виданнях та в роботах автора [1-3,5,10-15,22].

3.1. Визначення аномальних відхилень геометричних параметрів шестерні

В основі більшості задач аномальних процесів лежить проблема знаходження оцінки деякої невідомої величини ε по наявним значенням $n(t)$ деякого аномального процесу в тому чи іншого проміжку часу $a \leq t \leq b$. При цьому зазвичай $\varepsilon = \varepsilon(t)$ є значення в поточний (або що відноситься до майбутнього) момент часу t іншого аномального процесу [1].

Найпростіша проблема такого роду коли мова йде про найкращу апроксимацію величини ε лінійними комбінаціями виду [2,3]

$$\sum_{k=1}^n c_k \mu_k,$$

де $\mu_k, k = 1, \dots, n$, – деякі задані величини.

А саме, потрібно знайти величину $\hat{\varepsilon} = \sum_{k=1}^n c_k^0 \mu_k$ таку, що

$$\|\varepsilon - \hat{\varepsilon}\| = \min \left\| \sum_{k=1}^n c_k \mu_k \right\|. \quad (3.1)$$

Якщо ввести $(n + 1)$ – мірний лінійний простір H всіх величин $\mu = \sum_{k=1}^n c_k \mu_k$ (де $\mu_0 = \varepsilon$ та c_0, \dots, c_n – довільні дійсні коефіцієнти) зі скалярним добутком [1,3]

$$\langle \mu_1, \mu_2 \rangle = M(\mu_1 \cdot \mu_2), \quad (3.2)$$

та з відповідною відстанню [4]

$$\|\mu_1 - \mu_2\| = \sqrt{M(\mu_1 - \mu_2)^2}, \quad (3.3)$$

та яка задовольнить умові (3.1) величина $\hat{\varepsilon} = \sum_{k=1}^n c_k^0 \mu_k$ геометрично означає основу перпендикуляра, опущеного з точки $\varepsilon \in H$ на підпростір L всіх величин $\mu = \sum_{k=1}^n c_k \mu_k$. Однозначно визначається умовою ортогональності різниці $\varepsilon - \hat{\varepsilon}$ на підпростір L :

$$\langle \varepsilon - \hat{\varepsilon}, \mu \rangle = 0, \mu \in L, \quad (3.4)$$

що рівносильно наступній системі лінійних рівнянь відносно c_1^0, \dots, c_n^0 :

$$\sum_{k=1}^n c_k^0 \langle \mu_k, \mu_j \rangle = \langle \varepsilon, \mu_j \rangle, \quad j = 1, \dots, n. \quad (3.5)$$

Розглянемо загальну задачу про наближення деякої величини ε величинами μ з деякої множинності L , яка є, гіперплощиною, що означає наступне [2,5]: для будь-якого елемента $\mu_0 \in L$ сукупність величин $\Delta = \mu - \mu_0, \mu \in L$, утворює лінійний простір – разом з будь-якими комбінаціями Δ_1, Δ_2 містить і їх лінійну комбінацію $c_1 \Delta_1 + c_2 \Delta_2$ (де c_1, c_2 – довільні дійсні коефіцієнти) [1,6].

Назвемо величину $\hat{\varepsilon} \in L$ найкращим наближенням для ε , якщо

$$\|\varepsilon - \hat{\varepsilon}\| = \min \|\varepsilon - \mu\|. \quad (3.6)$$

Умова (3.6) рівносильна наступному

$$\langle \varepsilon - \hat{\varepsilon}, \mu - \hat{\varepsilon} \rangle = 0 \text{ при всіх } \mu \in L \quad (3.7)$$

Якщо позначити L як лінійний простір всіх елементів $\mu - \hat{\varepsilon}$, $\mu \in L$, то відношення (3.7) буде означати, що скалярний добуток елементів $\varepsilon - \hat{\varepsilon}$ та $\Delta = \mu - \hat{\varepsilon}$ дорівнює нулю при всіх $\Delta \in L$, іншими словами, різниця $\varepsilon - \hat{\varepsilon}$ перпендикулярна до підпростору \hat{L} .

Величину $\hat{\varepsilon}$ називають проекцією величини ε на гіперплощину L , а різниця $\varepsilon - \hat{\varepsilon}$ – перпендикуляром (з точки ε).

Відзначимо також, що у випадку, коли гіперплощина L сама є лінійним простором ($L = \hat{L}$), умова (3.7) рівносильна умові (3.4) [2,7].

Нехай $\hat{\varepsilon} \in L$ є найкращим наближенням для ε . Очевидно, що

$$\|\varepsilon - \hat{\varepsilon}\| = \min\|\varepsilon - \hat{\varepsilon} - \Delta\|,$$

де мінімум береться по всіх різницях $\Delta = \mu - \hat{\varepsilon}$, $\mu \in L$. Але сукупність таких різниць утворює лінійний простір \hat{L} та разом з елементом Δ та \hat{L} містить елемент $\sigma\Delta$, де σ – дійсне число. Зафіксувавши будь-яке число $\Delta \neq 0$ та поклавши [8]

$$A^2 = \|\varepsilon - \hat{\varepsilon}\|^2, B = \langle \varepsilon - \hat{\varepsilon}, \Delta \rangle, C = \|\Delta\|^2,$$

будемо мати

$$\min\|\varepsilon - \hat{\varepsilon} - \sigma\Delta\|^2 = \min(A^2 + 2B\sigma + \sigma^2C^2) = A^2.$$

Мінімум квадратичної форми $A^2 + 2B\sigma + \sigma^2C^2$ досягається при $\sigma = 0$ та коефіцієнт B дорівнює нулю, тобто виконується умова (3.7). В свою чергу, якщо виконана ця умова, то для будь-якої величини $\mu \in L$ маємо [1,9]

$$\begin{aligned} \|\varepsilon - \mu\|^2 &= \|(\varepsilon - \hat{\varepsilon}) - (\mu - \hat{\varepsilon})\|^2 = \|\varepsilon - \hat{\varepsilon}\|^2 + 2\langle \varepsilon - \hat{\varepsilon}, \mu - \hat{\varepsilon} \rangle + \|\mu - \hat{\varepsilon}\|^2 \\ &= \|\varepsilon - \hat{\varepsilon}\|^2 + \|\mu - \varepsilon\|^2 \geq \|\varepsilon - \hat{\varepsilon}\|^2, \end{aligned}$$

звідки видно, що $\hat{\varepsilon}$ є найкращим наближенням для величини ε .

А також можемо припустити, що абсолютно найкраще наближення величини ε величинами виду $\mu = \varphi(\mu_1, \dots, \mu_n)$ дається виразом

$$\hat{\varepsilon} = M(\varepsilon|\mu_1, \dots, \mu_n) \quad (3.8)$$

де $M(\varepsilon|\mu_1, \dots, \mu_n)$ означає умовне математичне очікування величини ε при фіксованих значеннях μ_1, \dots, μ_n [2].

Сукупність L всіх величин виду $\mu = \varphi(\mu_1, \dots, \mu_n)$, для яких $\|\mu\|^2 = M\mu^2 < \infty$, є лінійним простором. Оскільки $M\varepsilon^2 < \infty$, тоді до цього простору належить і зазначена в (3.8) величина $\hat{\varepsilon}$, що є певною функцією від значення μ_1, \dots, μ_n :

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon} &= \varphi_0(\mu_1, \dots, \mu_n) \in L, \\ \hat{\varepsilon}^2 &= [M(\varepsilon^2 | \mu_1, \dots, \mu_n)]^2 \leq M(\varepsilon^2 | \mu_1, \dots, \mu_n), \\ M\varepsilon^2 &\leq M[(\varepsilon^2 | \mu_1, \dots, \mu_n)] = M\varepsilon^2 < \infty.\end{aligned}$$

Для доказу того, що величина $\hat{\varepsilon} = \varphi_0(\mu_1, \dots, \mu_n)$ дає абсолютно найкраще наближення, достатньо перевірити відповідну умову (3.7), яка в нашому випадку означає, що [1,2]

$$M[(\varepsilon - \hat{\varepsilon}) \cdot \varphi(\mu_1, \dots, \mu_n)] = 0$$

для будь-якої величини $\varphi(\mu_1, \dots, \mu_n) \in L$.

У випадку коли маємо комплекс приладів n , які призначені для вимірювання евольвенти зубчастого колеса a . Кожен прилад припускає неточність у вимірюваннях показуючи, відповідно, $X_k = a + \Delta_k$ замість істинного значення a ($k = 0, \dots, n - 1$). Виникає задача «об'єднати» ці n окремі прилади в один комплекс так, щоб показання «комплексного приладу» $X = a + \Delta$ давали найменшу похибку – $\|\Delta\| = \min$.

При обробці похибок вимірювання $\Delta_1, \dots, \Delta_n$ необхідно спочатку виключити з наявних даних X_1, \dots, X_n величину a . Для цього необхідно записати вираз [10]

$$\begin{aligned}X_k - X_0 &= \Delta_k - \Delta_0 = \varepsilon_k, \\ k &= 1, \dots, n - 1,\end{aligned}$$

далі необхідно знайти найкраще наближення для невідомої похибки $\Delta_0 (= \varepsilon_0)$ по відомим величинам $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{n-1}$. Якщо маємо таке найкраще наближення

$$\hat{\Delta}_0 = \varphi_0(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{n-1}) = \varphi_0(X_1 - X_0, \dots, X_{n-1} - X_0),$$

можна реалізувати «комплексний прилад» наступним чином:

$$X = X_0 - \varphi_0(X_1 - X_0, \dots, X_{n-1} - X_0),$$

в якому похибка $\Delta = X - a$ буде

$$\Delta = \Delta_0 - \varphi_0(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{n-1}).$$

Похибка $\Delta_0, \Delta_1, \dots, \Delta_{n-1}$ різних приладів є незалежними випадковими величинами. Будемо вважати, що вони мають однакові розподіли ймовірностей (з мінімальним середнім значенням). Тоді кореляційна матриця $\{R_{kj}\}$ величин $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{n-1}$ має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} R_{00} &= M\Delta_0^2 = \sigma^2, R_{k0} = -\sigma^2, R_{kk} = 2\sigma^2, \\ k &= 1, \dots, n-1; \\ R_{kj} &= \sigma^2, k \neq j, k, j = 1, \dots, n-1. \end{aligned}$$

З рівняння (3.5) отримаємо, що найкраще лінійне наближення є

$$-\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n-1} \varepsilon_k = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n-1} [X_0 - X_k],$$

а відповідна похибка «комплексного приладу» буде мати вигляд

$$\Delta = \Delta_0 - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n-1} [\Delta_0 - \Delta_k] = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \Delta_k. \quad (3.9)$$

Відповідний «комплексний прилад» реалізується наступним чином:

$$X = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k. \quad (3.10)$$

В нашому випадку можемо допустити, що похибка кожного окремого приладу буде мати рівномірно розподілену ймовірність (на деякому відрізку $[-d, d]$). Отже, знайдемо абсолютне найкраще наближення [1-2]

$$\varphi_0(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{n-1}) = M(\Delta_0 | \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{n-1}).$$

Тоді можемо виразити шукану функцію $\varphi_0(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{n-1})$ наступним чином

$$\varphi_0(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{n-1}) = \int_{-\infty}^{\infty} x_0 p_{\varepsilon_0}(x_0 | x_1, \dots, x_{n-1}) dx_0 = \frac{\alpha + \beta}{2}.$$

Отже, бачимо, що оптимальний «комплексний прилад» можна реалізувати наступним чином:

$$X = \frac{X_* + X^*}{2},$$

де, X_* та X^* означають відповідно найменше та найбільше значення з показань окремих приладів X_0, \dots, X_{n-1} (X – напівсума останніх значень).

Але справді, як ми можемо бачити,

$$\alpha = -d - (X_* - X_0),$$

$$\beta = d - ((X_* - X_0)),$$

та

$$X = X_0 - \varphi_0(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{n-1}) = X_0 - \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{X_* + X^*}{2},$$

де

$$X_* = \min(X_0, \dots, X_{n-1}),$$

$$X^* = \max(X_0, \dots, X_{n-1}).$$

Порівняємо відповідні похибки при найкращому лінійному та абсолютно найкращому наближеннях [2]

$$\delta_0 = \left\| \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \Delta_k \right\|,$$

$$\delta = \left\| \frac{1}{2} (\Delta_* + \Delta^*) \right\|,$$

де $\Delta_* = \min(\Delta_1, \dots, \Delta_n)$, $\Delta^* = \max(\Delta_1, \dots, \Delta_n)$.

Будемо вважати для значення $d = 1/2$, а отже маємо наступний вираз

$$\delta_0^2 = \frac{1}{n} \int_{-1/2}^{1/2} x^2 dx = \frac{1}{12n}.$$

Далі, якщо

$$\Delta_* = \Delta_i, \quad \Delta^* = \Delta_j \text{ при } \Delta_i \leq \Delta_k \leq \Delta_j \text{ (} k = 0, \dots, n-1 \text{),}$$

тоді маємо

$$\delta^2 = \frac{1}{4} n(n-1) \int_{-1/2}^{1/2} \int_{y_0}^{1/2} \int_{y_0}^{y_1} \dots \int_{y_0}^{y_1} (y_0 + y_1)^2 dy_0 \dots dy_{n-1} = \frac{1}{2(n+1)(n+2)}.$$

Можемо зробити висновок, що при великих n абсолютно найкраще наближення в даному випадку явно переважно, чим найкраще лінійне наближення.

3.2. Метод опису поверхні евольвенти за допомогою тренда

В попередніх розділах були розглянуті критерії, які дозволяють визначити відхилення криволінійної поверхні евольвенти від заданих розмірів. Тепер перейдемо до більш детальнішого аналізу цих відхилень. В даному розділі розглянемо самий великомасштабний їх вид – тренди, тобто, відносно плавна зміна поверхні. Це може бути систематичне збільшення або зменшення поверхні, всілякі коливання її висоти, хвилястість та інші відхилення криволінійної поверхні евольвенти зубчастого колеса. Звичайно профіль поверхні можна розглядати як сукупність тренда та криволінійності евольвенти (рис.3.1) [1,11].

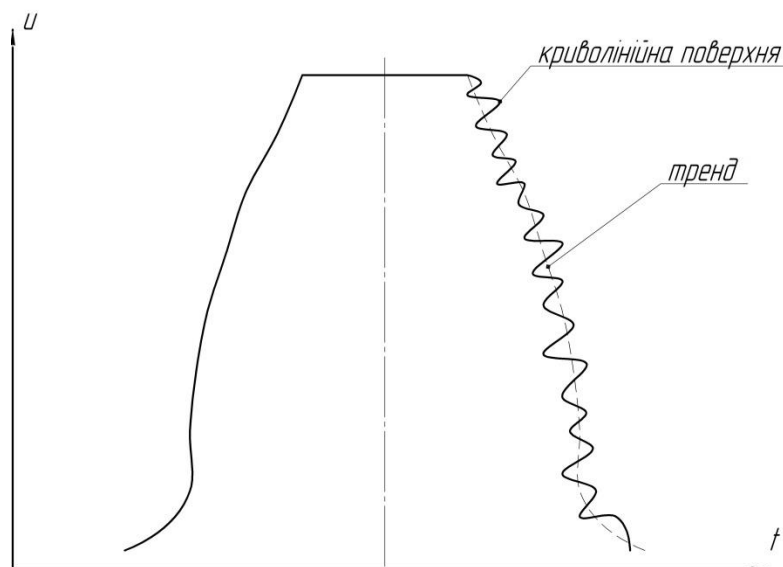


Рис.3.1 Профіль поверхні евольвенти

Враховуючи гладкість тренда, можна було б визначити наступний план дослідження:

1) Описати тренд будь-якою гладкою функцією. З математичної точки зору краще всього для цього підходить поліном [1,2]:

$$u(t) = A_0 + A_1 t + \dots + A_p t^p. \quad (3.11)$$

Якщо обирати ступінь p достатньо великою, тоді, на перший погляд, можна, домогтися як завгодно суворого наближення до досліджуваного тренда.

2) Використовуючи метод найменших квадратів, оцінити по експериментальним даним коефіцієнти A_0, A_1, \dots, A_p та їх статистичні характеристики.

3) З урахуванням пункту 2 вирішити питання про можливість спрощення моделі. В результаті повинна бути отримана остаточна модель тренда.

4) Використовуючи цю остаточну модель, приступити до вирішення основних задач, пов'язаних зі знаходженням ймовірності відхилення криволінійної поверхні евольвенти (зокрема, до розрахунку надійності відповідної вимірювальної техніки).

На жаль, наведений план є неспроможним вже з першого свого пункту, тобто, ще на етапі математичного опису тренда.

Насамперед, як це впливає з математичної статистики [1,12], збільшення ступені p призводить до зростання нестійкості оцінок коефіцієнтів A_0, A_1, \dots, A_p . Фактично це означає неможливість отримання моделі виду (3.11) навіть при $p \rightarrow \infty$. Починаючи з деяких значень p , точність моделі перестає збільшуватися. По-друге, додавання нових експериментальних даних призведе до необхідності нових апроксимацій. І, нарешті, характер тренда може з часом (тобто з відстані від вихідної точки) змінюватись, що також при необхідності призводить до зміни моделі (3.11).

Значить, поліном (3.11) або будь-яка інша гладка функція не можуть служити моделями для ефективного опису тренда. Щоб вирішити задачу, необхідно перейти від функція до процесів. Бо тільки процес, не змінює своєї внутрішньої структури та може врахувати всі зміни тренда. Таких процесів або методів оцінки в математичній статистиці відомо декілька. Для нашої задачі найбільше підходить два з них: метод змінного середнього та метод змінних різниць.

1. Метод змінного середнього.

Нехай u_1, \dots, u_n – перші n членів часового ряду. Використовуючи модель (3.11) при $p \leq n - 1$, знайдемо оцінки коефіцієнтів A_0, A_1, \dots, A_p

методом найменших квадратів. В результаті отримаємо поліном, який оцінює часовий ряд в тій області, яку займають члени u_1, \dots, u_n . Тепер знаходимо середню точку цієї області та покладемо значення тренда в ній рівним середньому числу полінома. Даліше повторюємо цю процедуру для членів u_2, \dots, u_{n+1} , потім для членів u_3, \dots, u_{n+2} і т.д. В підсумку ми отримаємо оцінку тренда, яка в кожній точці буде дорівнювати зваженому середньому тих членів часового ряду, які розміщуються близько до цієї точки.

Для експериментального дослідження виявлення відхилення криволінійності евольвенти зубчастого колеса приймаємо $n = 7$, $p = 3$. Тоді модель (3.11) запишеться у вигляді [13]

$$\hat{u}(t) = u_t = A_0 + A_1 t + A_2 t^2 + A_3 t^3. \quad (3.12)$$

Позначимо 7 послідовних членів часового ряду символами $u_{-3}, u_{-2}, u_{-1}, u_0, u_1, u_2, u_3$ та припустимо, що середній член відповідає моменту $t = 0$. Використовуючи даліше метод найменших квадратів, знайдемо оцінку цього члена, який співпадає з коефіцієнтом A_0 :

$$u_0 = A_0 = \frac{1}{21} (-2u_{-3} + 3u_{-2} + 6u_{-1} + 7u_0 + 6u_1 + 3u_2 - 2u_3). \quad (3.13)$$

Саме цю величину ми вважатимемо оцінкою тренда в точці $t = 0$.

Зазначимо, що сума коефіцієнтів отриманого виразу дорівнює 1, так що вираз можна розглядати як зважене середнє заданих членів часового ряду (про що вже говорилося вище). Легко показати, що ваги при цьому будуть залежати тільки від n та p та не будуть залежати від u . Тому формулу (3.13) можна використовувати для будь-яких семи послідовних членів часового ряду. Змінюючи їх можна отримати оцінку тренда в різні моменти часу t .

Тепер символічно напишемо праву частину формули (3.13) у вигляді

$$\frac{1}{21} [-2, 3, 6, 7, 6, 3, -2],$$

або, враховуючи симетрію відносно центрального члену, у вигляді [2,14]

$$\frac{1}{21} [-2, 3, 6, 7].$$

Отриманий вираз можна розглядати як алгоритм оцінювання (або виділення) тренда при $n = 7$, $p = 3$. Аналогічні вирази можна знайти і для інших значень n та p .

В цілому, описаний метод простий, але володіє тим недоліком, що оптимальні значення n та p заздалегідь невідомі. Їх доводиться обирати, враховуючи ті чи інші міркування (характер задачі, простоту опису і т.д.), що в підсумку призводить до певного суб'єктивізму. Щоб його зменшити, звичайно відмовляються від поліномного опису (3.11) та наступного за ним методу найменших квадратів. А використовують метод ітерованих усереднень. Суть його найлегше пояснити наступним чином.

Допустимо, що часовий ряд має вигляд:

$$u_1, u_2, \dots \quad (3.14)$$

Знайдемо середнє арифметичне кожних k членів цього ряду:

$$V_1 = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k u_j,$$

$$V_2 = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k u_{j+1}, \dots,$$

та складемо з них новий ряд (першу ітерацію) :

$$V_1, V_2, \dots$$

Потім знайдемо середнє арифметичне членів цього нового ряду [1,15]

$$W_1 = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k V_j,$$

$$W_2 = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k V_{j+1}, \dots,$$

та складемо другу ітерацію [2]

$$W_1, W_2, \dots \quad (3.15)$$

Описаний процес будемо продовжувати до тих пір, поки не отримаємо ітерацію, яка відповідатиме шуканому тренду. Останнє означає наступне. З ростом ітерації посилюється вирівнювання часового ряду, тобто в ньому зникають все більш повільні коливання. Отже, описаний процес необхідно закінчувати тоді, коли всі зайві коливання (які відповідають, наприклад, криволінійності поверхні евольвенти) зникнуть, а всі необхідні коливання (які відповідають хвилястості та більшій криволінійності) залишаться. В цьому випадку остання ітерація (та, що залишилась) і буде оцінкою шуканого тренду.

Питання про порядок ітерації більш детально розглянемо нижче. Тут же відзначимо, що ітерації різного порядку можуть проводитися з різними значеннями k . Якщо для першої ітерації обрати значення k_1 , для другої – k_2 , для третьої – k_3 , тоді підсумковий результат буде записуватися у вигляді

$$\frac{1}{k_1 k_2 k_3} [k_1][k_2][k_3].$$

Легко помітити, що метод ітерованих усереднень не потребує вибору ступені p . Проте, якщо необхідно, підсумкову ітерацію можна скласти так, щоб вона абсолютно точно описувала будь-який поліномний тренд, ступінь якого не перевищувала будь-яке наперед задане значення p .

Якщо позначити середній член часового ряду при знаходженні середнього арифметичного через u_0 та використати відповідні центральні різниці [16]:

$$\delta^r u_0 = \delta^{r-1} u_{0+\frac{1}{2}} - \delta^{r-1} u_{0-\frac{1}{2}}, \quad (3.16)$$

тоді можна отримати формулу (для непарного k) [1]:

$$\frac{1}{k} [k] u_0 = u_0 + \frac{k^2 - 1^2}{2^2 \cdot 3!} \delta^2 u_0 + \frac{(k^2 - 1^2)(k^2 - 3^2)}{2^4 \cdot 5!} \delta^4 u_0 + \dots \quad (3.17)$$

Для того щоб виділити тренд ступеня p (якщо він існує) достатньо в цій формулі припустити $\delta^r u_0 = 0$ для всіх $r > p$. Для виділення кубічного тренду необхідно переписати формулу (3.17) у вигляді:

$$\frac{1}{k}[k]u_0 = u_0 + \frac{k^2 - 1^2}{2^2 \cdot 3!} \delta^2 u_0. \quad (3.18)$$

Спільне використання формули (3.17) та багаторазової ітерації дозволяє виділити самі різноманітні тренди, які необхідні для вирішення поставленої задачі. В нашому випадку виділений тренд повинен описувати ті нерівності поверхні, які технологічно слід розглядати як суттєві відхилення від криволінійності евольвенти зубчастого колеса.

Залишається вирішити питання про найкращий порядок ітерації, вибір числа k та загальної похибки методу. Рішення їх залежить від характеру поставленої задачі та потребує врахування деяких особливостей методу змінного середнього. Розглянемо ці особливості.

1. Крайові ефекти [1,17].

Легко помітити, що метод змінного середнього не дозволяє оцінити в перших $m = \frac{k-1}{2}$ та в останніх $m = \frac{k-1}{2}$ точках. Для отримання цих точок можна використовувати два шляхи.

а) Оцінку тренда в першій точці припустити рівній першому члену часового ряду u_1 , в другій точці – середнє арифметичне перших 3-х членів: $\frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 u_j$, в третій точці – середнє арифметичне перших 5-ти членів: $\frac{1}{5} \sum_{j=1}^5 u_j$ і т.д., поки число сумарних членів не стане рівним значенню k . Аналогічно вчинити і в кінці часового ряду.

б) Повернутися до моделі (3.11) та, використовуючи метод найменших квадратів, оцінити не тільки коефіцієнт A_0 , але всі інші коефіцієнти A_1, \dots, A_p , тобто весь поліном. Потім надаючи аргументу t початкові або кінцеві значення, отримати відповідні оцінки тренда на початку та в кінці часового ряду.

Розглянемо випадок $n = 7, p = 3$. Використовуючи метод найменших квадратів знаходимо:

$$A_1 = \frac{1}{252} [22, -67, -58, 0, 58, 67, -22],$$

$$A_2 = \frac{1}{84} [5, 0, -3, -4, -3, 0, 5], \quad (3.19)$$

$$A_3 = \frac{1}{36} [-1, 1, 1, 0, -1, -1, 1],$$

звідки отримаємо [2]

$$u_t = \frac{1}{21} [-2, 3, 6, 7, 6, 3, -2] + \frac{t}{252} [22, -67, -58, 0, 58, 67, -22] + \\ + \frac{t^2}{84} [5, 0, -3, -4, -3, 0, 5] + \frac{t^3}{36} [-1, 1, 1, 0, -1, -1, 1]. \quad (3.20)$$

Підставляючи тепер замість t значення $-1, -2, -3$ або $1, 2, 3$, ми отримаємо шукану оцінку тренда на початку та в кінці часового ряду:

$$u_{-1} = u_1 = \frac{1}{42} [1, -4, 2, 12, 19, 16, -4], \\ u_{-2} = u_2 = \frac{1}{42} [4, -7, -4, 6, 16, 19, 8], \quad (3.21) \\ u_{-3} = u_3 = \frac{1}{42} [-2, 4, 1, -4, -4, 8, 39].$$

2. Похибка методу [1,18].

Розглянемо її на прикладі використання моделі (3.11). Нехай оцінка тренда дорівнює

$$u_t = \sum_j c_j u_j, \quad (3.22)$$

де c_j – вага u_j . Так як всі ваги залежать від n та p та не залежать від u , тоді всі вони будуть не випадковими величинами та дисперсія оцінки тренда буде дорівнювати:

$$Du_t = \sum_i \sum_j c_i c_j k_{ij}, \quad (3.23)$$

де k_{ij} – міра лінійної залежності u_i та u_j .

Нехай тепер часовий ряд u_t складається із тренду та деякої випадкової складової ε_t (із хвилястості та криволінійності поверхні евольвенти):

$$u_t = u_t + \varepsilon_t. \quad (3.24)$$

Якщо допустити, що випадкова складова має однакові та незалежні розподілення в будь-якій точці t з дисперсією D , тоді формула (3.11) [2]:

$$Du_0 = D \sum_j c_j^2, \quad (3.25)$$

тобто похибка апроксимації буде пропорційна $\sum_j c_j^2$.

Подивимося тепер, які впливи здійснюють на похибку крайові ефекти. Тоді маємо:

$$t = 0, \quad \sum_j c_j^2 = 0,3333,$$

$$t = \pm 1, \quad \sum_j c_j^2 = 0,4524,$$

$$t = \pm 2, \quad \sum_j c_j^2 = 0,4524,$$

$$t = \pm 3, \quad \sum_j c_j^2 = 0,9286.$$

Сума квадратів вагів, а, отже, і похибка апроксимації зростає по мірі наближення до краю часового ряду. Аналогічна тенденція спостерігається і при використанні ітерованих усереднень. Це означає, що метод змінного середнього буде найбільш ефективним в середніх частинах часового ряду та менше надійним на його кінцях.

2. Вплив на виділений тренд інших складових часового ряду [1].

Часовий ряд може мати 4 складових:

- а) випадкова складова (в нашому випадку криволінійність евольвенти);
- б) періодична складова (в нашому випадку хвилястість);
- в) коливальна не періодична складова;
- г) систематична складова (тобто систематичне зростання або зменшення).

Останні 3 складові ми об'єднали під загальною назвою «тренд». Проте, тепер в цілях подальшого аналізу ми виділимо із тренда періодичну та не

періодичну коливальну складову та будемо розглядати їх окремо. Тоді часовий ряд визначиться відношенням:

$$u_t = x_1 + x_2 + x_3, \quad (3.26)$$

де x_1 – випадкова складова, x_2 – коливальна складова (періодична та не періодична), x_3 – тренд (систематична складова).

Позначимо даліше через T – оператор виділення тренда методом змінного середнього. Якщо використовувати ітераційне усереднення, тоді оператор T буде лінійним та його дії на часовий ряд буде рівносильно його діям на кожен складову:

$$Tu_t = Tx_1 + Tx_2 + Tx_3 \quad (3.27)$$

де Tx_1 та Tx_2 можна розглядати як перешкоди, які виникають при виділенні тренда. Наша задача – домогтися того, щоб ці перешкоди були мінімальні. З цією метою розглянемо кожен перешкоду окремо.

Перешкода випадкової складової Tx_1 .

Будемо вважати, що випадкова складова x_1 в кожній точці t є незалежною випадковою величиною ε_t , яка має нормальні розподілення з нульовим математичним очікуванням та дисперсією D . Тоді після першої ітерації отримаємо [19]:

$$\begin{aligned} j &= \left[\frac{k}{2} \right], \\ Tx_1 &= \frac{1}{k} \sum \varepsilon_{t+j}, \\ j &= - \left[\frac{k}{2} \right], \end{aligned} \quad (3.28)$$

де $\left[\frac{k}{2} \right]$ – ціла частина величини $\frac{k}{2}$.

Звідси видно, що хоча випадкові величини ε_c за визначенням незалежні, величини Tx будуть пов'язані одне з одним, так як містять загальні члени, якщо відстань між ними не перевищує « k » кроків. Якщо $b - a < k$, тоді величини $Tx_1(a)$ та $Tx_1(b)$ міститимуть $k + a - b$ загальних величин ε_t

та будуть корельовані. По цій причині ряд Tx буде більш гладким, ніж ряд x та з ростом кратності ітерації ця гладкість буде збільшуватися. Все це призводить до певного коливального процесу, який в математичній статистиці відомий як ефект Слуцького та Юла [2,7]. Розглянемо основні характеристики цього процесу.

а) Середній період коливання [2,9].

Завдяки випадковому характеру величини x_1 , вершини та впадини процесу Tx_1 з'являються не регулярно та не існують величини, які можна було назвати періодом коливання. Фактично ту можна говорити лише про розподілення періодів або про середній період. Останній можна було визначити як середню відстань між сусідніми вершинами, але це призведе до необхідності вирішити питання про те, чи слід враховувати невеликі пульсації, які накладаються на основні коливання. Тому найбільш розумно визначити середній період як середню відстань між сусідніми нулями (перетин цим процесом свого математичного очікування) одного знака для даного процесу.

Припустимо тепер, що в результаті ітераційного усереднення шукана перешкода прийняла вигляд:

$$Tx_1 = \sum_j a_j \varepsilon_j, \quad (3.29)$$

де $\{a_j\}$ – ваги усереднення. Тоді в інтервалі $(\frac{k}{2}, \frac{k}{2} + 1)$ буде позитивний нуль, якщо

$$V_k = \sum_{j=1}^k a_j \varepsilon_j < 0, V_{k+1} = \sum_{j=1}^k a_j \varepsilon_{j+1} > 0. \quad (3.30)$$

Ймовірність спільного виконання цих вимог дорівнює інтегралу по області, обмеженою гіперповерхнями $V_{k+1} = 0, V_k = 0$ (рис.3.2) [2,8]:

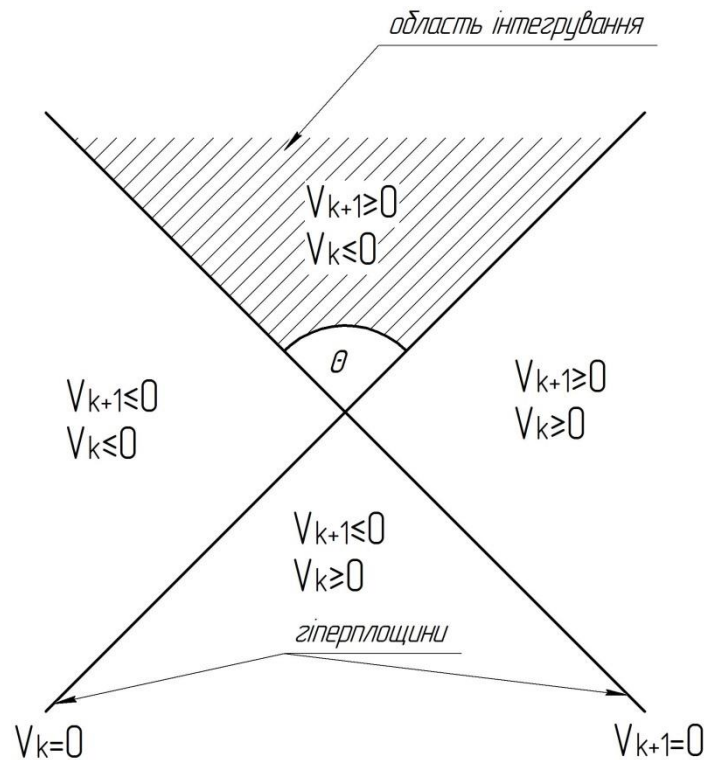


Рис.3.2 Умовний вигляд розміщення гіперповерхні

$$P = P(V_k < 0, V_{k+1} > 0) = \int_{V_{k+1}=0}^{V_k=0} \dots \int f(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{k+1}) d\varepsilon_1 \dots d\varepsilon_{k+1}, \quad (3.31)$$

де $f(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{k+1})$ – спільна щільність розподілення величин $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{k+1}$. Якщо ці величини нормальні, тоді інтеграл буде дорівнювати

$$P = \frac{\theta}{2\pi}, \quad (3.32)$$

де

$$\cos\theta = \frac{\sum_{j=1}^k a_j a_{j+1}}{\sum_{j=1}^k a_j^2}. \quad (3.33)$$

З останньої формули видно, що θ є кут між гіперплощинами $V_{k+1} = 0$, $V_k = 0$. Оскільки далі ймовірність p є математичне очікування числа позитивних нулей на одиницю довжини, тоді середня відстань між цими нулями буде дорівнювати:

$$L = \frac{1}{p} = \frac{2\pi}{\theta}. \quad (3.34)$$

б) Середня відстань між вершинами [2,3].

Вона знаходиться аналогічно попередньому. Очевидно V_k буде вершиною, якщо

$$V_k - V_{k-1} = \sum_{j=1}^k a_j \varepsilon_j - \sum_{j=1}^k a_j \varepsilon_{j-1} > 0, \quad (3.35)$$

$$V_{k+1} - V_k = \sum_{j=1}^k a_j \varepsilon_{j+1} - \sum_{j=1}^k a_j \varepsilon_j < 0.$$

Ймовірність спільного виконання цих умов буде дорівнювати

$$P_1 = \frac{\theta_1}{2\pi}, \quad (3.36)$$

де θ – кут між гіперплощинами $V_k - V_{k-1} = 0$, $V_{k+1} - V_k = 0$, тоді отримаємо

$$\cos\theta_1 = \frac{(a_2 - a_1)a_1 + (a_3 - a_2)(a_2 - a_1) + \dots - a_k(a_k - a_{k-1})}{a_1^2 + (a_2 - a_1)^2 + \dots + (a_k - a_{k-1})^2 + a_k^2}. \quad (3.37)$$

Шукана відстань при цьому буде дорівнювати

$$L_1 = \frac{1}{p} = \frac{2\pi}{\theta_1}. \quad (3.38)$$

в) Дисперсія процесу [2,5].

Маємо наступну дисперсію, яку можна записати виразом

$$Tx_1 = D \sum_{j=1}^k a_j^2, \quad (3.39)$$

де D – дисперсія x_1 . Оскільки $\sum_{j=1}^k a_j = 1$, тоді сума $S = \sum_{j=1}^k a_j^2$, що входить в (3.25) буде завжди < 1 . Вона показує як зменшується дисперсія перешкоди Tx_1 порівняно з дисперсією випадкової складової x_1 . В загальному випадку величина S залежить від кратності ітерації q та числа елементів усереднення

k . Для одноразової ітерації $S = \frac{1}{k}$, тобто дисперсія Tx_1 буде в k разів менша, ніж дисперсія x_1 .

Лише перша ітерація дає помітне зменшення дисперсії перешкоди Tx_1 . Кожна наступна ітерація (особливо починаючи з четвертої) дає все менший ефект. Тому при аналізі тренду слід обмежитися ітерацією не вище третього порядку.

Що ж стосується величини « k », то хоча її зростання теж призводить до зменшення дисперсії Tx_1 , однак занадто велике значення цієї величини може привести до згладжування самого тренда, що не допустимо. Більш чітке розуміння цього процесу впливає з аналізу перешкод Tx_2 .

Розглянемо випадок коли член x_2 описується синусоїдою:

$$x_2 = \sin(\alpha + \omega t). \quad (3.40)$$

Тоді після першої ітерації отримаємо

$$Tx_2 = \frac{1}{k} \sum_{t=1}^k \sin(\alpha + \omega t) = \frac{1}{k} \cdot \frac{\sin \frac{\omega k}{2}}{\sin \frac{\omega}{2}} \cdot \sin \left(\alpha + \omega \frac{k+1}{2} \right). \quad (3.41)$$

Так як знайдене значення прописується в середній точці $t_1 = \frac{k+1}{2}$, тоді формулу (3.41) можна записати у вигляді

$$Tx_2 = \frac{1}{k} \cdot \frac{\sin \frac{\omega k}{2}}{\sin \frac{\omega}{2}} \cdot \sin(\alpha + \omega t_1). \quad (3.42)$$

Відповідно після q -ї ітерації отримаємо

$$Tx_2 = \left(\frac{1}{k} \cdot \frac{\sin \frac{\omega k}{2}}{\sin \frac{\omega}{2}} \right)^q \sin(\alpha + \omega t_q). \quad (3.43)$$

Звідси видно, що перешкода Tx_2 виходить у вигляді тієї синусоїди, що і x_2 . Отже, для зменшення цієї перешкоди необхідно взяти більше значення q та k або прийняти $k = \frac{2m\pi}{\omega}$, $m=1, 2, \dots$.

Вище було вирішено брати значення $q \leq 3$. Отже тепер величина перешкоди Tx_2 буде повністю залежати від величини k та частоти коливання ω . Якщо значення ω незначне та $k < \frac{2\pi}{\omega}$, тобто інтервал усереднення значно менший періоду коливання, тоді:

$$\left(\frac{1}{k} \cdot \frac{\sin \frac{\omega k}{2}}{\sin \frac{\omega}{2}} \right)^q \approx \left(\frac{1}{k} \cdot \frac{\omega k}{2} \right)^q = 1. \quad (3.44)$$

Виходячи з виразу (3.44) будемо мати, що $Tx_2 = x_2$. Іншими словами, оператор T сприймає повільні коливання як тренд та не виключає їх з розгляду. Звідси можна зробити наступний висновок: значення " k " необхідно брати таким, щоб інтервал усереднення був значно більший за період тих коливань, які необхідно виключити з розгляду та значно менший за період тих коливань, які необхідно залишити в якості тренду. Стосовно нашого завдання це означає, що інтервал усереднення повинен бути більший середнього періоду криволінійної поверхні евольвенти та менший середнього періоду хвилястості.

3.3. Методи оцінки аномальних відхилень вимірювань авіаційних деталей

Основними характеристиками геометричних параметрів під час контролю можуть бути аномальні відхилення. Багато з цих відхилень можна вважати ергодичними, що дозволяє застосовувати математичний апарат теорії ймовірностей для аномальних величин.

В такому випадку можливо обійтися двома основними оцінками: вибіркоvim середнім m_x та вибірковою дисперсією σ_x^2 . Відповідно до їх визначення, вони виражаються через щільність розподілу $p(x)$ відповідно [1,18]:

$$m_x = E[x] = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x)dx,$$

$$\sigma_x^2 = E[(x - m_x)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^2 p(x) dx,$$

де x – випадкова величина, $p(x)$ – щільність розподілу випадкової величини, $E[x]$ – інтегральна функція розподілу ймовірностей.

Для дискретизованого процесу $x(k)$ справедливі вирази m_x та σ_x^2 , де інтеграли замінюються відповідними сумами [2,20]:

$$m_x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, \quad (3.45)$$

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - m_x)^2, \quad (3.46)$$

де N – обсяг вибірових даних, x_i – випадкова подія.

Отримувані вибірові оцінки статистичних параметрів можуть далі використовуватися для задач управління та прийняття рішень. Для автоматичних систем вибірові оцінки не дуже зручні через те, що для її отримання необхідно затратити певний інтервал часу T . Це призводить до додаткових затримок. Зменшення ж інтервалу T призведе до втрати точності оцінки, оскільки ці оцінки потребують великого обсягу вибірових даних. Більш конструктивним типом оцінок є рекурсивні процедури оцінювання, які дають поточну оцінку процесу. Розглянемо більш докладно рекурсивні методи оцінки.

Для рекурсивної оцінки геометричних параметрів таких аномальних величин, як випадкові величини, розроблені процедури стохастичною апроксимації: Роббінса-Монро, Кіфера-Вольфовица, Ньютона-Рафсона [1] і ін. Дані процедури розроблені для знаходження коренів рівняння регресії і носять узагальнену назва градієнтних рівнянь, оскільки в процесі ітераційних обчислень знаходиться мінімум функціоналу якості [1,10]

$$\min\{\tau(t)\}: \text{grad}\tau(t) = 0, \quad (3.47)$$

Для рекурсивної оцінки випадкових величин використовують умовне середнє значення $m_{xy} = M[x_t | y_t]$, де враховано, що середнє значення знаходиться з урахуванням спостережень [1,21]:

$$m_{xy} = \frac{1}{p(y)} \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot p(x \cdot y) dx. \quad (3.48)$$

У цьому випадку використовується критерій мінімуму середньоквадратичного відхилення

$$\tau_x = \min\{M[(x - \hat{x})^2]\}, \quad (3.49)$$

де \hat{x} – оцінка випадкових величин x аномального відхилення.

Рекурсивне рівняння Роббінса-Монро на $k + 1$ кроці представляється у вигляді

$$\hat{x}(k + 1) = \hat{x}(k) + K(k)(y(k) - H(k)\hat{x}(k)), \quad (3.50)$$

де $y(k) = H(k)x(k) + \tau(k)$ – рівняння спостереження, яке формує спостережувану статистику, $K(k)$ – коефіцієнт, що забезпечує збіжність рівняння (3.50). На рис.3.3 представлена структурна схема рівняння (3.50).

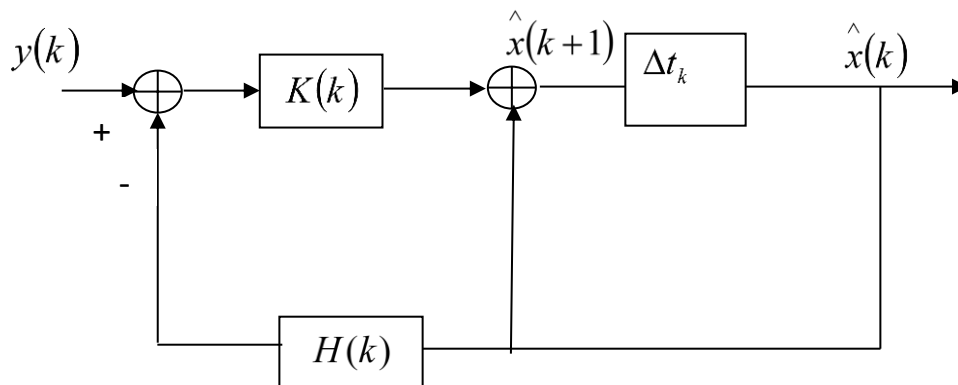


Рис.3.3 Структурна схема дискретного алгоритму Роббінса-Монро

Якщо величина $x(t)$ є аналоговою, то відповідне (3.50) рівняння оцінки набуде вигляду:

$$\frac{d\hat{x}(t)}{dt} = K(t)[y(t) - H(t)\hat{x}(t)], \quad (3.51)$$

де $K(t)$ задовольняє умовам:

$$\int_0^{\infty} K(t)dt \rightarrow 0, \quad \int_0^{\infty} K^2(t)dt < \infty, \quad (3.52)$$

які є узагальненням рівняння Дворецького (3.51) [1] на безперервний випадок. Аналогова реалізація алгоритму Робінса-Монро [22] представлена на рис.3.4.

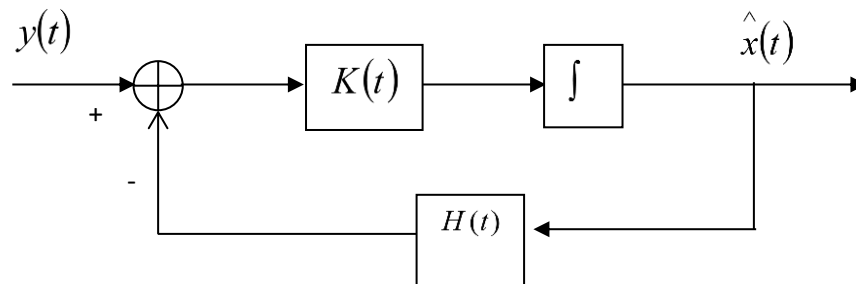


Рис. 3.4 Структурна схема аналогового алгоритму Робінса-Монро

Прийmemo, що при умовах (3.50), (3.52) рівняння (3.49) та (3.51) сходяться асимптотично, а вираз (3.48) асимптотично наближається до нуля. Крутизна даної характеристики залежить від вибору $K(t)$, а для дискретної величини від $K(k)$. Коефіцієнт, що забезпечує збіжність (3.50) повинен бути менше одиниці та може мати наступний вигляд

$$K(k) = \frac{1}{k}, \quad k = 1, 2, \dots, N, \dots$$

Слід зауважити, що всі рівняння градієнтного типу відрізняються вибором характеру залежностей $K(k)$ або $K(t)$. Так, у рівнянні Уїдрoux-Хоффа [1,2] $K(k \leq 1)$, $K(k) = const$.

При використанні критерію мінімуму середнього квадрата відхилення (3.48) рекурсивне рівняння Ньютона-Рафсона [1,2] на $k + 1$ кроці представляється у вигляді:

$$\hat{x}(k + 1) = \hat{x}(k) + \gamma G_x^{-1} [y(k) - H(k)\hat{x}(k)], \quad (3.53)$$

де, $\gamma = \pm 1$ визначається таким чином, щоб другий доданок в правій частині виявився з негативним знаком, $G_x = [\delta g_i(t) / \delta x_i(t)]$ – градієнт функції $g(t) = (y(t) - H(t)\hat{x}(t))$.

На рис.3.5 наведено приклад реалізації випадкової величини, що спостерігається під дією аномальних впливів і її оцінки відповідно до рекурсивного рівняння Роббінса-Монро [1,2].

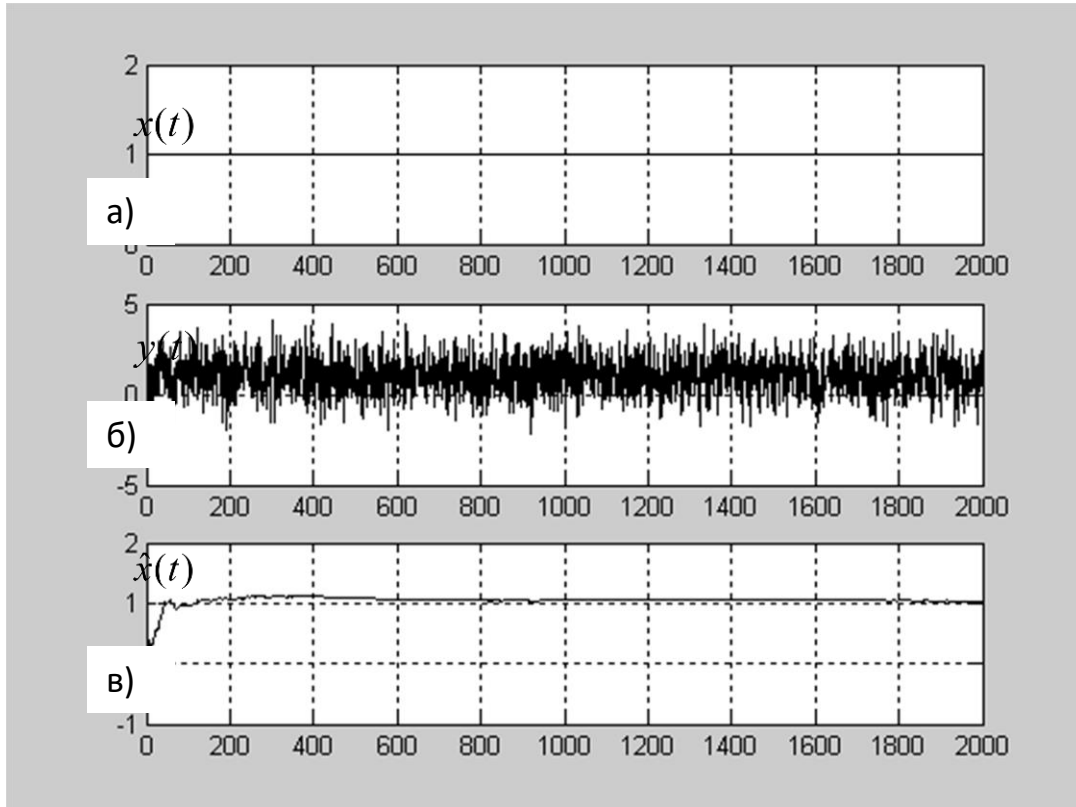


Рис. 3.5 Приклад реалізації аномальних величин:

а) випадкової величини; б) випадкової величини під дією аномальних впливів; в) оцінка випадкової величини відповідно до рекурсивного

Перевагою розглянутих рекурсивних методів оцінювання, є те, що на практиці вони виявляються більш ефективними, оскільки дають оцінку в реальному масштабі часу, а не вимагають втрат часу на накопичення та обробку. Тому, процедуру рекурсивної оцінки можна перервати на будь-якому етапі її отримання. Ці рекурсивні методи оцінки випадкових величин узгоджуються з методами оцінки аномальних процесів. Іншими словами, якщо є метод оцінки випадкових процесів, то він може використовуватися і для випадкових величин, хоча протилежно не виконується.

Для оцінки аномальних процесів Кальманом і Бьюси [1,2] розроблена досить ефективна оптимальна в гауссовському і лінійному наближеннях процедура, що отримала назву «фільтра Калмана-Бьюси» [1,2].

В основі цієї процедури лежить математична модель у вигляді рівняння стану, і рівняння спостереження. Сама ж процедура оцінки $\hat{x}(k)$ має наступний вигляд:

$$\hat{x}(k) = F(k, k-1)\hat{x}(k-1) + K(k)[y(k) - H(k)F(k, k-1)\hat{x}(k-1)], \quad (3.54)$$

де $K(k)$ – коефіцієнт, що забезпечує стійкість і оптимальну швидкість збіжності алгоритму до сталого стану.

Даний коефіцієнт у фільтрі Калмана-Бьюси [22] підлягає рекурсивному обчисленню на кожному кроці згідно алгоритму

$$K(k+1) = P(k)H^T(k)N_n^{-1}(k). \quad (3.55)$$

Визначаємо дисперсію:

$$P(k+1) = F(k+1)V(k)F^T(k+1) + G(k)N_\xi(k)G^T(k). \quad (3.56)$$

Рівняння для апіорної дисперсії [1-3]:

$$V(k+1) = [I - K(k)H(k)]P(k). \quad (3.57)$$

де $N_\xi(k), N_n(k)$ – відповідне значення спектральних щільностей потужності, що породжує аномальне значення $\xi(k)$ і його спостереження $n(k)$. Значення $P(k+1, k)$ відповідає дисперсії оцінки похибки $\Delta x = (\hat{x} - x)$.

На рис. 3.6 представлена структурна схема алгоритму оцінки (3.57).

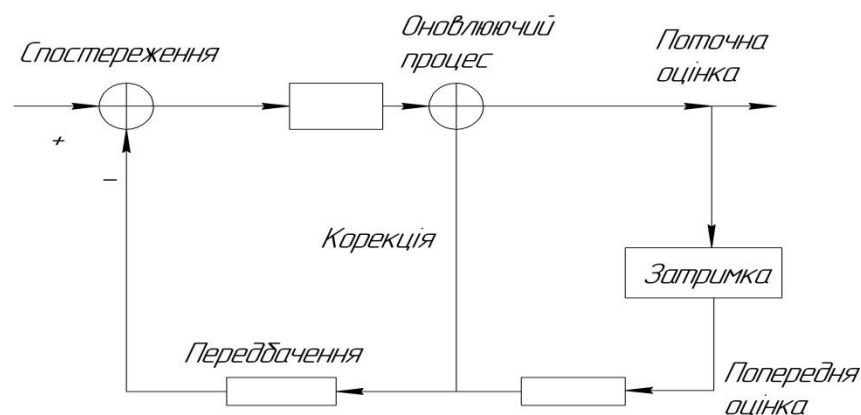


Рис.3.6 Структурна схема дискретного алгоритму оцінки фільтра Калмана-Бьюси

Це дає можливість аналізу якості оцінки без проведення імітаційного моделювання. Так на рис. 3.7 представлений графік апостеріорної дисперсії похибки оцінки.

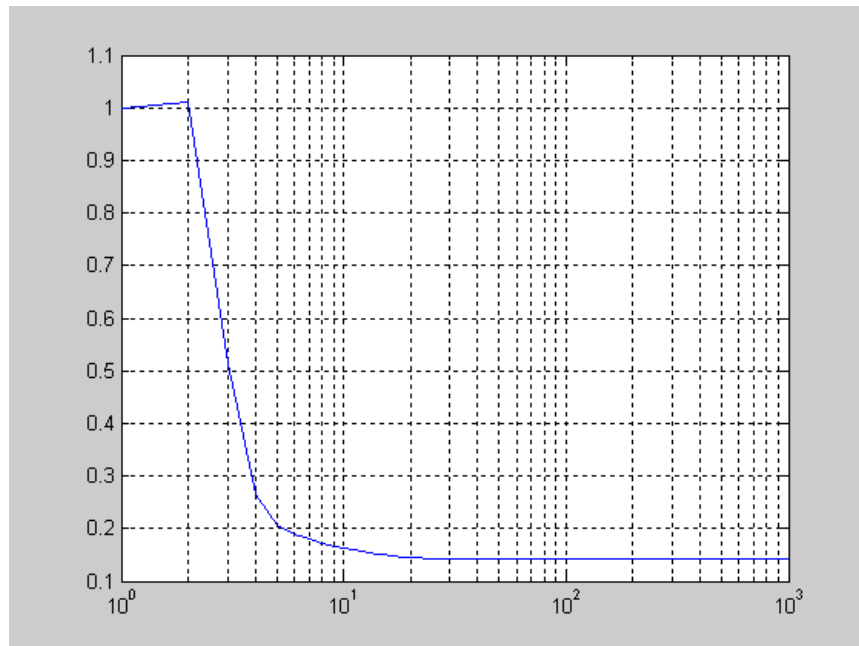


Рис. 3.7 Графік апостеріорної похибки дисперсії

На рис. 3.8 показані реалізації процесу на вході каналу, що спостерігається процесу і оцінки спостереження.

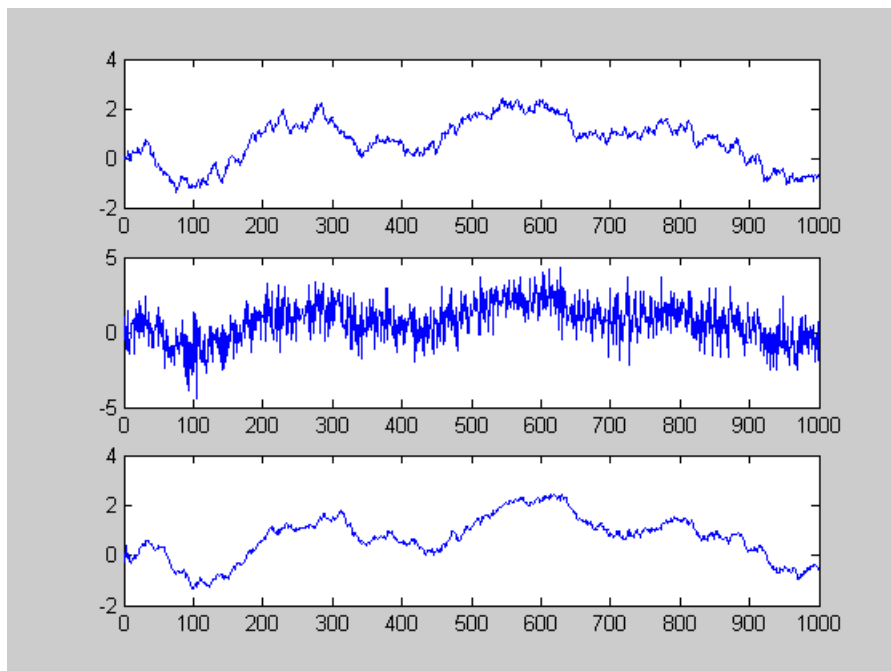


Рис.3.8 Приклад реалізації процесу на вході каналу, що спостерігається процесу і оцінки спостереження

Разом з тим, реальні характеристики фільтра Калмана-Бьюси необхідно досліджувати шляхом зіставлення результатів, як імітаційного моделювання, так і аналітичного дослідження.

Розглянуті алгоритми Калмана-Бьюси, що забезпечують оптимальну оцінку випадкового процесу, є лінійними процедурами. На практиці завдання оцінки не завжди вдається звести до лінійної процедури.

3.4. Визначення похибки вимірювання геометричних параметрів евольвенти

З аналізу методів вимірювання відхилення від криволінійної поверхні евольвенти зубчастого колеса можна виділити три основні напрями та класифікувати їх за характером одержуваної інформації про поверхню, яку контролюють. До першого напрямку можна віднести методи та засоби вимірювання, що дозволяють безпосередньо отримати значення функції профілю вимірюваної поверхні. Другий та третій напрям - це методи та засоби, які вимірюють величини, що наближено описуються першою та другою похідною функції профілю поверхні.

Як було показано вище, хорошими перспективами для високоточних та автоматизованих вимірювань відхилень від криволінійної поверхні евольвенти мають прилади першого напрямку, зокрема, лазерно-вимірювальні системи (ЛВС) з поворотним столом та з індуктивними перетворювачами. Як показали експериментальні дослідження, індуктивні датчики, які передбачаються для даного методу вимірювання мають високу стабільність лінійної градуовальної характеристики, що при малій похибці перетворювача вхідного сигналу дозволяє знехтувати систематичну складову похибки вимірювання. Тому основний внесок в похибку вимірювання ЛВС з поворотним столом вносять випадкові складові. Оскільки вказані складові похибок незалежні, то для дисперсії похибки результату вимірювання можна записати

$$\sigma^2 = \sigma_{\phi}^2 + \sigma_{\text{в.к.}}^2 + \sigma_{\text{м.}}^2, \quad (3.58)$$

де σ_{ϕ}^2 – відхилення форми вихідної еталонної поверхні; $\sigma_{\text{в.к.}}^2$ – інструментальна похибка вимірювального каналу; $\sigma_{\text{м}}^2$ – методична похибка.

Розглянемо основні фактори, що впливають на складові похибки вимірювання відхилення від криволінійної поверхні евольвенти зубчастого колеса:

- похибка σ_{ϕ}^2 залежить від класу використовуваного еталону та жорсткості первинних індуктивних перетворювачів ЛВС з поворотним столом;
- складова $\sigma_{\text{в.к.}}^2$ включає похибки, що вносяться елементами вимірювального каналу, похибки установки нульового положення, динамічну похибку, яку пов'язану з відхиленням від «нуля» в процесі вимірювання;
- методична похибка $\sigma_{\text{м}}^2$ від характеру профілів поверхні (частотного сектора, виду кореляційної функції, величини дисперсії), її геометричних розмірів, кроку дискретизації.

У зв'язку з тим, що при вимірюванні ЛВС інформація надходить у вигляді дискретних значень відхилень вихідних профілів поверхні від зразкової поверхні, тому при виборі схеми вимірювань необхідно забезпечити оптимальний з точки зору похибки метод, обсягу та трудомісткості вимірювання кроку дисперсії. З одного боку при малому кроці дискретизація значення реальної функції профілю будуть сильно корелювати відносно один одного, що ускладнює конструкція приладу та обробку інформації при незначному виграші в точності. З іншого боку надмірне збільшення кроку призведе до втрати інформації. Таким чином, аналіз похибки «крокового» методу по суті зводиться до визначення похибки апроксимації реального профілю, заданого окремими результатами вимірювання.

Розглянемо оцінку похибки крокового методу при апроксимації профілю - $f(x)$ ламаною лінією.

У цьому випадку на відріжку (x_i, x_{i+1}) функція $f(x)$ апроксимується прямою

$$\frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i} (x - x_i). \quad (3.59)$$

Тоді в системі координат, суміщеної з апроксимуючої прямої, функція профілю поверхні має вигляд

$$z(x) = f(x) - f(x_i) - \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i} (x - x_i). \quad (3.60)$$

Як відомо, профіль реальної поверхні можна розглядати як реалізацію випадкової функції.

При виробництві профіль поверхні евольвенти спотворюється під дією великої кількості різних технологічних факторів. Однак, в силу однорідності процесу виробництва, відхилення профілів поверхні від зразкової поверхні являють собою досить статистично однорідну сукупність. Тому для математичного моделювання поверхні доцільно використовувати клас стаціонарних гауссовських функцій з безперервною спектральною щільністю. Профілі реальних поверхонь, як показує практика, мають досить вузький частотний спектр, що дозволяє обмежити розглянутий клас функцій функціями з кореляційними зв'язками, для опису яких можна скористатися рівняннями виду [1,3]

$$k(x) = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 + c^2 x^2}, \quad (3.61)$$

$$k(x) = \sigma_\varepsilon^2 e^{-c^2 x^2}, \quad (3.62)$$

де $k(x)$ – кореляційна функція; σ_ε^2 – дисперсія процесу; c – параметр.

Розглядаючи отримані в результаті вимірювання ЛВС з поворотним столом значення $f(x)$ як значення реалізації випадкової стаціонарної гауссовської функції $\varepsilon(x)$, що задовольняє умовам (3.61) або (3.62), з (3.60) отримуємо [23]

$$z(x) = \varepsilon(x) - \varepsilon(x_i) - \frac{\varepsilon(x_{i+1}) - \varepsilon(x_i)}{x_{i+1} - x_i} (x - x_i). \quad (3.63)$$

Тоді як оцінки похибки лінійної апроксимації можна прийняти дисперсію $z(x)$, та з (3.61) отримуємо [1,6]

$$M[z(x)^2] = \sigma_{z(x)}^2 = \left(1 + \frac{x^2}{e^2} + \frac{(e-x)^2}{e^2}\right) \sigma_\varepsilon^2 - \frac{2x}{e} k(e-x) - \frac{2(e-x)}{e} k(x) + \frac{2x(e-x)}{e^2} k_\varepsilon(e), \quad (3.64)$$

де $e = x_{i+1} - x_i$ – крок при вимірюванні ЛВС.

З (3.63) видно, що дисперсія $z(x)$ досягає максимуму при $x = \frac{e}{2}$, тоді в такому випадку [1-3]

$$\sigma_{z(\frac{e}{2})}^2 = \frac{3}{2} \sigma_\varepsilon^2 - 2k_\varepsilon\left(\frac{e}{2}\right) + \frac{1}{2} k_\varepsilon(e).$$

Для випадкової функції, яка має кореляційну функцією типу (3.60), з (3.61) отримаємо [2-4]

$$\sigma_{z(\frac{e}{2})}^2 = \left(\frac{3}{2} + 2e^{-c_1^2 \frac{e^2}{4}} + \frac{1}{2} e^{-c_1^2 e^2}\right) \sigma_\varepsilon^2.$$

У разі кореляційної функції типу (3.63)

$$\sigma_{z(\frac{e}{2})}^2 = \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{1 + \frac{e^2}{c^2}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{e^2}{c^2}}\right). \quad (3.65)$$

Параметр c_1 в (3.60, 3.61) зручно виразити через довжину переміщення x_c [1,7]:

$$x_c = \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2} \int_{-\infty}^{\infty} k_\varepsilon(x) dx. \quad (3.66)$$

Використовуючи (3.66), вирази (3.60) та (3.62) можна представити у вигляді

$$k_\varepsilon(x) = \frac{\sigma_x^2}{1 + \frac{\pi}{4} \left(\frac{x}{x_0}\right)^2}, \quad (3.67)$$

$$k_\varepsilon(x) = \sigma_\varepsilon^2 e^{-\frac{\pi}{4} \left(\frac{x}{x_0}\right)^2}. \quad (3.68)$$

Остаточно отримаємо оцінку похибки дискретизації для випадку коли $\varepsilon(x)$ має $k_\varepsilon(x)$ типу (3.68) [2-9]

$$\sigma_M^2 = \sigma_z^2 = \sigma_\varepsilon^2 \left[\frac{3}{2} - 2e^{-\frac{\pi e^2}{16x_c^2}} + \frac{1}{2}e^{-\frac{\pi e^2}{4x_c^2}} \right]. \quad (3.69)$$

Для кореляційної функції типу (3.64)

$$\sigma_M^2 = \sigma_z^2 = \sigma_\varepsilon^2 \left[\frac{3}{2} - \frac{2}{1 + \frac{\pi}{16} \cdot \frac{e^2}{x_c^2}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{e^2}{x_c^2}} \right]. \quad (3.70)$$

Таким чином, для оцінки методичної похибки за допомогою (3.67) або (3.68) необхідно провести статистичну обробку результатів вимірювання з метою перевірки адекватності запропонованої моделі вимірювання поверхні. В разі позитивного рішення визначити дисперсію та кореляційну функцію моделюючої функції $\varepsilon(x)$ [23].

Для вибору кроку дискретизації на етапі проектування можна скористатися тим, що, як правило, при моделюванні профілів випадкової функції з експоненціальною автокореляційною функцією $x_c \geq 0,25L$, де L – довжина вимірювальної поверхні. Тоді крок дискретизації можна оцінити з (3.69) при різних значеннях $\frac{\sigma_M^2}{\sigma_\varepsilon^2} < 1$.

Так, для $0,1 \leq \frac{\sigma_M^2}{\sigma_\varepsilon^2} \leq 0,4$ з (3.69) випливає, що $0,1L \leq e \leq 0,25L$. Таким чином, як показує проведений аналіз методичної похибки крокових вимірювань ЛВС з поворотним столом, її величина залежить як від кроку дискретизації, так і від статистичних властивостей профілів вимірювальної поверхні.

3.5. Оцінка математичного очікування з невідомим періодом

Для оцінки періодично змінного математичного очікування можна скористатися адаптивними методами фільтрації. Для цього розглянемо дискретну вибірку [2]

$$x(t_i) = x_i = x(iT_p), \quad (3.71)$$

де T_p – період повторення вибірки (інтервал дискретизації процесу за часом), $i = 0, 1, \dots$. Вибіркові значення представимо у вигляді [2,11]

$$x_i = m_i + x_{0i} = ms_i + x_{0i}, \quad (3.72)$$

де $m_i = ms_i = ms(t_i)$ та $x_{0i} = x_0(t_i)$ – відповідно математичне очікування та реалізація стаціонарного гаусівського випадкового процесу в момент часу t .

Аналізовані вибірки надходять на основний та опорний (адаптивний фільтр) канали (рис. 3.9). Значення часової затримки $\Delta = dT_p$ (d – ціле число)

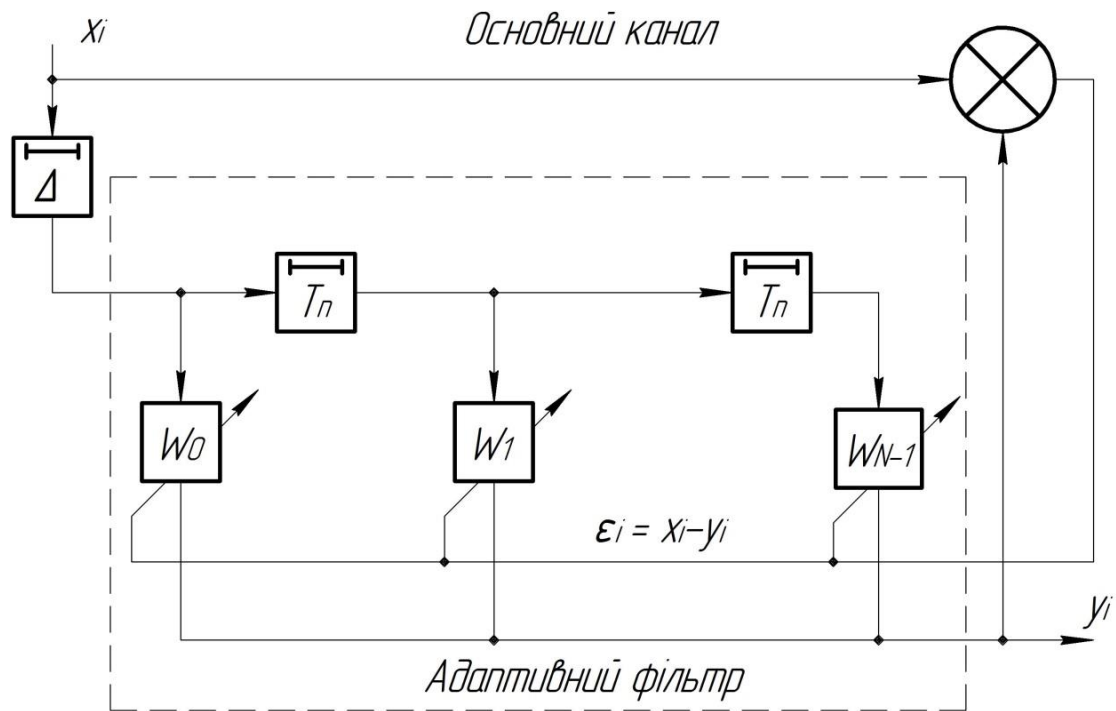


Рис.3.9 Схематичне зображення математичного очікування з невідомим періодом.

обирається таким, щоб вибірки в основному та опорному каналах були некорельовані. В опорному каналі є фільтр зі змінними параметрами. Початковий процес x_i та процес на виході фільтра y_i подаються на пристрій, на виході якого утворюється сигнал [2,24]

$$\varepsilon_i = x_i - y_i = x_{0i} + (m_i - y_i). \quad (3.73)$$

Математичне очікування квадрату цього сигналу з врахуванням некорельованих вибірок в основному та опорних каналах буде дорівнювати

$$\varepsilon_i^2 = D_0 + (m_i - y_i)^2, \quad (3.74)$$

де $D_0 = x_{0i}^2$ – дисперсія аналізованого випадкового процесу. Таким чином, якщо параметри адаптивного фільтру змінюються до отримання мінімуму квадрату ε_i^2 , тоді в якості оцінки змінного математичного очікування m_i^* обхідно обрати сигнал на виході адаптивного фільтру y_i .

Адаптивний фільтр з необхідними характеристиками звичайно реалізують в цифровій формі та у вигляді лінійного векторного додавання сигналів з коефіцієнтами W_j , де $j = 0, 1, \dots, N - 1$ – номери паралельних каналів.

Налаштування вектору коефіцієнтів W_j^* здійснюється у відповідності з алгоритмом Уїдрой-Хопфа [1,2-4]

$$W_j^*(n + 1) = W_j^*(n) + 2\mu(x(n)x(n - d - j) - x(n - d - j) \sum_{i=0}^{N-1} W_j^*(n)x(n - d - i)), \quad (3.75)$$

де μ – параметр адаптації, що характеризує швидкість збіжності алгоритму та точність налаштування коефіцієнтів. В [2] показано, якщо параметр μ задовольняє умові $0 < \mu < \varphi_{max}^{-1}$, де φ_{max} – найбільше власне значення [2] матриці, яка складається з елементів $B_{ij} = x_i y_j$, тоді алгоритм (3.75) сходиться. Фізично власні значення матриці характеризують потужність вхідного процесу, і при інших рівних умовах φ тим більше, чим більша ця потужність.

Блок-схема програми обчислення коефіцієнтів адаптивного фільтру наведена на рис. 3.10.

Для припинення адаптації можуть бути використані правила [2], з яких найбільше поширення отримало правило, засноване на виконанні нерівності

$$\varepsilon(n) = \frac{|(W_j^*(n) - W_j^*(n - 1))|}{W_j^*(n)} \leq \varepsilon, \quad (3.76)$$

де ε – заздалегідь задане число.

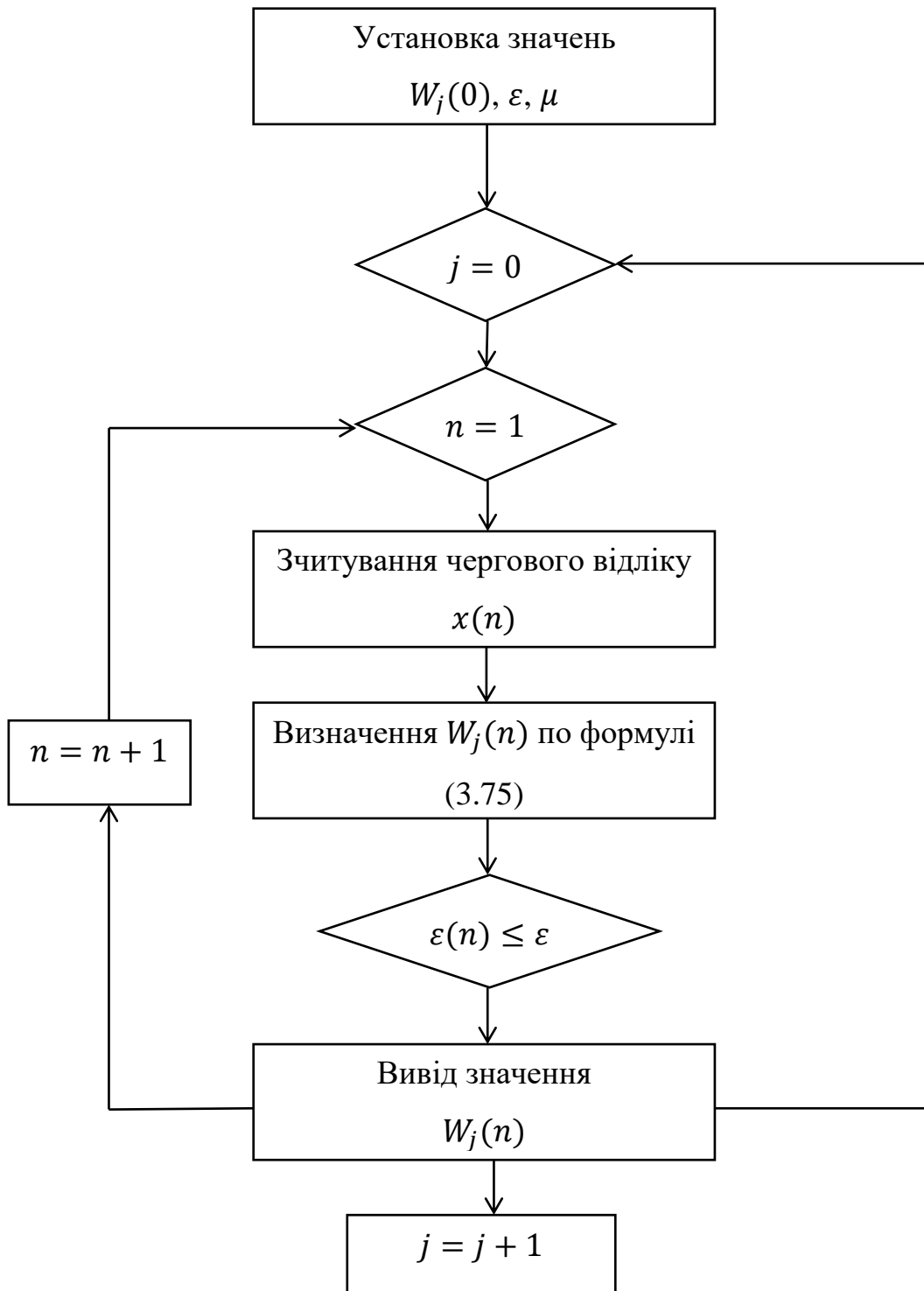


Рис. 3.10 Блок-схема програми обчислення коефіцієнтів адаптивного фільтру

Для оцінки математичного очікування m_i , що є періодичною функцією, може бути визначено рядом Фур'є з кінцевим числом членів [2-5]

$$m_i \approx \alpha_0 + \sum_{\mu=1}^M (\alpha_{\mu} \cos \omega \mu i + b_{\mu} \sin \omega \mu i), \quad (3.77)$$

де $\omega = 2\pi/T_0$ – кутова частота першої гармонічної складової.

Дисперсія оцінки розглянутого математичного очікування зменшується при зменшенні числа гармонік M в уже згадуваному процесі. В межах при великій кількості каналів $N \rightarrow \infty$ дисперсія оцінки в стаціонарному стані прямує до нуля, тобто в уже згадуваній оцінці періодично змінного математичного очікування є вагомою.

Для зображення отриманих результатів було зроблено моделювання описаного алгоритму адаптації на прикладі оцінки математичного очікування $m(t) = \alpha \cos \omega t$, прийнятого у вигляді послідовних відліків m_i , причому період T_0 відповідав чотирьом інтервалам дискретизації. В якості центрованої складової x_{0i} реалізації випадкового процесу використовувались некорельовані вибірки гаусівського випадкового процесу. Для отримання цих вибірок в основному та опорному каналах в опорний канал була введена затримка, яка відповідає одному відрізку дискретизації ($d = 1$). Початкові значення коефіцієнтів, за винятком каналу з $j = 0$, що вибирались рівними нулю. Початкові значення коефіцієнтів для $j = 0$ вважались рівним одиниці ($W_0(0) = 1$).

В пам'ять ПК послідовно вводилась дискретна вибірка $x_i = x_{0i} + m_i$ та проводилось налаштування вектору коефіцієнтів. Налаштування вважались закінченим, коли компоненти вектору на двох послідовних кроках адаптації відрізнялись один від одного по модулю не більше чим на 10%. Після цього проводився аналіз реалізації, сформований на виході.

На рис.3.11 наведена залежність нормальної дисперсії оцінки амплітуди гармонічної складової $D(a^*)/a^2$ для відношення сигнал-перешкода $q = 1$ від числа циклів адаптації n та двох значень числа паралельних каналів ($N = 4; 16$). Пунктиром відмічені теоретичні асимптотичні значення дисперсії оцінки. Відповідно до розглянутої

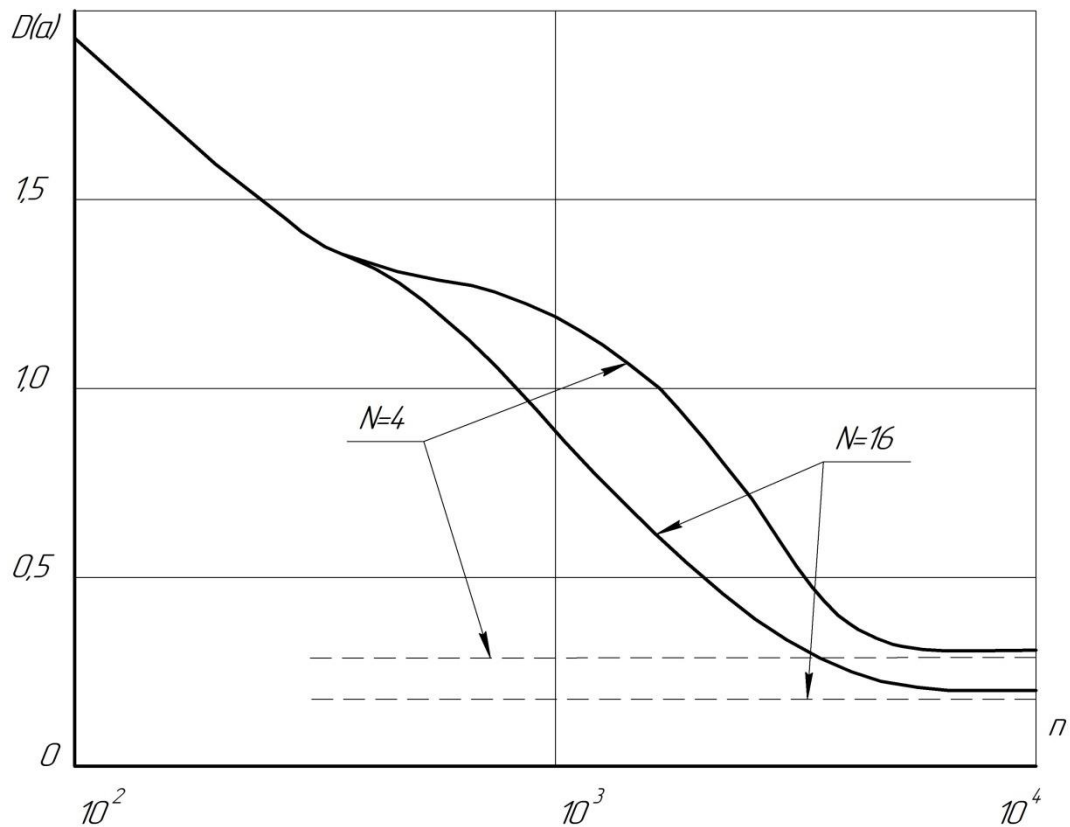


Рис.3.11 Залежність нормальної дисперсії оцінки амплітуди гармонічної складової

залежності приблизно ми можемо бачити, що процес адаптації, який настає тим швидше, чим більше паралельних каналів має адаптивний фільтр.

3.6. Алгоритмічні методи обробки інформації в приладовій системі для вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс

В даний час випереджаючими темпами зростає складність систем, які застосовуються в управлінні. Методи зниження цієї складності є предметом активних досліджень. Складними системами називають системи, які мають структурну складність, обчислювальну складність, організаційну складність, а також характеризуються не лінійністю та наявністю часткової інформаційної невизначеності і т. п. Поведінку складних систем важко моделювати через залежності, або взаємодію між їх частинами або між даними системи і її середовищем. Такі системи застосовуються в різних областях. Складні системи включають цілий ряд спеціальних систем,

найбільш поширеними серед яких прикладні системами та складні технологічні системи. Прикладом технологічних систем є програмні системи і мультиагентні системи. Слід виділити складні технічні системи. Велике значення в управлінні мають складні організаційно-технічні системи. До числа складних систем відносяться складні інформаційні системи, складні системи зберігання даних (сховища, багатовимірні бази даних, банки даних просторової інформації). Найбільш складними слід вважати кібер-фізичні системи. Таке різноманіття складних систем ставить завдання різноманіття алгоритмів обробки інформації в цих системах.

При цьому самі алгоритми можна розглядати як специфічні складні системи. Однак особливістю складних систем є те що обробка інформації не є головним завданням, а завданням допоміжним. Алгоритми обробки інформації в складних системах повинні в першу чергу відповідати вимогам аналізу і прийняття рішень і в другу чергу вирішувати завдання оптимальних обчислень. Можна констатувати наявність протиріччя між оптимізацією прийняття рішень і оптимізацією обчислювального процесу. У цьому протиріччі головним є прийняття рішень і прийняття правильного рішення з мінімальним ризиком. Тому аналіз алгоритмів обробки інформації в складних системах виконується перш за все з орієнтацією на прийняття рішень. Тому доцільно введення терміну «алгоритмізація складних систем», який об'єднує побудову обчислювальних алгоритмів і алгоритмів прийняття рішень. Алгоритмізація в складних системах спрямована на вирішення таких основних завдань: зменшення інформаційної невизначеності, підготовка керуючих рішень, зниження ризику прийняття рішень, оптимізація роботи мережі. Мережа в складних системах має три різні види: мережева структура технічної системи, мережева структура комунікаційної системи, мережева структура організаційної системи. Різноманіття алгоритмів породжує необхідність створіння алгоритмічних систем. Алгоритмічними системами називаються сукупності пов'язаних алгоритмів, що володіють властивостями: пов'язаності та цілісності. Крім того, під поняттям алгоритм будемо розуміти

не його вузький зміст як поетапний метод обробки інформації, а розширений об'єкт як метод пізнання, організації, розвитку і отримання знань.

Реальна ситуація підтримки прийняття рішень в управлінні така, що є лише частина інформації для прийняття рішень, а інша частина необхідної інформації невідома. Термін ситуація часто використовується в теорії управління і прийняття рішень. Для більшого зв'язку алгоритмів і методів управління використовуватимемо термін інформаційна ситуація. Цим терміном зручно описувати структуру алгоритму і умови його застосування. Найпростіший алгоритм є лінійний ланцюжок або послідовність і має вигляд, наведений на рис.3.12.

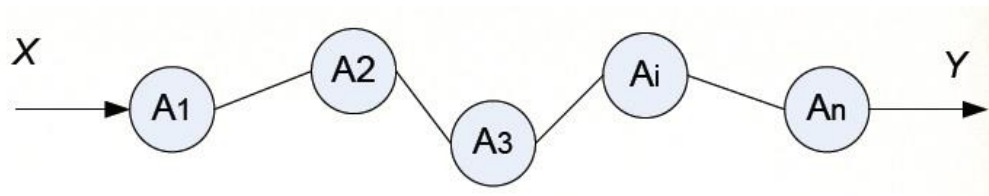


Рис. 3.12 Лінійний алгоритм обробки інформації

Довжина алгоритмічного ланцюжка визначає час обчислень. Зазвичай ця залежність є лінійною. Час обчислень T_o пропорційна числу етапів n обробки лінійного алгоритму

$$T_o = kn$$

Схему на рис.3.12 називають також маршрутом обчислень. Алгоритм на рис.3.12 описує функціональне перетворення вхідної інформації X в вихідну інформацію Y за допомогою функції f . Це функціональне перетворення має вигляд

$$Y = f(X) \quad (3.78)$$

Існує альтернативне опис алгоритму у формі складної системи, що дається Месаровичем

$$A_S: X \rightarrow Y \quad (3.79)$$

Тут $A_S = fA$ ($A1, A2, A3, \dots, Ai, \dots, An$) комплексний алгоритм. Вираз (3.) інтерпретується так: комплексний алгоритм A_S здійснює перетворення

вхідної безлічі X в вихідну безліч Y . Виразів типу (3.79) може бути багато для різних послідовних алгоритмічних перетворень $A1, A2, A3, \dots, Ai, \dots, An$. Якщо функція fA лінійна, то алгоритм AS є лінійним. Незалежно від виду функції fA вираз (3.79) описує прямий алгоритм. Умовно назвемо цей алгоритм «номер один» $A11$. Він досить простий, оскільки не має циклів. Крім того даний алгоритм не має розгалужень. Як правило, умови застосування такого алгоритму фіксовані і постійні. На практиці можливі ситуації, коли задається альтернатива вибору, що визначається змінною умовою. Залежно від цієї умови можуть формуватися різні ланцюжки рішень. Ця інформаційна ситуація показана на рис.3.13.

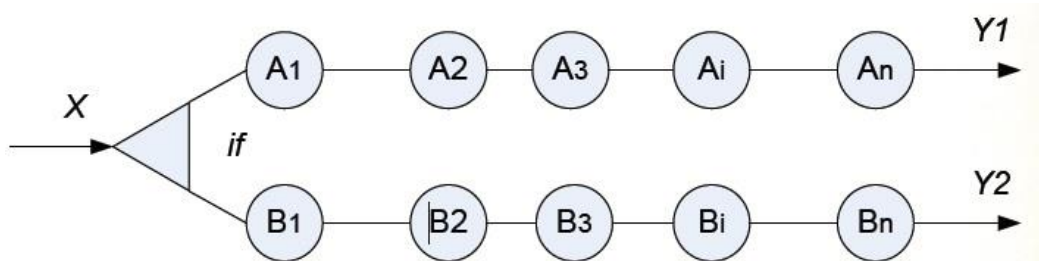


Рис.3.13 Лінійний алгоритм альтернативної обробки інформації

Сьогодні характер завдань оптимізації обробки інформації в складних системах кардинально змінився, що обумовлено не стільки збільшенням числа параметрів, скільки зростанням численних зв'язків.

Параметри складних систем в нестаціонарній ситуації нерідко пов'язані між собою безліччю суперечливих вимог. Велика складність завдань обробки та прийняття рішень призводить до того, що іноді результат представляє запитом не знайдено оптимального рішення, а будь-якого, яке відповідає всім заданим вимогам в допустимі строки. Тобто процес оптимізації, який вимагає часу, не завжди дозволяє вкластися у визначені терміни прийняття рішень. Це призводить до відмови від глобальної оптимізації і переходу до локальної оптимізації. Одним з перспективних підходів до алгоритмізації складних систем є застосування топологічних методів. У рамках даного підходу алгоритмізації складних систем полягає в описі завдання управління і

обробки в термінах предметної області і подальшому написанні алгоритму рішення.

Вимога підвищення оперативності прийняття рішень дає підставу проводити алгоритмізацію складних систем двома етапами. На першому етапі виконується структурне моделювання, виходячи з умов застосування системи і умов завдань, які вона повинна вирішити. На другому етапі проводять локальну оптимізацію методом Монте Карло. Даний підхід суттєво скорочує час прийняття рішень, оскільки глобальна оптимізація в складних системах може вимагати часових ресурсів, що на порядки перевищують час прийняття рішень або прийняття кількох альтернативних рішень. Мало того, в складних нелінійних системах процес пошуку можуть не співпадати. Тому основним процесом алгоритмізації є спосіб побудови дозволених топологій в заданих умовах управління. Результатом такої алгоритмізації є оперативне знаходження наборів рішень (рис.2) з подальшим вибором серед них локального оптимального.

Технологічне рішення алгоритмізації реалізується на основі топологічного моделювання та інформаційного конструювання та логічного аналізу. На першому етапі здійснюється інформаційне конструювання комплексного алгоритму типу рис.3.14. Вводиться поняття «дозволена

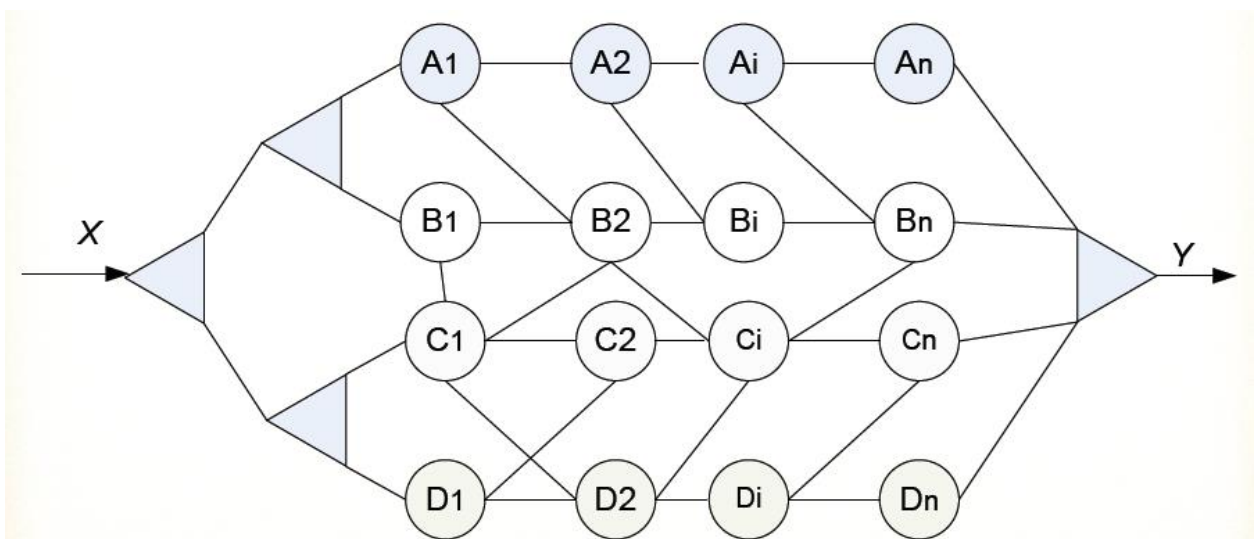


Рис.3.14 Складна інформаційна ситуація обробки або прийняття рішення

топология». Дозволена топология - це схема алгоритму, який включає всі необхідні рішення задач.

Науково-технічний прогрес призвів до розриву між потребами застосування складних систем і існуючими методами алгоритмічної обробки інформації. Подолання цього розриву можливо введенням технології алгоритмізації складних систем. Такий підхід дозволяє використовувати загальне математичне і програмне забезпечення для вирішення широкого кола завдань: обчислень, управління, мінімізації ризиків, оперативного прийняття рішень.

Одним із способів зниження складності управління в складних системах є методологія алгоритмізації складних систем, що включає розробку комплексних алгоритмів управління та обробки інформації. Алгоритмізація включає інформаційне моделювання топологічний і логічний аналіз, а також залучення методів статистичної комп'ютерної обробки для складних систем.

3.7. Висновки до розділу 3

1. Визначено аномальні відхилення геометричних параметрів шестерні та встановлено, що в основі більшості задач аномальних процесів лежить проблема знаходження оцінки деякої невідомої величини ε по наявним значенням $n(t)$ деякого аномального процесу в тому чи іншого проміжку часу $a \leq t \leq b$.

2. Розроблений метод опису криволінійної поверхні евольвенти за допомогою тренда та представлені методики оцінки аномальних відхилень вимірювань.

3. Розрахована похибка при вимірюванні геометричних параметрів криволінійної поверхні евольвенти. Розрахунки показали, що у випадку апроксимації кореляційної функції та відомих необхідних даних методична похибка становить $\sigma_M^2 = 0,036$ мкм .

4. Виконана оцінка математичного очікування з невідомим періодом при вимірюванні геометричних параметрів зубчастого колеса за допомогою приладової системи вимірювання.

ПЕРЕЛІК ЛІТЕРАТУРИ ДО РОЗДІЛУ 3

1. Розанов Ю. А. Случайные процессы / Ю. А. Розанов. – М: Наука, 1971. – 288 с.
2. Куликов Е. И. Мир измерения случайных процессов / Е. И. Куликов. – М: Радио и связь, 1986. – 272 с.
3. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции / Г. Ван Трис. – М: Советское радио, 1972. – 744 с.
4. Бендат Д. Измерения и анализ случайных процессов / Д. Бендат, А. Пирсол. – М: Мир, 1974. – 464 с.
5. Мирский Г. Я. Аппаратурное определение характеристик случайных процессов / Г. Я. Мирский. – М: Энергия, 1972. – 456 с.
6. Балл Г. А. Аппаратурный корреляционный анализ случайных процессов / Г. А. Балл. – М: Энергия, 1968. – 160 с.
7. Блохин А. В. Аппаратурный анализ случайных процессов / А. В. Блохин. – М: Энергия, 1976. – 96 с.
8. Цветков Э. И. Основы теории статистических измерений / Э. И. Цветков. – Л: Энергия, 1979. – 288 с.
9. Домарацкий А. Н. Многоцелевой статистический анализ случайных процессов / А. Н. Домарацкий, Л. Н. Иванов, Ю. И. Юрлов. – Новосибирск: Наука, 1975. – 164 с.
10. Бендат Д. Применение корреляционного и спектрального анализа / Д. Бендат, А. Пирсол. – М: Мир, 1983. – 312 с.
11. Измерение вероятностных характеристик случайных процессов с применением стохастических вычислительных устройств / В. Я. Корчагин, Л. Я. Кравцов, Ю. Б. Садонов, Л. М. Хохлов. – Л: Энергоатомиздат, 1982. – 128 с.

12. Виленкин Б. В. Статистическая обработка результатов исследования случайных функций / Б. В. Виленкин. – М: Энергия, 1979. – 320 с.
13. Коваленко И. Н. Случайные процессы: Справочник / И. Н. Коваленко, Н. Ю. Кузнецов, В. М. Шуренков. – К: Наукова думка, 1983. – 340 с.
14. Вентцель А. Д. Курс теории случайных процессов / А. Д. Вентцель. – М: Наука, 1975. – 375 с.
15. Вишневский Л. Д. Математическая статистика и случайные процессы: Практикум / Л. Д. Вишневский, Д. В. Гусак, Т. А. Погребецкая. – К: Вища школа, 1992. – 530 с.
16. Иванов С. А. Основы теории случайных кластерных процессов и ее практическое применение / С. А. Иванов. – М: URSS, 2017. – 224 с.
17. Журавлев С. Г. Теория случайных процессов / С. Г. Журавлев, С. В. Киреева. – М: Наука, 2016. – 232 с.
18. Миллер Б. М. Теория случайных процессов в примерах и задачах / Б. М. Миллер, А. Р. Панков. – М: Физматлит, 2007. – 320 с.
19. Розанов Ю. А. Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика. Учебник / Ю. А. Розанов. – М: Наука, 1985. – 320 с.
20. Скороход А. В. Элементы теории вероятностей и случайных процессов / А. В. Скороход. – К: Вища школа, 1980. – 344 с.
21. Булинский А. В. Теория случайных процессов / А. В. Булинский, А. Н. Ширяев. – М: Физматлит, 2005. – 408 с.
22. Маталыцкий М. А. Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы / М. А. Маталыцкий, Г. А. Хацкевич. – Минск: Выш. шк, 2012. – 720 с.
23. Ламперти Дж. Случайные процессы / Дж. Ламперти. – К: Вища школа, 1983. – 227 с.

24. Прохоров Ю. В. Сходимость случайных процессов и предельные теоремы теории вероятностей / Ю. В. Прохоров. // Теория вероятн. и ее примен. – 1956. – №2. – С. 177–238.

РОЗДІЛ 4

ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ ТА ШВИДКОДІЇ ВИМІРЮВАННЯ. РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРЕМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

В даному розділі розглянуті питання проведення експериментальних досліджень розробленої комп'ютеризованої та приладової системи для вимірювання криволінійних поверхонь (евольвенти) за допомогою вимірювальної машини на базі приладової системи, що підтверджується підвищенням точності та швидкодії вимірювання шестерні.

Виконаний розрахунок похибки інформаційно-вимірювального комплексу комп'ютеризованої системи та проведена метрологічна атестація вимірювального каналу.

Розроблена методика підвищення точності вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс методом дисперсії.

Основні результати даного розділу, що отримані автором надруковані в науково-технічних виданнях та в роботах автора [1-3, 4, 8-12].

4.1. Комп'ютеризована система для контролю криволінійних поверхонь за допомогою приладової системи вимірювання

Для проведення дослідження розробленого методу вимірювання та записі геометричних параметрів зубчастих коліс була створена експериментальна вимірювальна машина на базі приладової системи, структурна схема та фото якої, зображені на рис. 4.1 та 4.2 відповідно. В її склад входять наступні прилади: вимірювальна машина; вимірювальна головка; два прилади для відтворення та реєстрації цифрової індикації (ВЦІ) Heidenheim VRZ-166; ПК; зубчасте колесо, яке розташоване безпосередньо на приладовій системі; блок живлення або блок підсилення вихідного сигналу (БЖ); мікросистеми збирання даних або DNC-контролер (модуль введення-виведення).

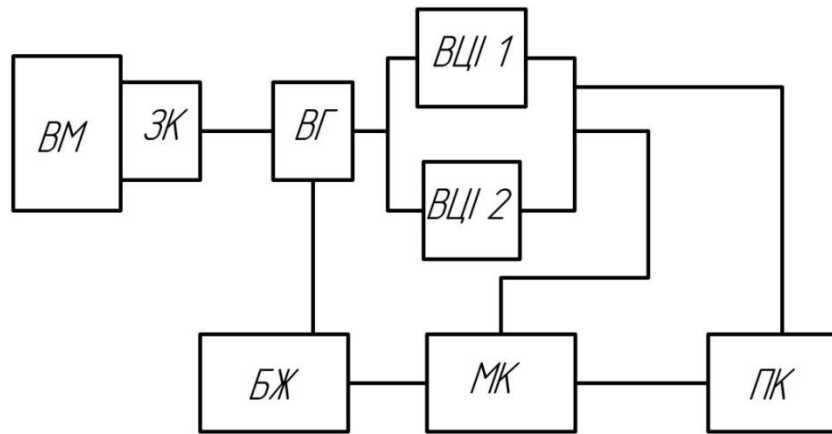


Рис. 4.1 Структурна схема приладової системи

VM –вимірювальна машина; ЗК – зубчасте колесо; ВГ – вимірювальна головка; ВЦІ 1 – прилад для відтворення цифрової індикації Heidenheim по осі координат X; ВЦІ 2 – прилад для відтворення цифрової індикації Heidenheim по осі координат Y; ПК; БК – блок живлення; МК – мікросистема збирання даних або DNC-контролер



Рис. 4.2 Експериментальна приладова система для вимірювання зубчастих коліс

В якості дослідної вимірювальної деталі в роботі було використано вал-шестерню (рис. 4.3) з двома зубчастими вінцями.

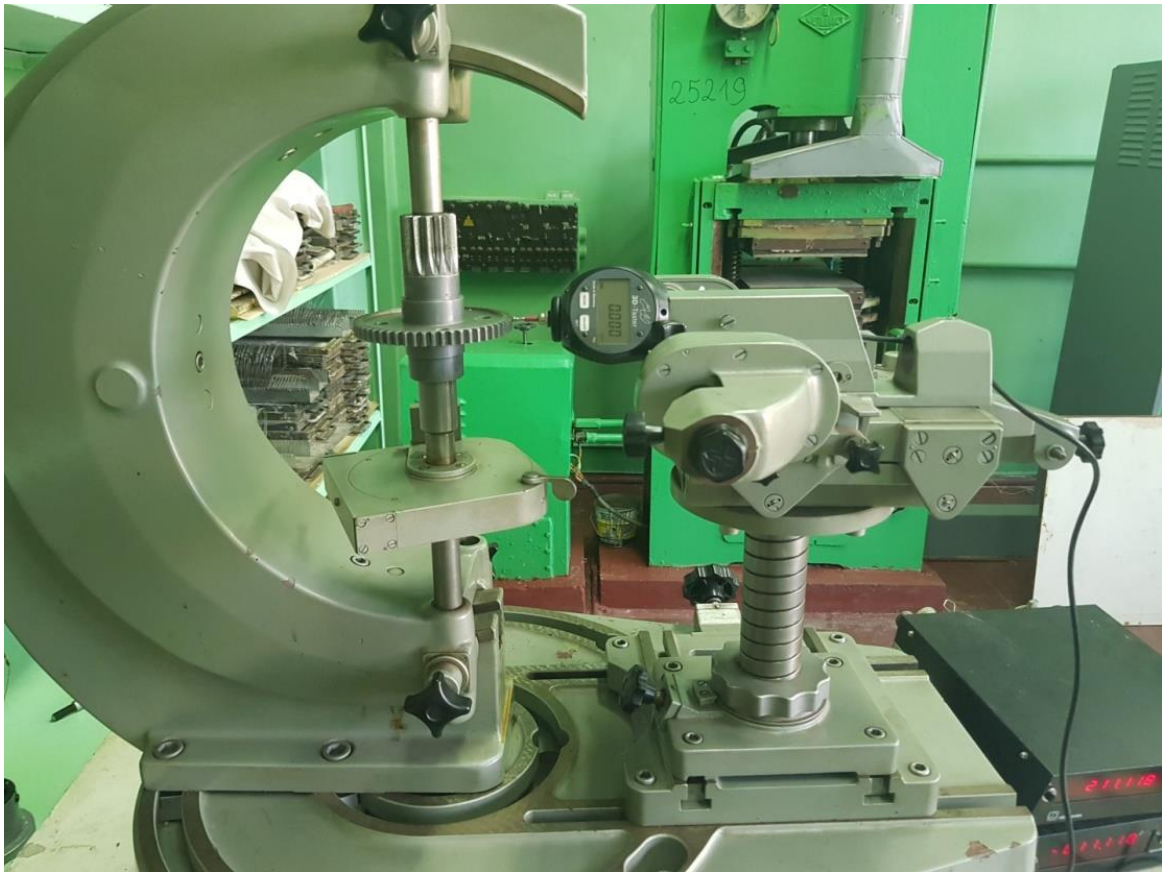


Рис. 4.3 Зовнішній вигляд приладової системи вимірювання зубчастих коліс

Вихідні дані зубчастого колеса, необхідні для вимірювання, представлені в табл. 4.1.

Таблиця 4.1

Вихідні дані вал-шестерні

Модуль	m , мм	2	2,5
1	2	3	4
Кількість зубів	z	55	13
Нормальний вихідний контур	—	ГОСТ 12755-81	ГОСТ 12755-81
Коефіцієнт зміщення	X	0	0,3
Довжина загальної нормалі	W , мм	$39,918_{0,402}^0$	$12,039_{-0,05}^{-0,01}$

1	2	3	4
При числі зубів		7	2
Ділильний діаметр	D , мм	110	32,5
Норми точності		по ГОСТ 1643-81	

При проведенні експерименту використовувались мікросистема збирання даних (DNC-контролер) (рис.4.4) до якої було прикріплено

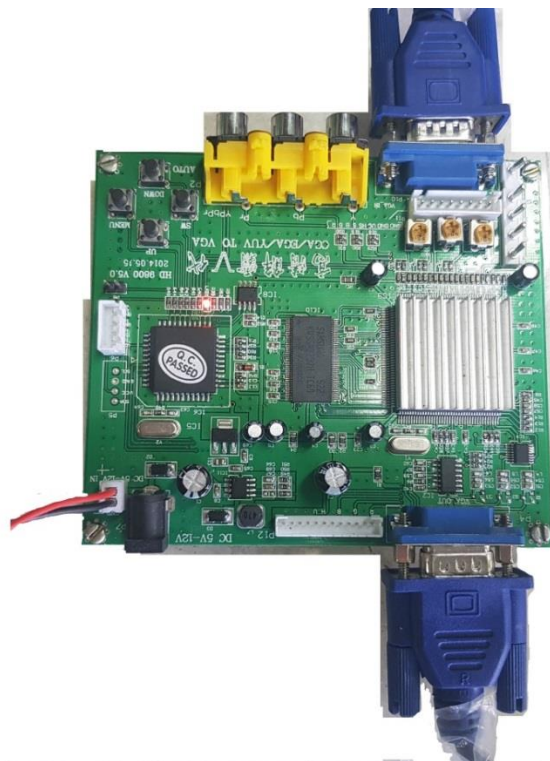


Рис. 4.4 DNC-контролер для збирання даних

вимірювальне зубчасте колесо. Вона має розміри: 14.5 мм x 20.5 мм і підключена до мікроконтролера Uno R3, що обробляється через програмне середовище Arduino. Ардуіно використовується для програмування досліджуваного пристрою. На відміну від персональних комп'ютерів, Ардуіно не перевантажені додатковими інтерфейсами і орієнтовані на безпосередню взаємодію з об'єктом. Ардуіно - це відкрита апаратна

платформа для програмування різних фізичних об'єктів. Фактично, це плата з мікроконтролером, і програмне середовище для написання програмного коду для запуску мікроконтролера.

Мова програмування пристроїв Ардуіно заснована на C / C ++ і скомпонована з бібліотекою AVR Libc і дозволяє використовувати будь-які її функції. Разом з тим вона проста в освоєнні, і на даний момент Arduino - це, мабуть, найзручніший спосіб програмування пристроїв на мікроконтролерах [9].

Для підсилення вихідного сигналу з вимірювальною головкою використовуємо блок живлення (рис. 4.5).



Рис. 4.5 Блок живлення приладової системи

В основу програмного забезпечення контролю евольвенти зубчастого колеса покладені наступні положення:

1) контроль та запис вимірювання евольвенти шестерні виконується в координатах «лінійне переміщення шестерні відносно вимірювальної головки»;

2) контроль та запис вимірювання евольвенти виконується для циліндричних зубчастих коліс з виділенням параметрів точності по ГОСТ 16530-83:

- верхнє граничне відхилення вимірювання евольвенти $+E_S$;
- нижнє граничне відхилення вимірювання евольвенти $-E_S$;

- коливання вимірювання евольвенти за оборот зубчастого колеса F_{ir} ;

- коливання вимірювання евольвенти на одному зубі F_{ir} ;

3) контроль та запис вимірювання евольвенти виконується з прив'язкою лінійного переміщення вимірювальної шестерні відносно вимірювальної головки до «нульового» положення, що встановлюється по розрахунку евольвенти або шляхом безпосереднього вводу значення розрахунку евольвенти у вихідні данні програмного забезпечення;

4) для забезпечення необхідної точності вимірювання на приладовій системі для контролю евольвенти в межах 6...9 ступенів точності по ГОСТ 1643-81 встановлюються:

- допуск на точність записі вимірювання евольвенти лінійного переміщення вимірювальної шестерні відносно вимірювальної головки в межах (0,5...1,0) мкм,

- допуск на точність записі кутового переміщення вимірювальної шестерні відносно вимірювальної головки (0,5...1,0) мкм,

5) контроль та запис проводиться з продуктивністю, яка забезпечує мінімальний рівень перешкод від аномальних процесів, що виникають при вимірюванні.

В кінцевому вигляді результати контролю евольвенти зубчастого колеса на розробленій приладовій системі представляються у вигляді протоколу вимірювання, де представлений запис похибки евольвенти зуба з виділенням основних геометричних параметрів.

На рис. 4.6 представлений графік залежності похибки вимірювання евольвенти зубчастого колеса за один оборот F_r та похибки напряму F_d , а на рис. 4.7 – графік залежності похибки вимірювання евольвенти зубчастого колеса за один оборот F_r , радіального биття F_{ir} та похибки профілю, з яких видно досить тісна залежність цих параметрів.

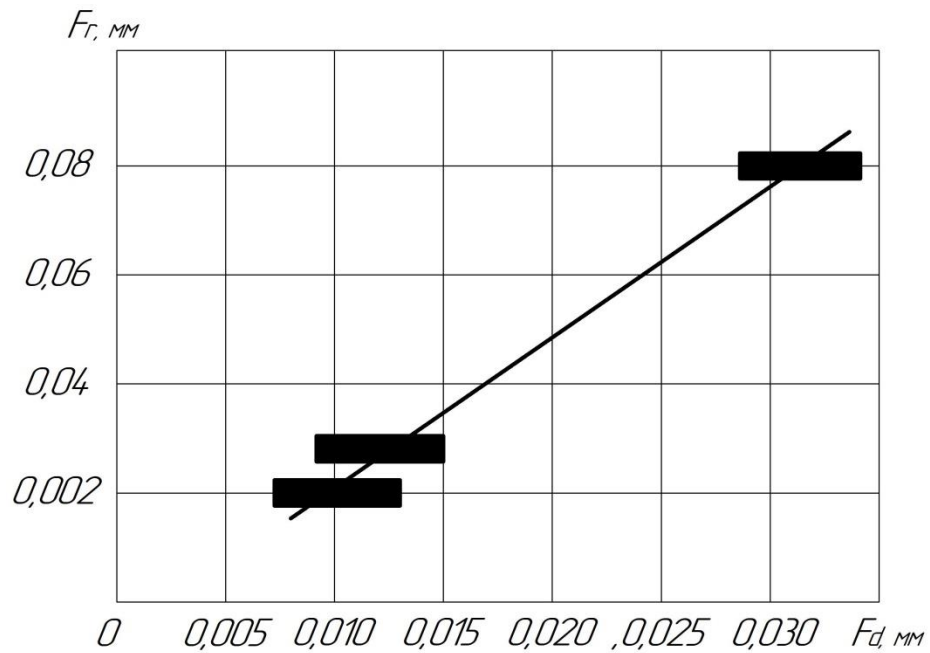


Рис. 4.6 Графік залежності вимірювання евольвенти за оберт та похибки напрямку

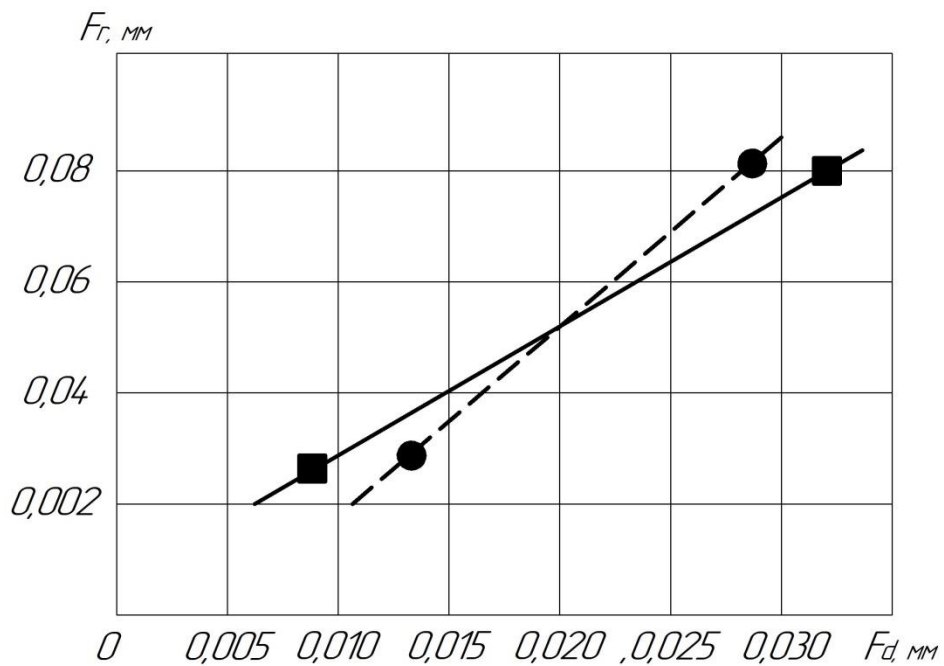


Рис.4.7 Графік залежності похибки вимірювання евольвенти за оберт радіального биття та похибки профілю

Наведені на рис.4.6 та рис.4.7 залежності підтверджують можливість використання запису похибки вимірювання евольвенти зубчастого колеса для ідентифікації елементних похибок зубчастих коліс.

4.2. Підвищення точності та швидкодії вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс на приладовій системі

В результаті проведення вимірювання криволінійної поверхні (евольвенти) зубчастого колеса на розробленій приладовій системі визначили експериментальні значення та розрахували абсолютну та відносну похибку (табл.4.2). Для достовірності перевірки кривої (регресії) серії отриманих даних було використано F – тест або критерій Фішера. Він дозволяє порівняти вибіркочну дисперсію ряду з загальною дисперсією, тобто різницю між вимірюваними значеннями і дійсними значеннями.

Таблиця 4.2

Результати експериментальних досліджень

№	Експериментальне значення		Одиниці вимірювання	Дійсне значення		Одиниці вимірювання	Δ	Δ_{σ}^2
	x	y_1		x	y_2			
1	0	1	мм	0	1,05	мм	0,05	0,0025
2	0,25	1,164	мм	0,25	1,245	мм	0,08	0,0064
3	0,5	1,313	мм	0,5	1,405	мм	0,09	0,0081
4	0,75	1,439	мм	0,75	1,511	мм	0,07	0,0049
5	1	1,567	мм	1	1,645	мм	0,07	0,0049
6	1,25	1,693	мм	1,25	1,812	мм	0,11	0,012
7	1,5	1,789	мм	1,5	1,878	мм	0,08	0,0064
8	1,75	1,874	мм	1,75	1,967	мм	0,09	0,0081
9	2	1,948	мм	2	2,045	мм	0,09	0,0081
10	2,25	2,043	мм	2,25	2,145	мм	0,11	0,012
11	2,5	2,118	мм	2,5	2,223	мм	0,11	0,012
12	2,75	2,184	мм	2,75	2,293	мм	0,11	0,012
13	3	2,221	мм	3	2,332	мм	0,11	0,012
14	3,25	2,243	мм	3,25	2,355	мм	0,11	0,012
15	3,5	2,264	мм	3,5	2,377	мм	0,11	0,012
16	3,75	2,273	мм	3,75	2,386	мм	0,11	0,012

Якщо підгонка хороша і ця різниця має нормальний закон розподілу, тоді СКО всієї вибірки не перевищить СКО вибірки, яке визначається по таблиці.

Для цього спершу визначимо по формулі середньоквадратичне відхилення для кожної вибірки

$$S_{ji}^2 = \frac{1}{2} \left(\sum y_1^2 - \left(\sum y_1 \right)^2 \right) = \frac{1}{2} (54,658^2 - 29,13^2) = 1066,3.$$

Потім знайдемо дисперсію всієї вибірки S_1^2 за формулою

$$S_1^2 = \frac{1}{n} S_{ji}^2 = 7,02$$

Перевіряємо на представлення прямою лінією наших експериментальних вимірювань методом найменших квадратів. Для цього використаємо програму «Numery» та наші отримані дані. Результатами розрахунку є рівняння з апроксимуючим поліномом 8 порядку з наступними коефіцієнтами: $a_0 = 0,99$, $a_1 = 0,84$, $a_2 = -1,19$, $a_3 = 2,66$, $a_4 = -3,18$, $a_5 = 2,03$, $a_6 = -0,703$, $a_7 = 0,125$, $a_8 = -0,008$ з сумою квадратів відхилень 0,0001325

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 + a_6x^6 + a_7x^7 + a_8x^8$$

Після чого знаходимо дисперсію всієї вибірки за формулою

$$S_2^2 = \frac{1}{m-2} \sum_{i=1}^n (\Delta_\sigma)^2 = 14,04$$

Якщо апроксимація хороша, то оцінки наближаються до одного значення. Тому тепер ми можемо розрахувати F-тест за формулою

$$F = \frac{S_2^2}{S_1^2} = 2,01$$

Звідки ми бачимо, що F-тест вдалий так, як розрахункове значення менше чим табличне. Тому апроксимація може рахуватися хорошою.

Для підвищення точності приладової системи необхідно визначити оптимальні параметри, які забезпечують суттєве поліпшення метрологічних характеристик приладової системи (підвищення точності при заданій швидкодії, підвищення швидкодії при заданій точності). При заданих показниках швидкодії приладової системи необхідно зменшити дисперсію похибки вимірювання евольвенти зубчастого колеса $\sigma_{\Delta x}^2 \rightarrow 0$ шляхом добору

оптимальних значень. Дисперсія похибок вимірювання координат поверхні евольвенти буде дорівнювати

$$\sigma_{\Delta x}^2 = \sigma_D^2 + \sigma_V^2, \quad (4.1)$$

де $\sigma_D^2 = \delta_x^2/12$ – похибка обумовлена дискретним характером цифрових даних і має рівномірний розподіл на інтервалі $(-\delta_x/2, \delta_x/2)$, σ_V^2 – похибка, що обумовлена впливом процедур зменшення об'єму цифрових даних. Також вважаємо, що інші складові частини похибки геометричних параметрів зменшені шляхом алгоритмічної компенсації до незначного рівня.

Таким чином, маючи класичну задачу оптимізації цифрових даних та геометричних параметрів зубчастих коліс та при заданій швидкодії приладової системи ($\delta_d = 0,05$ с) точність вимірювання координат поверхні евольвенти підвищено в $\sigma_{\Delta x_{max}}/\sigma_{\Delta x_{opt}} = 1,8$ рази. Результати обчислень наведено на рис. 4.8.

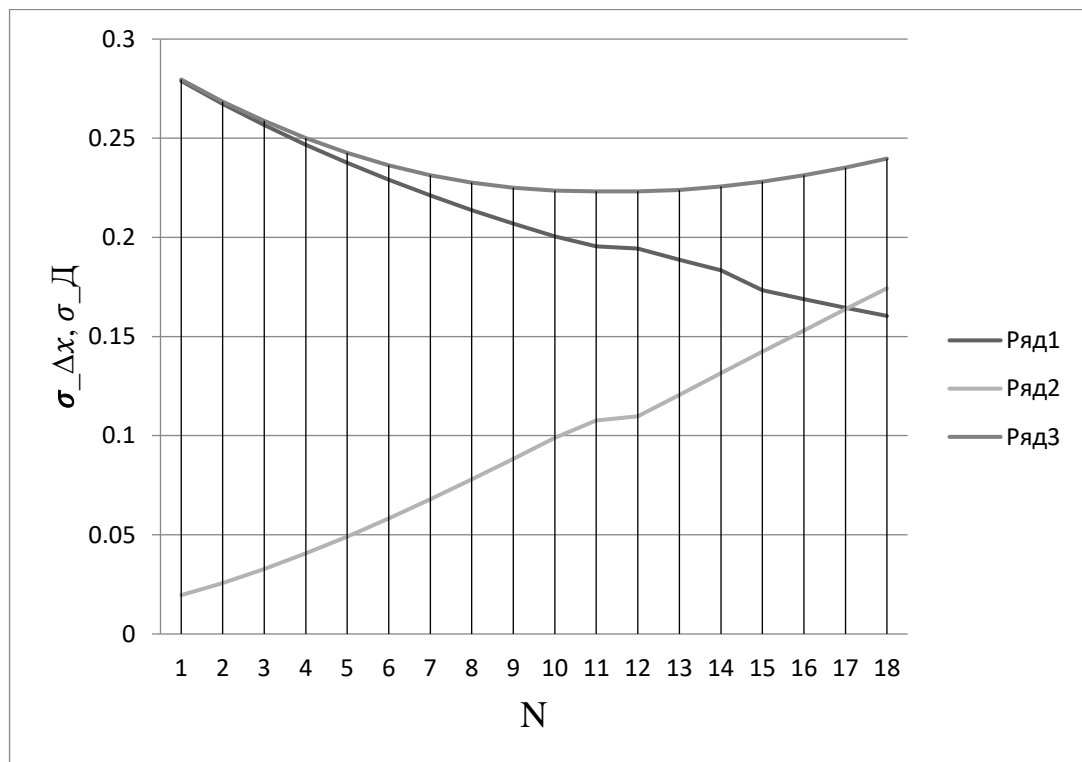


Рис. 4.8. Середньоквадратичне значення похибок вимірювань координат евольвенти, мм: 1- загальна похибка; 2- похибка обумовлена дискретним характером цифрових даних; 3- похибка обумовлена зменшенням об'єму цифрових даних.

При заданих показниках точності приладової системи (середньоквадратичне значення похибки вимірювань координат поверхні евольвенти) необхідно отримати максимальні показники швидкодії цієї системи. Визначивши область допустимих значень та об'єм цифрових даних отримаємо оптимальні значення (рис. 4.9). Отримані показники швидкодії приладової системи можуть бути реалізовані за умови використання вимірювальної головки.

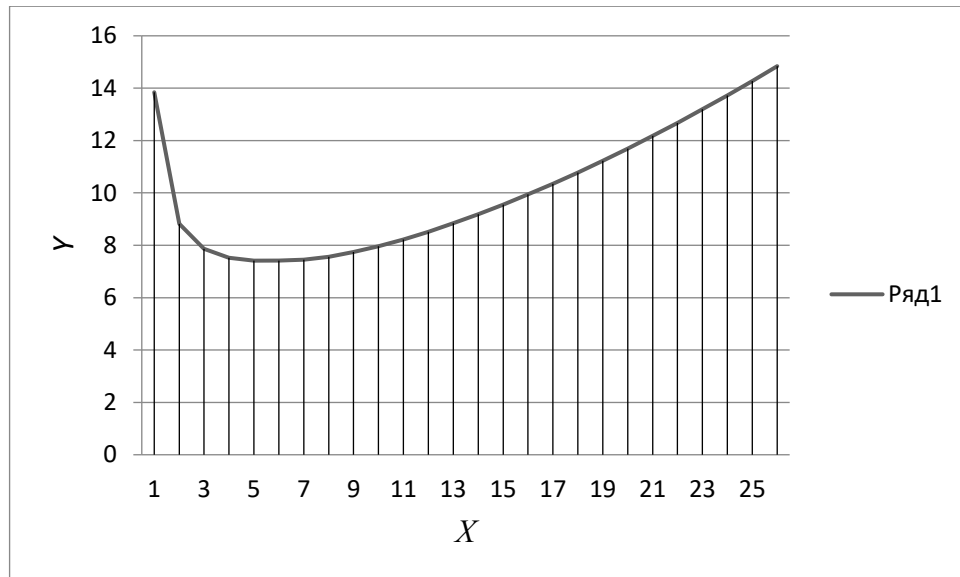


Рис.4.9. Швидкодія приладової системи

Таким чином, при заданій похибці вимірювань координат поверхні евольвенти швидкодію приладової системи підвищено в 2,4 рази.

Вдосконалений координатний метод вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс з евольвентним профілем базується на високоточному вимірюванні та апроксимації аналітичною залежністю результатів одночасного вимірювання координат ряду близько розташованих точок (рис.4.10). Ці точки належать контуру евольвенти, що має апріорно відому форму. При цьому компенсується похибка вимірювання геометричних параметрів зубчастого колеса з евольвентним профілем, обумовлена дискретним характером цифрового відображення.

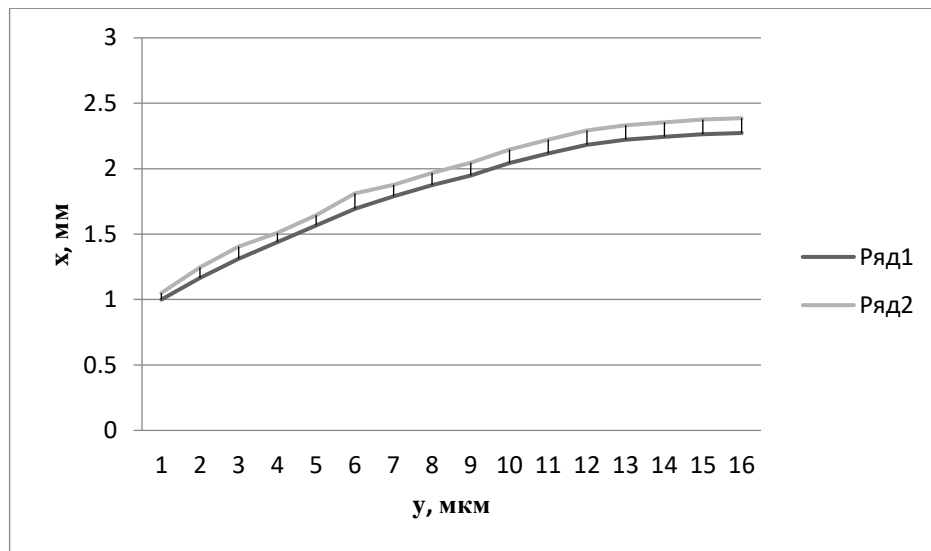


Рис.4.10 Результати порівняння дійсного значення та експерименту: 1 – експерименту; 2 – дійсного значення.

Використання лінійної апроксимації дозволяє: визначити криву поверхні зубчастого колеса; визначити кутове положення та параметри обертального руху. Лінійна апроксимація $y = a_k + b_k(x - x_c)$ проводиться для вимірювання значень (a_j^*, m_j^*) координат множини точок, що належать мітці або контуру зубчастого колеса $(x_c = \delta_c n_c, n_c = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L n_j^*, a_k = y_c = \delta_y m_c, m_c = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L m_j^*, L -$ кількість точок контуру криволінійної поверхні, що використовується в процесі лінійної апроксимації. Коефіцієнт b_k визначає кутове положення поверхні: $\alpha = \arctg(b_k)$; а величини $x_c, a_k = y_c$ є координатами середньої точки криволінійної поверхні евольвенти.

Метрологічні характеристики розробленої приладової системи представлені в таблиці 4.3.

Таблиця 4.3

Метрологічні характеристики приладової системи

Найменування	Існуюча	Розроблена
Діапазон вимірювання, мм.	0-2	0-5
Похибка вимірювання, мкм.	50	4
Ціна поділки шкали, мм.	0,1	0,01

Для оцінки окремих складових невизначеності та виразу їх у вигляді стандартних похибок є визначення сумарної стандартної невизначеності наступним чином. Загальне відношення між сумарною стандартною невизначеністю $u_c(y)$ значення y та невизначеність параметрів $x_1, x_2 \dots x_n$, від яких залежить y має вигляд

$$u_c(y(x_{i,j} \dots)) = \sqrt{\sum_{i=1}^n c_i^2 u(x_i)^2 + \sum_{i,k=1}^n c_i c_k u(x_i, x_k)}, \quad (4.2)$$

де $y(x_1, x_2 \dots)$ – функція декількох параметрів $(x_1, x_2 \dots)$; c – коефіцієнт чутливості, який виражається як похідна y по x_i , тобто $c_i = dy/dx_i$; $u(y, x_i)$ позначає невизначеність функції y , яка виникає з невизначеності в x_i . Внесок кожної змінної $u(y, x_i)^2$ представляє собою квадрат відповідної невизначеності, яка визначається у вигляді стандартної похибки, помноженої на квадрат відповідного коефіцієнта чутливості. Ці коефіцієнти чутливості показують, як змінюється значення y при зміні параметрів x_1, x_2 . Коефіцієнти чутливості оцінюються з експерименту.

Представлена порівняльна характеристика приладової системи для вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс (табл.4).

Таблиця 4.4

Характеристики приладової системи для вимірювання ГП зубчастих коліс

Геометричні параметри зубчастих коліс	Існуючі засоби вимірювань		Розроблена приладова система	
	Діапазон вимірювань	Похибка вимірювань	Діапазон вимірювань	Похибка вимірювань
1	2	3	4	5
1. Висота зуба	(20...30) мм	50 мкм	(5...40) мм	5 мкм
2.Радіальне биття зубчастого вінця	$m=1,5 \dots 3$	25 мкм	$m=0,8 \dots 3$	4 мкм
3.Довжина загальної нормалі	(10..60) мм	30 мкм	(3...100) мм	5 мкм
1	2	3	4	5

4. Відхилення кроку	(3...10) мм	40 мкм	(2...15) мкм	10 мкм
5. Евольвентний кут профілю зуба	$m=1,5...3$	80 мкм	$m=0,8...3$	4 мкм
6. Похибка профілю зуба	$m=1,5...3$	90 мкм	$m=0,8...3$	5 мкм

Таким чином, експериментально досліджено та доведено ефективність застосування розробленої приладової системи для вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс та вирішення вказаних задач.

4.2.1. Оптимізація геометричних параметрів зубчастих коліс та вибір технічних засобів для вимірювального каналу приладової системи

Оптимізації параметрів евольвентного профілю присвячено багато робіт, автори яких повідомляють про збільшення навантажувальної здатності і надійності зубчастих передач, зменшенні їх розмірів, маси, вібрації і шуму. Кращі результати дослідники пояснюють винятком із завдань оптимізації важливого технологічного обмеження - положення про стандартний вихідний контур (ВК).

Технологічний підхід передбачає синтез робочого зачеплення на основі стандартного ВК, стандартні розрахунки геометрії і міцності. Високий рівень стандартизації і усталені програми підготовки фахівців сприяють збереженню технологічного підходу в більшості галузей машинобудування. Однак сучасні вимоги споживачів до навантажувальної спроможності зубчастих передач, рівням їх вібрації і шуму показують, що норми технологічного підходу не завжди є достатніми для досягнення конкурентоспроможності машин.

Конструктивний підхід передбачає синтез робочого зачеплення на основі аналізу показників навантажувальної спроможності та якості, які розглядають як функції геометричних параметрів робочого зачеплення.

Зростання здатності навантаження, зниження рівнів вібрації і шуму досягають за рахунок раціональної форми зубів і високих коефіцієнтів перекриття. Конструктивний підхід отримав системне застосування в

авіаційній промисловості, де діють галузеві стандарти і методики проектування.

Перераховані проблеми можна зняти, застосувавши комплексний конструктивно-технологічний підхід.

Конструктивно-технологічний підхід передбачає спільний синтез робочого і верстатних (технологічних) зачеплень на основі аналізу показників навантажувальної спроможності, умов існування та якості зачеплень. Інша технологічна особливість цього підходу - двопозиційний обкат заготовок універсальним ВК з постійними параметрами. За цією технологією в першій позиції утворюють бічні профілі одного боку зуба. Необхідну товщину зуба забезпечують налаштуванням другій позиції за рахунок тангенціального або кутового зміщення ВК і заготовки (рис. 4.11).

Обкатом в другій позиції утворюють бічні профілі протилежного боку зуба. Форма універсального ВК визначається двома постійними параметрами: кутом профілю α і радіусом округлення головки ρ .

Позиції ВК задають радіальним x_l і тангенціальним y зміщенням (рис. 4.12). Підбором зміщень виключають ефекти підрізання, загострення, інтерференції і скорочення товщини зубів.

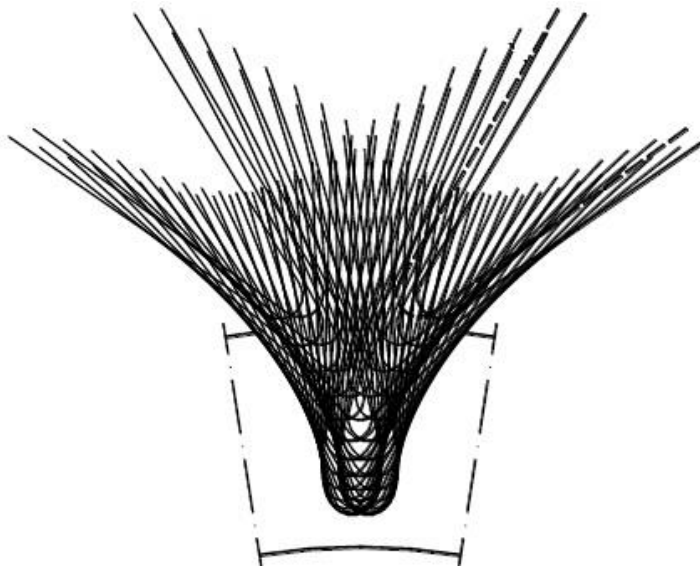


Рис.4.11 Двухпозиційний обхід поверхні евольвенти лівого та правого профілю

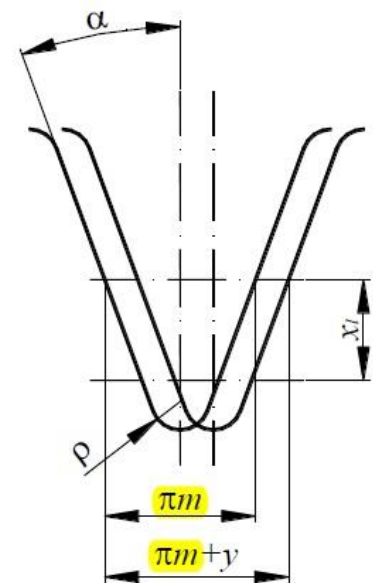


Рис. 4. 12 Універсальний ВК

Основні положення конструктивно-технологічного підходу наведені далі як рішення задачі оптимізації геометричних параметрів зачеплення.

Змінні параметри можуть бути пов'язані з конструктивно-технологічними умовами існування і якості зачеплень. Якщо умови сформулювати у вигляді системи спільних рівнянь, число яких дорівнює числу оптимізуючих параметрів, то задача оптимізації може мати єдине рішення.

Деякі з умов містять розмірні обмеження у вигляді конструктивно-технологічних норм виробництва і експлуатації. Представлена далі система конструктивно-технологічних умов не є єдиною. Чисельні експерименти показали, що умови можуть бути виражені через інші параметри, інші обмеження та в іншому вигляді. Змінні параметри пов'язані конструктивно-технологічними умовами існування та якості зачеплень.

1. Умова збирання - головне рівняння зачеплення. На початкових колах сума товщин сполучених зубів дорівнює кроку

$$\left(\frac{z_2}{z_1} + 1\right) \operatorname{inv}\alpha_w = \vartheta_1 + \frac{z_2}{z_1} \operatorname{inv}\vartheta_2 - \frac{\pi}{z_1}, \quad (4.3)$$

де z_1, z_2 – кількість зубів зубчастого колеса, α_w – міжцентрова відстань, ϑ_1, ϑ_2 – кути профілю зубчастого колеса.

2. Умова раціонального перекриття зубів:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{z_1}{2\pi} \left(\operatorname{tg}\alpha_1 + \frac{z_2}{z_1} \operatorname{tg}\alpha_1 - \left(\frac{z_2}{z_1} + 1\right) \operatorname{tg}\alpha_w \right), \quad (4.4)$$

де α_1, α_2 – кути профілю зубчастого колеса по вершинам.

Нижня границя коефіцієнта перекриття відображає умова існування кінематичного зв'язку в прямозубій передачі, а верхній практику вибору чисел зубів. Значення ε_α можуть бути і вище, але реалізуються при великих числах зубів, застосування яких вимагає спеціального аналізу.

3. Умова відсутності підрізання зубів у верстатних зачепленнях – обмеження кутів профілю на граничній окружності.

Цільові функції зростають зі збільшенням кутів профілю на окружності вершин і зменшенням кутів профілю на граничній окружності. Очевидно, що

для останніх доцільно приймати мінімальні значення, не допускаючи підрізання зубів. Для збільшення активної ділянки лінії зачеплення і коефіцієнта перекриття

$$\alpha_{l1} \geq 0. \quad (4.5)$$

Щоб забезпечити близьку форму сполучених зубів, кут колеса приймається так, щоб висота ніжки зуба була не меншою, ніж у зуба шестерні:

$$0 \leq \alpha_{l2} \leq \arctg \left[\left(1 + \frac{z_2}{z_1} \right) \operatorname{tg} \alpha_{tw} - \left(1 - \frac{z_2}{z_1} \right) \operatorname{tg} \alpha_t \right], \quad (4.6)$$

де α_{l1}, α_{l2} – кути профілю по граничних вершинах, α_{tw} – кут зачеплення, $\alpha_t \leq 20^\circ$ – кут робочого зачеплення.

Розглянуті умови зводяться до системи восьми (з урахуванням індексів) спільних співвідношень (4.3), (4.4), (4.5), (4.6), які визначають кут зачеплення α_{tw} і сім змінних параметрів сполучених зубів: $\alpha_{l1}, \alpha_{l2}, \alpha_1, \alpha_2, \vartheta_1, \vartheta_2$. Загальний інтервал визначення змінних $(0; \pi)$ і рівність числа змінних числу пов'язують їх співвідношень вказують на можливість подання умов системою спільних рівнянь, що має єдине рішення. Звідси впливає важливе твердження: синтез оптимізованих зачеплень, розрахунок їх геометрії, показників якості і здатності навантаження може бути виконаний для двомірного масиву натуральних незалежних змінних $z_1 \cdot z_2$.

4.3. Розрахунок похибки інформаційно-вимірювального комплексу та атестація вимірювального каналу

На етапі попередніх досліджень, коли не відомий перелік складових основної похибки та не проведена їх кількісна оцінка, проведемо аналіз «методом похибки» для реальних умов експлуатації.

Похибка вимірювання (ΔM_1) представляє собою символічний запис об'єднання 5 складових похибок засобу вимірювання в реальних умовах використання

$$\Delta_{MI} = \Delta_{0S} * \Delta_0 * \Delta_{0H} * \sum_{i=1}^l \Delta_{ci} * \Delta_{dyn}, \quad (4.7)$$

де Δ_{MI} – похибка засобу вимірювання в реальних умовах; Δ_{0S} – систематична складова основної похибки; Δ_0 – випадкова складова основної похибки; Δ_{0H} – випадкова складова основної похибки, обумовлена гістерезисом; $\sum_{i=1}^l \Delta_{ci}$ – об'єднання додаткових похибок обумовлені діями впливаючих величин; Δ_{dyn} – динамічна похибка, обумовлена впливом швидкості вимірювання вхідного сигналу; l – число динамічних похибок.

Розраховуючи характеристики похибок в реальних умовах Δ_{ci} та Δ_{dyn} можна розглядати як випадкові величини. Будемо вважати, що вимірювання ми проводимо в нормальних умовах та на даному етапі роль впливаючих факторів не буде чинити значний вплив на основну похибку.

Надалі розглядаючи робочі умови вимірювання для конкретного технологічного процесу необхідно проводити додаткові дослідження та складати таблиці поправок на кожну величину похибки. Априорі вважаємо, що $\sum_{i=1}^l \Delta_{ci} \approx 0$.

Динамічна похибка $\Delta_{dyn} = 0$ в зв'язку з постійним характером технологічного процесу ($U_{\text{тп}} = \text{const}$).

Таким чином, попередньо будемо досліджувати модель

$$\Delta_{MI} = \Delta_{0S} * \Delta_0 * \Delta_{0H}. \quad (4.8)$$

Характеристики складових моделі – це метрологічні характеристики засобів вимірювання, які використовуються в цілях визначення інструментальної похибки $\Delta_{inst} = \Delta_{MI} * \Delta_{int}$, де Δ_{int} – похибка, обумовлена взаємодією засобів вимірювання з вимірювальною шестернею.

Обробка результатів спостережень полягає в отриманні шляхом розрахунку оцінок метрологічних характеристик вимірювального засобу. Формуємо масив результатів спостережень при підході до точки, яка контролюється зі сторони менших та більших значень.

Обране число точок повинно гарантувати результат вимірювання із заданою ймовірністю. Якщо систематична складова основної похибки незначна або відсутня в якості дослідження рекомендується обирати точки, рівномірно розташовані по діапазону вимірювання. Їх повинно бути не менше 6-и, включаючи точки, які відповідають 0 та 100%. Якщо дослідження нульової точки не можливе, тоді число точок може бути 5.

Перед початком обробки результатів спостережень виключаються грубі промахи, пов'язані з не коректними діями оператора та збоями в роботі засобів вимірювання. Виключені результати замінюються на середнє арифметичне значення.

Число спостережень (n) в кожній досліджувальній точці визначається по формулі [1,2]

$$n \geq \frac{2}{1 - P_g}, \quad (4.9)$$

де P_g – задана ймовірність.

При проведенні попередніх експериментальних досліджень будемо вважати, що $P_g = 0,95$. В такому випадку число спостережень $n \geq 40$.

Оцінка суттєвості випадкової складової похибки проводиться за значенням середньоквадратичного відхилення:

$$\sigma(\Delta) = \frac{r}{d_n}, \quad (4.10)$$

де $r = y_{jmax} - y_{jmin}$ – величина розмаху y виборці; y_{jmax} , y_{jmin} – максимальне та мінімальне значення вимірювального параметру в j – й точці; d_n – коефіцієнт, що залежить від числа спостережень та визначається відповідно по таблиці 4.1.

Значення коефіцієнта d_n

Число точок	Значення коефіц.	Число точок	Значення коефіц.	Число точок	Значення коефіц.	Число точок	Значення коефіц.
n	d_n	n	d_n	n	d_n	n	d_n
2	1,128	7	2,704	12	3,258	17	3,588
3	1,693	8	2,847	13	3,336	18	3,64
4	2,059	9	2,97	14	3,407	19	3,689
5	2,329	10	3,078	15	3,472	20	3,735
6	2,534	11	3,173	16	3,532		

Оцінку середньоквадратичного відхилення виконують по найбільшому значенню $\sigma(\Delta)$ та роблять висновок про суттєвість випадкової складової похибки.

Випадкову складову (Δ) вважають не суттєвою, якщо

$$\sigma(\Delta) \leq 0,2|\Delta_g|, \quad (4.11)$$

де Δ_g – допустиме значення похибки інформативного параметру вимірювального приладу.

В кожній j – й точці діапазону вимірювання визначається середнє арифметичне значення параметру на виході вимірювального приладу - y_i [3]

$$y_i = \frac{\sum_{i=1}^n y_j' + \sum_{i=1}^{n''} y_j''}{n' + n''}, \quad (4.12)$$

де y_j' , y_j'' – значення параметрів на виході вимірювального приладу j – й точці спостереження при підході до кожної з 5 – ти точок зі сторони менших та більших спостережень; n' , n'' – число спостережень в кожній j – й точці діапазону при прямому ($n' = 20$) та зворотному ($n'' = 20$) ході $n = n' + n'' = 40$.

По результатам спостережень y_i за допомогою номінальної функції перетворення $f(x)$ визначається значення результатів наступних спостережень x'_j, x''_j .

В кожній контрольній точці j визначається середнє арифметичне значення наведених результатів спостережень по формулам [1,4,5]

$$x'_j = \frac{\sum_{i=1}^{n'} x'_j}{n'}, x''_j = \frac{\sum_{i=1}^{n''} x''_j}{n''}.$$

Оцінка систематичної складової похибки та варіації H в кожній контрольній точці визначається за формулами [1]

$$\Delta_{S_j} = \frac{|x_j - \bar{x}_j| + |x_j - \bar{x}'|}{2},$$

$$H_j = |\bar{x}'_j - \bar{x}''_j|,$$

де x_j – значення параметру, яке задається на вході.

В кожній контрольній точці діапазону визначається оцінка середньоквадратичного вимірювання випадкової складової похибки. При відсутності варіації [1,6]:

$$\sigma_j(\Delta) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta_{ij} - \Delta_{S_j})^2}{n-1}}, \quad (4.13)$$

де Δ_{ij} – оцінка границі похибки в кожній j -й та i -й точці діапазону вимірювального каналу; Δ_{S_j} – систематична складова похибки в кожній j -й точці діапазону вимірювального каналу; n – число спостережень в кожній досліджувальній точці.

При наявності варіації [5]

$$\sigma_j(\Delta) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n'} (\Delta'_{ij} - \Delta_j^i)^2 + \sum_{i=1}^{n''} (\Delta''_{ij} - \Delta_j^{i'})^2}{n-1}}. \quad (4.14)$$

Визначимо симетричні та асиметричні оцінки середньоквадратичного відхилення для $P_g = 0,95$.

Симетричні оцінки у вигляді:

$$\sigma_j(\Delta)(1-q) \leq \sigma \leq \sigma_j(\Delta)(1+q),$$

де q – коефіцієнт, який визначається в залежності від P_g та значення n .
Значення коефіцієнтів q та z визначаються по таблиці 2 (додаток Б).

Асиметрична оцінка у вигляді:

$$\sigma_j(\Delta)z_1 < \sigma\sigma_j(\Delta)z_2$$

де z_1 та z_2 – коефіцієнти, який вибираємо зі значень, які наведені в додатку 1 для $n = 5$ і $P_g = 0,95$.

У випадку, коли варіація H визначається по формулі $H_j = |\bar{x}'_j - \bar{x}''_j|$ межі НСП визначаються [7-10]

$$\theta_i = R \sqrt{\Delta_{S_j}^2 + \left(\frac{H_j}{2}\right)^2}, \quad (4.15)$$

де R – коефіцієнт, який визначається по графіку залежності $R = f(n, L)$, наведеному в додатку В.

В кожній j -й точці діапазону оцінюються межі похибки Δ_j вимірювального каналу. Якщо $\frac{\theta_i}{\sigma_j(\Delta)} < 0,8$, тоді $\Delta_j = t_s \sigma_j(\Delta)$, де t_s – коефіцієнт Стюдента, додаток Г.

Якщо $\frac{\theta_i}{\sigma_j(\Delta)} > 8,0$, тоді межа похибки в контрольній точці вимірювального каналу - $\Delta_j = \theta_i$.

Якщо нерівність $0,8 > \frac{\theta_i}{\sigma_j(\Delta)} > 8,0$ не виконується, тоді границя Δ_j визначаються по формулі [11] $\Delta_j = k \sigma_{\Sigma j}(\Delta)$, де $\sigma_{\Sigma j}(\Delta)$ – оцінка СКО та дорівнює

$$\sigma_{\Sigma j}(\Delta) = \sqrt{\frac{\theta_j^2}{3} + \sigma_j^2(\Delta)}, \quad (4.16)$$

де k – коефіцієнт, який залежить від відношення випадкової НСП та визначається по формулі [12]

$$k = \frac{t_s \sigma_j(\Delta) + \theta_i}{\sigma_j(\Delta) + \sqrt{\frac{\theta_j^2}{3}}}. \quad (4.17)$$

Похибка вимірювального каналу встановлюється як максимальне значення Δj_{max} , що спостерігається в контрольних точках діапазону. При цьому P_g цієї похибки буде не нижче довірчої величини, що відповідає максимальному значенню Δ .

Межі випадкової складової похибки встановлюються при нормальному розподілу результатів спостереження. При існуванні систематичної складової похибки та варіації верхня та нижня межі (Δ_B та Δ_H) симетричного інтервалу визначається по формулі [13]

$$\Delta_{B,H} = \pm [\Delta_{o_s} + t_s \sigma(\Delta)],$$

де Δ_{o_s} – максимальне значення модуля систематичної складової похибки вимірювального каналу по контрольним точкам діапазону вимірювання; $\sigma(\Delta)$ – результат СКО Δ та Δ_{o_n} [14].

Наведена основна похибка вимірювального каналу визначається по формулі

$$\gamma = \frac{\bar{\Delta}}{x_n},$$

де x_n – нормоване значення, яке виражається в тих же одиницях, що й $\bar{\Delta}$ та визначається в залежності від виду и характеру шкали; $\bar{\Delta}$ – оцінка абсолютної основної похибки.

Узагальнені результати попередніх експериментальних досліджень приведені в таблиці 4.6.

Узагальнені результати експериментальних досліджень

Найменування	1	2	3	4	5
Задане значення вхідної величини, B	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35
Систематична складова похибки Δ_s, B	$-4 \cdot 10^{-4}$	$-3 \cdot 10^{-4}$	$-3 \cdot 10^{-4}$	$-3 \cdot 10^{-4}$	$-2 \cdot 10^{-4}$
Варіація H, B	0	0	0	0	0
СКО випадкової складової похибки $\sigma(\Delta)$	0,06	0,07	0,06	0,07	0,07
Абсолютна похибка Δ	$-4 \cdot 10^{-4}$	$-4 \cdot 10^{-4}$	$-4 \cdot 10^{-4}$	$-3 \cdot 10^{-4}$	$-2 \cdot 10^{-4}$
Основна похибка $\gamma, \%$	$-3 \cdot 10^{-2}$	$-3 \cdot 10^{-2}$	$-3 \cdot 10^{-2}$	$-2 \cdot 10^{-2}$	$-1 \cdot 10^{-2}$
Максимальне значення основної похибки, $\%$	$-3 \cdot 10^{-2}$	$-3 \cdot 10^{-2}$	$-3 \cdot 10^{-2}$	$-3 \cdot 10^{-2}$	$-3 \cdot 10^{-2}$

Характер зміни систематичної Δ_s складової похибки, абсолютної похибки Δ та максимального значення основної похибки γ_{max} представлені графічно (Додаток В).

З наведених результатів маємо, що значення випадкової складової похибки $\sigma(\Delta)$ та випадкова складова похибки від гістерезиса Δ_{OH} нижче рівня значущості та є несуттєвими, а також маємо $\gamma_{max} = \pm 0,09\%$, що нижче заданого $\gamma_{max} = \pm 0,15\%$.

Аналіз стану технічного оснащення виробництва для проведення експериментальних досліджень показав, що використання імітаторів для метрологічної атестації та повірці вимірювального каналу забороняється. Вони повинні бути замінені на зразкові (еталонні) засоби вимірювання, похибка яких повинна бути в 4 рази менша від гранично допустимої похибки вимірювального каналу по інформативному каналу.

Імітатор повинен бути атестований з значенням абсолютної похибки не менше 0,02. Складова основної похибки Δ_0, Δ_{OH} (випадкова варіація) – не значна. Основною є систематична складова похибки Δ_{OS} .

Похибка вимірювального каналу Δ_{BK} представляє собою з'єднання 3-х похибок $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ (рис.4.13)

$$\Delta_{\text{вк}} = \Delta_1 \cdot \Delta_2 \cdot \Delta_3,$$

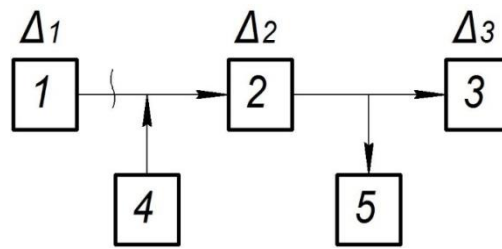


Рис.4.13. Схема похибки вимірювального каналу:

Δ_1 – похибка датчиків; Δ_2 – похибка частини вимірювального каналу, яка підлягає експериментальному дослідженню; Δ_3 – похибка АЦП; 4 – імітатор; 5 – зразковий прилад

Нормоване значення основної похибки γ , (%) по результатах 5 експериментів лежить в діапазоні від $1,4 \cdot 10^{-2}$ до $-8,9 \cdot 10^{-2}$. Отримані значення γ визначенні для нормальних умов експлуатації, тобто вплив факторів не враховувався.

$$\Delta_{\text{рвк}} = \Delta_s \sum_{i=1}^l \Delta c_i, \quad (4.18)$$

де $\sum_{i=1}^l \Delta c_i$ – об'єднання додаткових похибок засобів вимірювання, обумовлені діями впливаючих величин та не інформативних параметрів вхідного сигналу.

4.4. Підвищення точності вимірювання методом дисперсій

При вимірюванні зубчастого колеса багаторазово вимірюється довжина загальної нормалі з метою перевірки її стабільності. По результатам вимірювання необхідно перевірити припущення про стабільність довжини загальної нормалі, тобто незмінність математичного очікування результатів вимірювання. Найбільш очевидний шлях вирішення поставленої задачі – розділення послідовності результатів на серії. Потім для кожної серії оцінюється математичне очікування та при заданому рівні значимості перевіряють гіпотезу про рівність математичних очікувань цих оцінок. Ця

задача тривіальна для двох серій. Проте серії можуть бути достатньо тривалими, тому доводиться як одне ціле розглядати більше число оцінок.

До задачі перевірки гіпотези про сталість математичного очікування деякої серії результатів вимірювання довжини загальної нормалі зубчастого колеса зводиться задача визначення сталості систематичної похибки в процесі повірки систем вимірювання, вплив суб'єктивних якостей експериментаторів і умов проведення експерименту, залежності показників якості приладу від параметрів його окремих елементів.

Нехай N результатів спостережень розбиті на c серій по n результатів в кожній серії. Необхідно перевірити гіпотезу про те, що математичні очікування для різних серій однакові. Однаковість математичних сподівань результатів в середині однієї серії передбачається заданою. Дисперсію нормальної похибки спостережень в припущенні про однаковість математичного очікування кожного спостереження можна оцінити двома незалежними способами.

Оцінка дисперсії, отриманих для кожної серії M_{2i} :

$$1M_2 = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^c M_{2i} - \frac{1}{c(n-1)} \sum_{i=1}^c \sum_{j=n(i-1)+1}^{ni} \left[x_{зм,j} - \frac{1}{n} \sum_{v=n(i-1)+1}^{ni} x_{зм,v} \right]^2. \quad (4.19)$$

Значення $1M_{2i}$ дає сталу оцінку дисперсії похибки спостереження незалежно від того, змінюється математичне очікування від серій до серії чи ні, тому $1M_2$ також дає сталу оцінку σ_{Δ}^2 незалежно від істинності чи хибності перевірки гіпотези. Ця оцінка має $c(n-1)$ ступенів вільності.

Розглянемо дисперсію оцінок математичного очікування m_{1i}^* , отриманих для кожної серії:

$$m_{1i}^* = \frac{1}{n} \sum_{j=n(i-1)+1}^{ni} x_{зм,j}. \quad (4.20)$$

Дисперсія цієї оцінки в n раз менша дисперсії одиничного результату, тому [1,15]

$$2M_2 = 2M_{2m_1^*} = \frac{n}{c} - 1 \sum_{i=1}^c \left[m_{1j}^* - \frac{1}{c} \sum_{v=1}^c m_{1v}^* \right]^2. \quad (4.21)$$

Оцінка $2M_2$ має $c - 1$ ступінь свободи. При істинності гіпотези, яка перевіряється $2M_2$, як і $1M_2$, дає сталу оцінку σ_Δ^2 . Якщо $m_{1i} = M[m_{1i}^*]$ змінюється від серії до серії, тоді математичне очікування $2M_2$ збільшується.

Відношення

$$F = \frac{2M_2}{1M_2}, \quad (4.22)$$

при справедливості гіпотези, яка перевіряється має розподіл Фішера. При порушенні перевірки гіпотези математичне очікування F збільшується, тому ця гіпотеза приймається, якщо

$$F \leq F_{c(n-1); c-1; \alpha},$$

де $F_{n_1, n_2, \alpha}$ – точка розподілу Фішера.

Нехай y_1, y_2 – дві незалежні випадкові величини, що мають розподіл $y_i \sim \chi^2(d_i)$, де $d_i \in N, i = 1, 2$. Тоді розподіл випадкової величини

$$F = \frac{y_1/d_1}{y_2/d_2},$$

називається розподілом Фішера зі ступенями свободи d_1 .

Щільність випадкової величини з F-розподілом з параметрами d_1, d_2 ($F(d_1, d_2)$) задається формулою [1,14]:

$$f(x) = \frac{\sqrt{\frac{(d_1 x)^{d_1}}{(d_1 x + d_2)^{d_1 + d_2}}}}{xB\left(\frac{d_1}{2}, \frac{d_2}{2}\right)} = \frac{1}{B\left(\frac{d_1}{2}, \frac{d_2}{2}\right)} \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{\frac{d_1}{2}} x^{\frac{d_1}{2}-1} \left(1 + \frac{d_1}{d_2} x\right)^{-\frac{d_1+d_2}{2}},$$

для дійсного числа $x \geq 0$, тут d_1 і d_2 цілі додатні числа, а B – бета-функція.

Математичне очікування і дисперсія випадкової величини, що має розподіл Фішера, мають вигляд:

$$M|F| = \frac{d_2}{d_2 - 2}, \text{ якщо } d_2 > 2,$$

$$D|F| = \frac{2d_2^2(d_1 + d_2 - 2)}{d_1(d_2 - 2)^2(d_2 - 4)}, \text{ якщо } d_2 > 4.$$

В іншому випадку перевірена гіпотеза відкидається та необхідно зробити висновок, що математичне очікування оброблюваної серії спостережень змінюється.

При дисперсному аналізі є певне припущення у визначенні довжини кожної серії n або, що те ж саме, числа серій. При їх виборі можна керуватися такими міркуваннями. Розкид $1M_2$ зменшується зі зростанням $c(1 - n)$, тобто зі зменшенням c . Розкид $2M_2$ навпаки, зменшується зі збільшення c (в першому наближенні значення розкиду пропорційну значення числа ступеню вільності). Розкиди $1M_2$ та $2M_2$ будуть наближені одне до одного, якщо буде нерівність $n < 4 \div 5$. Тоді краще забезпечити припущення про незмінне математичне очікування в середині серії. Застосовувати більше значення n недоцільно. У той же час очевидно, що $n \geq 2$, тому практично можна застосовувати наступну нерівність $2 < n < 4 \div 5$.

4.5. Висновки до розділу 4

1. Розроблено комп'ютеризовану систему для контролю криволінійних поверхонь за допомогою приладової системи. Виконаний конструктивний та аналітичний опис всіх складових експериментальної системи.

2. Запропоновано виконувати апроксимацію криволінійної поверхні евольвенти зубчастого колеса та міток апріорно відомого профілю. На цій основі вдосконалено координатний метод вимірювання геометричних параметрів зубчастого колеса. Вдосконалений метод дозволяє підвищити підвищену швидкодію та точність (у 2...3 рази) порівняно з існуючими засобами вимірювання та забезпечує стабільність характеристик приладової системи при дії дестабілізуючих факторів.

3. Виконали розрахунок інформаційно-вимірювального каналу та встановлено, що значення випадкової складової похибки $\sigma(\Delta)$ та випадкова складова похибки від гістерезиса $\Delta_0 n$ нижче рівня значущості та є

несуттєвими, а також маємо $\gamma_{max} = \pm 0,09\%$, що нижче заданого $\gamma_{max} = \pm 0,15\%$. Виконана метрологічна атестація вимірювального каналу по зразковим засобам вимірювання, похибка яких в 4 рази менша від гранично допустимої похибки вимірювального каналу по інформативному каналу.

4. Встановлено, що по результатам вимірювання необхідно перевірити припущення про стабільність довжини загальної нормалі, тобто незмінність математичного очікування результатів вимірювання. Розглянуто найбільш очевидний шлях вирішення поставленої задачі – розділення послідовності результатів на серії. Показано, що для кожної серії оцінюється математичне очікування та при заданому рівні значимості перевіряють гіпотезу про рівність математичних очікувань цих оцінок.

ПЕРЕЛІК ЛІТЕРАТУРИ ДО РОЗДІЛУ 4

1. Антонюк В. Е. Возможности современных средств двухпрофильного контроля зубчатых колес / В. Е. Антонюк, В. Н. Русецкий. // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия В. Промышленность. Прикладные науки. – 2009. – №8. – С. 101–105.

2. Діхтієвський О. В. Розробка методики підвищення достовірності вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс [Текст] / О. В. Діхтієвський // Вісник Херсонського національного технічного університету. – 2019. – №2. – С. 68–75.

3. Діхтієвський О. В. Розробка структурної схеми інформаційно-вимірювального комплексу для контролю геометричних параметрів шестерні з урахуванням похибки [Текст] / О. В. Діхтієвський, В. П. Квасніков // Збірник наукових праць Одеської державної академії технічного регулювання та якості. – 2019. – №1(14). – С. 34 – 40.

4. Марков А. Л. Измерение зубчатых колес / А. Л. Марков. – Л: Машиностроение, 1968. – 308 с.

5. Технология производства и методы обеспечения качества зубчатых колес и передач : учебное пособие пособие для вузов / В. Е.Антонюк, М. М. Кане, В. Е. Старжинский, А. А. Сусин. – Минск: Технопринт, 2003. – 766 с.
6. Діхтієвський О. В. Оцінка систематичної та випадкової складових похибки вимірювання циліндричних зубчастих коліс [Текст] / О. В. Діхтієвський, В. П. Квасніков, А. О. Возняковський // Перспективні технології та прилади. – 2019. – №14. – С. 62–66.
7. Тайц Б. А. Точность и контроль зубчатых колес / Б. А. Тайц. – М: Машиностроение, 1972. – 369 с.
8. Тайц Б. А. Основные принципы контроля точности изготовления зубчатых колёс. / Б. А. Тайц. – М: Машиностроение, 1954. – 287 с.
9. Сурков И. В. Автоматизация контроля параметров зубчатых колес и передач / И. В. Сурков. // Измерительная техника. – 2016. – №1. – С. 80–87.
10. Сыроегин А. А. Автоматизация и механизация производства зубчатых колес / А. А. Сыроегин, С. Н. Калашников. – М: Машиностроение, 1970. – 247 с.
11. Гавриленко В. А. Основы теории эвольвентной зубчатой передачи / В. А. Гавриленко. – М: Машиностроение, 1969. – 432 с.
12. Гавриленко В. А. Цилиндрическая зубчатая передача / В. А. Гавриленко. – М: Машиностроение, 1956. – 296 с.
13. Сурков И. В. Автоматизация контроля параметров зубчатых колес и передач / И. В. Сурков. // Измерительная техника. – 2016. – №1. – С. 80–87.
14. Сурков И. В. Разработка математического обеспечения для размерно-точностного анализа результатов координатных измерений / И. В. Сурков, А. И. Буртовая. // Прогрессивные технологии в машиностроении. – 2012. – №1. – С. 101–104.
15. Юденков В. А. Дисперсионный анализ / В. А. Юденков. – Минск: Бизнесофсет, 2003. – 76 с.
16. Ліхоузова Т. А. Теорія імовірностей та математична статистика / Т. А. Ліхоузова. – К: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 300 с.

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі вирішено науково-практичну задачу підвищення точності та швидкодії, розширення можливостей приладової системи для вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс.

Головні результати і висновки по роботі є такими:

1. Розроблені теоретичні основи та принципи побудови приладової системи для вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс та розроблена структурна схема приладової системи. Вимірювання геометричних параметрів здійснюється приладовою системою на основі використання сучасних високоточних засобів та методів, комп'ютерних технологій, що містять вимірювальну інформацію про геометричні параметри та дають можливість та дають можливість підвищення точності приладової системи, що забезпечується розробкою та вдосконаленням методів обробки інформації з метою компенсації похибок вимірювання. Підвищення швидкодії вимірювання та розширення функціональних можливостей забезпечується методами збору та зберігання результатів вимірювання геометричних параметрів.

2. Запропоновано виконувати апроксимацію криволінійної поверхні евольвенти зубчастого колеса та міток апріорно відомого профілю. На цій основі вдосконалено координатний метод вимірювання геометричних параметрів зубчастого колеса. Вдосконалений метод дозволяє підвищити підвищену швидкодію та точність (у 2...3 рази) порівняно з існуючими засобами вимірювання та забезпечує стабільність характеристик приладової системи при дії дестабілізуючих факторів.

3. Підтверджено достовірність теоретичних та практичних положень, а також високу ефективність та надійність створеної приладової системи, що забезпечує настроювання вимірювального каналу при умовах дії дестабілізуючих факторів на приладову систему.

4. Здійснено оптимізацію параметрів приладової системи, в тому числі, параметрів технічних засобів вимірювального каналу, параметрів

алгоритмічної обробки даних. При цьому суттєво зменшено додаткову похибку приладової системи шляхом оптимізації та адаптації алгоритмів обробки вимірювальної інформації про геометричні параметри до нестаціонарних та несприятливих факторів. У результаті чого точність вимірювання координат профілю зубчастого колеса підвищено в 1,8 рази.

5. Отримано залежності впливу аномальних відхилень геометричних параметрів зубчастого колеса за допомогою тренда поверхні, що дозволяє забезпечувати компенсацію похибок вимірювань геометричних параметрів евольвенти та забезпечує підвищення точності та швидкодії приладової системи у (2...3) рази (похибка вимірювання $(0,1 \div 0,2)$ мкм для зубчастих коліс з модулем $m=(0,8 \div 2,5)$).

ДОДАТКИ

ДЕРЖАВНИЙ КОНЦЕРН «УКРОБОРОНПРОМ»
The State Concern UKROBORONPROM

Публічне акціонерне товариство
«Науково-виробниче об'єднання
«КИЇВСЬКИЙ ЗАВОД
АВТОМАТИКИ»



Public Joint Stock Company
«Research-and-Production Association
«KYIV AUTOMATICS PLANT »

вул. Старокиївська, 10, м. Київ, 04116 Україна
Тел./факс: +38044-236-62-75
http://www.kza.com.ua E-mail: kza@kza.com.ua

10 Starokyivska str., Kyiv, 04116, Ukraine
Tel/fax: +38044-236-62-75
http://www.kza.com.ua E-mail: kza@kza.com.ua



АКТ ВПРОВАДЖЕННЯ
результатів дисертаційної роботи


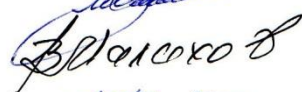

Ми, що нижче підписалися, начальник СКБ Петренко О.В., головний метролог Малахов В.В., начальник ЦЗЛ Пашнюк Г.Г. склали дійсний акт про те, що результати дисертаційної роботи здобувача Діхтієвського Олександра Віталійовича впроваджені у практику контролю, метрологічної атестації та виробництва зубчастих коліс на ПАТ «НВО «Київський завод автоматики».

У роботі вирішені питання розробки способів контролю зубчастих коліс на координатно-вимірювальній машині, на етапі їх виготовлення, за допомогою вимірювальної головки, що дає можливість підвищити точність вимірювань. Розроблений координатний метод вимірювання геометричних параметрів, використовуючи моделювання евольвенти зубчастого колеса методом замкнутих контурів. Отримані залежності впливу аномальних відхилень геометричних параметрів зубчастого колеса за допомогою тренда, що дозволяє прогнозувати термін та надійність експлуатації. Запропоновано математичну модель опису кривої евольвенти зубчастого колеса методом триангуляції багатозв'язних областей.

Використання результатів кандидатської роботи Діхтієвського О.В. дало змогу підвищити достовірність вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс, що дозволяє підвищити точність координатних вимірювань. Визначити похибку вимірювання геометричних параметрів зубчастого колеса на координатно-вимірювальній машині, що дозволяє підвищити якість виготовлення деталей. Підвищити точність та швидкодію вимірювання шестерні за рахунок використання комп'ютеризованої системи для контролю криволінійних поверхонь.

Комісія підтверджує значний теоретичний та практичний внесок Діхтієвського О.В. у розробку методу підвищення точності вимірювання зубчастих коліс і підтверджує практичний інтерес результатів роботи для фахівців ПАТ «НВО «Київський завод автоматики».

Начальника СКБ
Головний метролог
Начальник ЦЗЛ

 О.В. Петренко
 В.В. Малахов
 Г.Г. Пашнюк

ПОГОДЖЕНОПроректор з навчальної
роботи НАУ

А.Г.Гудманя

“ 20 ” 08 2019р.

ЗАТВЕРДЖУЮПроректор з наукової
роботи НАУ

В.П. Харченко

20 08 2019 р.

**АКТ**

впровадження результатів дисертаційної роботи

Комісія у складі: голова комісії – завідувач кафедри інформаційно-вимірювальних систем д.т.н., доцент Орнатський Д.П., та членів комісії: доцент кафедри комп'ютеризованих електротехнічних систем та технологій к.т.н., доцент Осмоловський О.І., старший викладач кафедри комп'ютеризованих електротехнічних систем та технологій к.т.н., старший викладач Катаєва М.О. констатує, що результати дисертаційної роботи здобувача кафедри комп'ютеризованих електротехнічних систем та технологій Національного авіаційного університету Діхтієвського Олександра Віталійовича впроваджені у навчальний процес Національного авіаційного університету на кафедрі інформаційно-вимірювальних систем та на кафедрі комп'ютеризованих електротехнічних систем та технологій результати дисертаційної роботи Діхтієвського О.В., а саме:

Найменування впровадженого результату НДР (прилад, технологічний процес, речовина, метод, методика, рекомендації, алгоритми, програми, ДСТ, технологічні вимоги, інше)	Досягнутий фактичний ефект (соціальний, технічний, організаційний, інший)
1	2
1. Методика підвищення достовірності вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс. Математичний опис кривої евольвенти.	1. Метрологічні характеристики методів вимірювання необхідно на рівні з точністю віднести надійність вимірювання. Зниження точності методу вимірювання породжує ризик не приймання якісних деталей. Похибка налаштування вимірювальних засобів має суттєвий вплив на надійність методу вимірювання.
2. Запропонована комп'ютеризована система для контролю криволінійних поверхонь за допомогою координатно – вимірювальної	2. Конструкція та модель комп'ютеризованої системи універсальні, що дозволяють використовувати її для

1	2
машини.	проведення метрологічної атестації приладів.

Результати дисертаційної роботи Діхтієвського О.В. за темою «Підвищення точності вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс» впроваджені у навчальний процес кафедри комп'ютеризованих електротехнічних систем та технологій:

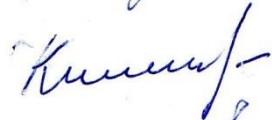
- використовуються у курсах лекцій та лабораторних роботах з дисципліни «Фізичні основи сучасної метрології» напряму підготовки «Основи метрології та електричних вимірювань» зі спеціальністю «Інформаційні вимірювальні системи».
- застосовуються в процесі дипломного та курсового проектування зі спеціальності «Інформаційні вимірювальні системи».

Голова комісії:



Д.П. Орнатський

Члени комісії:



М.О. Катаєва



О.І. Осмоловський



ДЕРЖАВНИЙ КОНЦЕРН «УКРОБОРОНПРОМ»
ДЕРЖАВНЕ ПІДПРИЄМСТВО
«ЗАВОД 410 ЦИВІЛЬНОЇ АВІАЦІЇ»
 State Enterprise Plant 410 Civil Aviation

адреса: 03151, Київ-151, Повітрофлотський пр., 94
 amark@410.kiev.ua

тел.: (44) 246-99-26, факс: (44) 246-99-83

94, Povitroflotskiy ave., Kiev, 03151, Uk
 arp410@410.kie

ЗАТВЕРДЖУЮ



Головний конструктор –
 технічний директор
 ДП «ЗАВОД 410 ЦА»

В.В. Жигінас
 Жигінас В.В.

09 09 2019 р.

АКТ

впровадження результатів дисертаційної роботи

Комісія ДП «ЗАВОД 410 ЦА», у складі:

Голови комісії – Головний конструктор О.В. Кіпров

членів комісії:

Головний метролог – начальник ЦЗЛ І.І.Бобор,

Начальника лабораторії НК О.М. Жорноклей

констатують, що дисертаційна робота здобувача Національного авіаційного університету Діхтієвського Олександра Віталійовича впроваджені у практику контролю авіаційної техніки на ДП «ЗАВОД 410» ЦА.



Найменування впровадженого результату НДР (прилад, технологічний процес, речовина, метод, методика, рекомендації, алгоритми, програми, ДСТ, технологічні вимоги, інше)	Досягнутий фактичний ефект (соціальний, технічний, організаційний, інший)
1. Методика вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс з евольвентним профілем.	1. Підвищення точності вимірювання рахунок корегування похибок від дії зовнішніх дестабілізуючих факторів.
2. Математична модель вірогідності аномальних відхилень геометричних параметрів зубчастих коліс	2. Удосконалення способів вимірювання для контролю геометричних параметрів зубчастих коліс побудови тривимірного зображення.
3. Розробку алгоритму процесу вимірювання геометричних параметрів зубчастих коліс з використанням датчиків з індуктивним перетворювачем.	3. Підвищення точності та швидкодії вимірювання параметрів деталей.

Даним актом засвідчується, що матеріали проведеної науково-дослід роботи впроваджені при виготовленні зубчастих коліс, а саме метод підвищення точності вимірювання геометричних параметрів.

Комісія підтверджує, що результати дисертаційної роботи Діхтісвського О представляють інтерес для спеціалістів ДП «ЗАВОД 410ЦА».

Взаємних фінансових претензій організації не мають.

Головний конструктор

 О.В. Кіров

Головний метролог – начальник ЦЗЛ

 І.І. Бобор

Начальника лабораторії НК

 О.М. Жорноклей

Таблиця Б.1

Значення коефіцієнта q

N	Значення коефіцієнта q при P			N	Значення коефіцієнта q при P		
	0,95	0,99	0,999		0,95	0,99	0,999
5	1,37	2,67	5,64	20	0,37	0,58	0,88
6	1,09	2,01	3,88	25	0,32	0,19	0,73
7	0,92	1,62	2,98	30	0,28	0,43	0,63
8	0,80	1,38	2,42	35	0,26	0,38	0,56
9	0,71	1,20	2,06	40	0,24	0,35	0,50
10	0,65	2,08	1,80	45	0,22	0,32	0,46
11	0,59	0,98	1,60	50	0,21	0,30	0,43
12	0,55	0,90	1,45	60	0,188	0,269	0,38
13	0,52	0,83	1,33	70	0,174	0,245	0,34
14	0,48	0,78	1,23	80	0,161	0,226	0,31
15	0,46	0,73	1,15	90	0,151	0,211	0,29
16	0,44	0,70	1,07	100	0,143	0,198	0,27
17	0,42	0,66	1,01	150	0,115	0,160	0,211
18	0,40	0,63	0,96	200	0,099	0,136	0,175
19	0,39	0,60	0,92	250	0,089	0,120	0,162

Значення коефіцієнта z

N	Значення коефіцієнтів z при P			
	0,95		0,99	
5	0,599	2,870	0,519	0,930
6	0,624	2,453	0,546	3,484
7	0,644	2,202	0,569	2,979
8	0,661	2,035	0,588	2,660
9	0,675	1,916	0,604	2,440
10	0,688	1,826	0,618	2,227
11	0,699	1,755	0,630	2,154
12	0,708	1,698	0,641	2,056
13	0,717	1,651	0,651	1,976
14	0,725	1,161	0,660	1,910
15	0,732	1,577	0,669	1,854
16	0,739	1,548	0,676	1,806
17	0,745	1,522	0,683	1,774
18	0,756	1,479	0,696	1,695
19	0,765	1,444	0,707	1,640
20	0,773	1,416	0,717	1,595

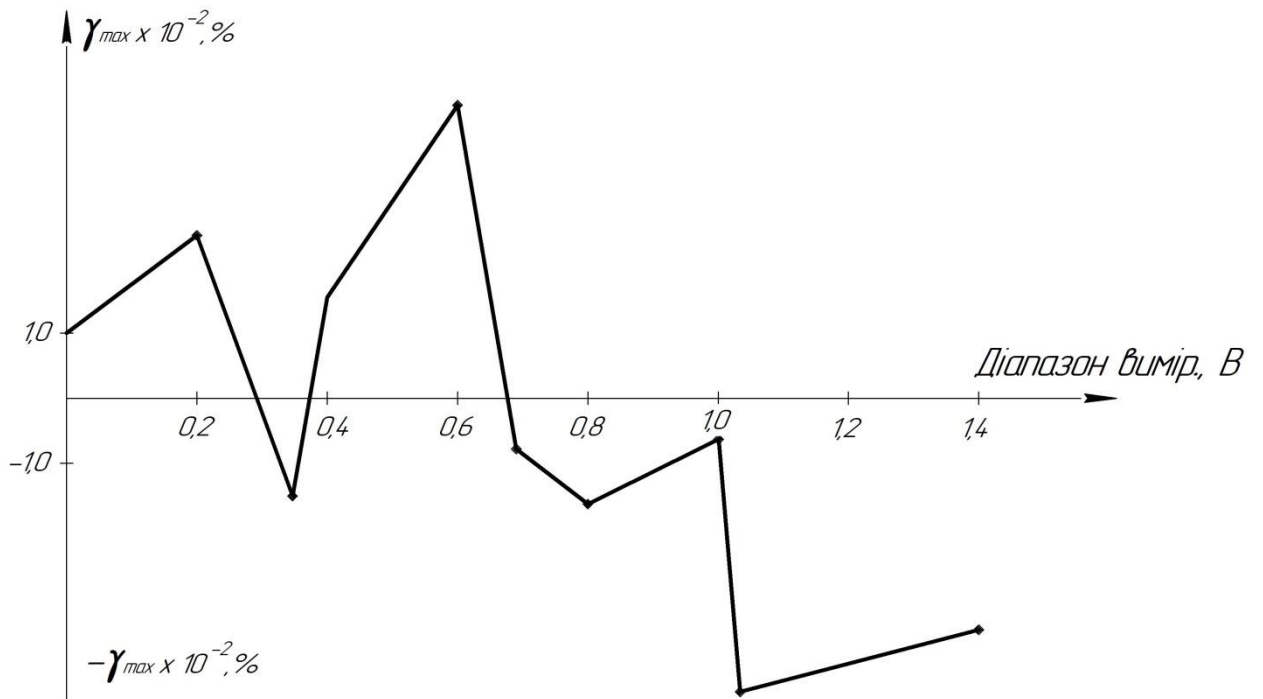


Рис. В.1 Графічна залежність максимального значення основної похибки, для контрольних точок діапазону вимірювання

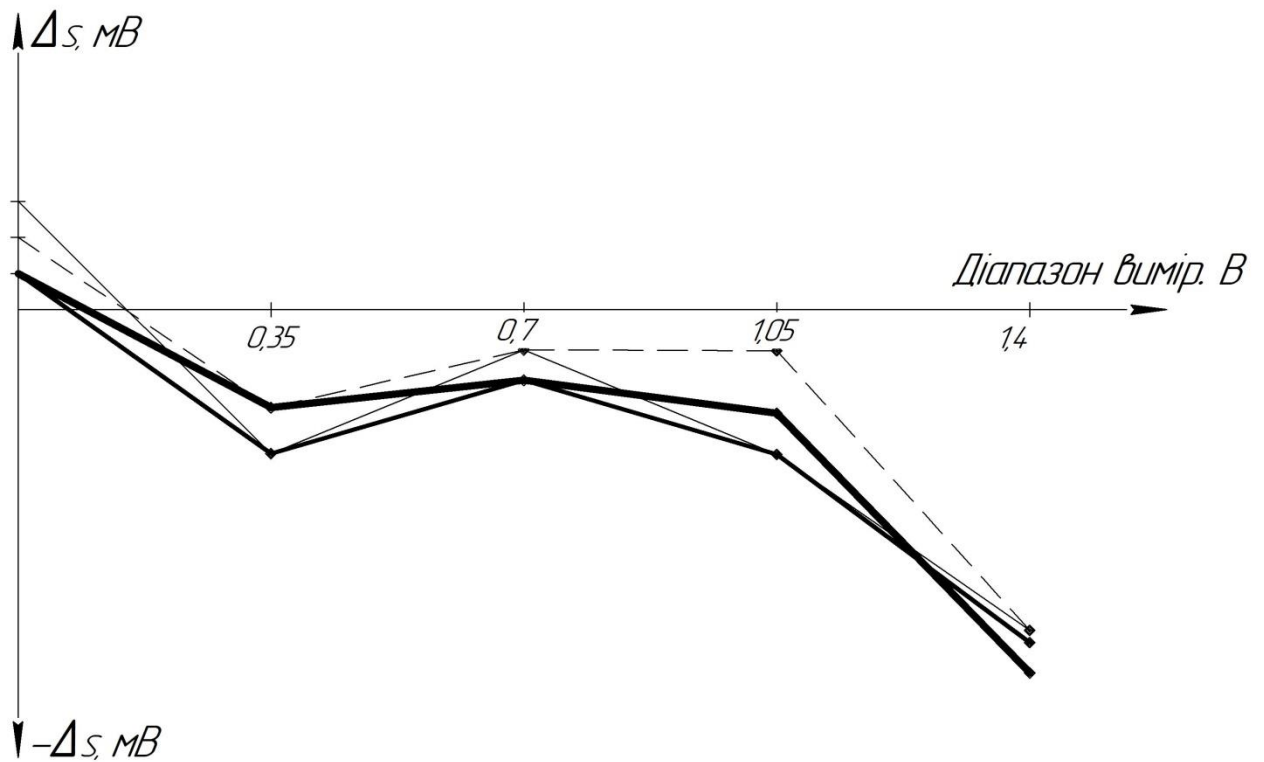


Рис. В. 2 Графічна залежність систематичної складової похибки в контрольних точках діапазону вимірювання

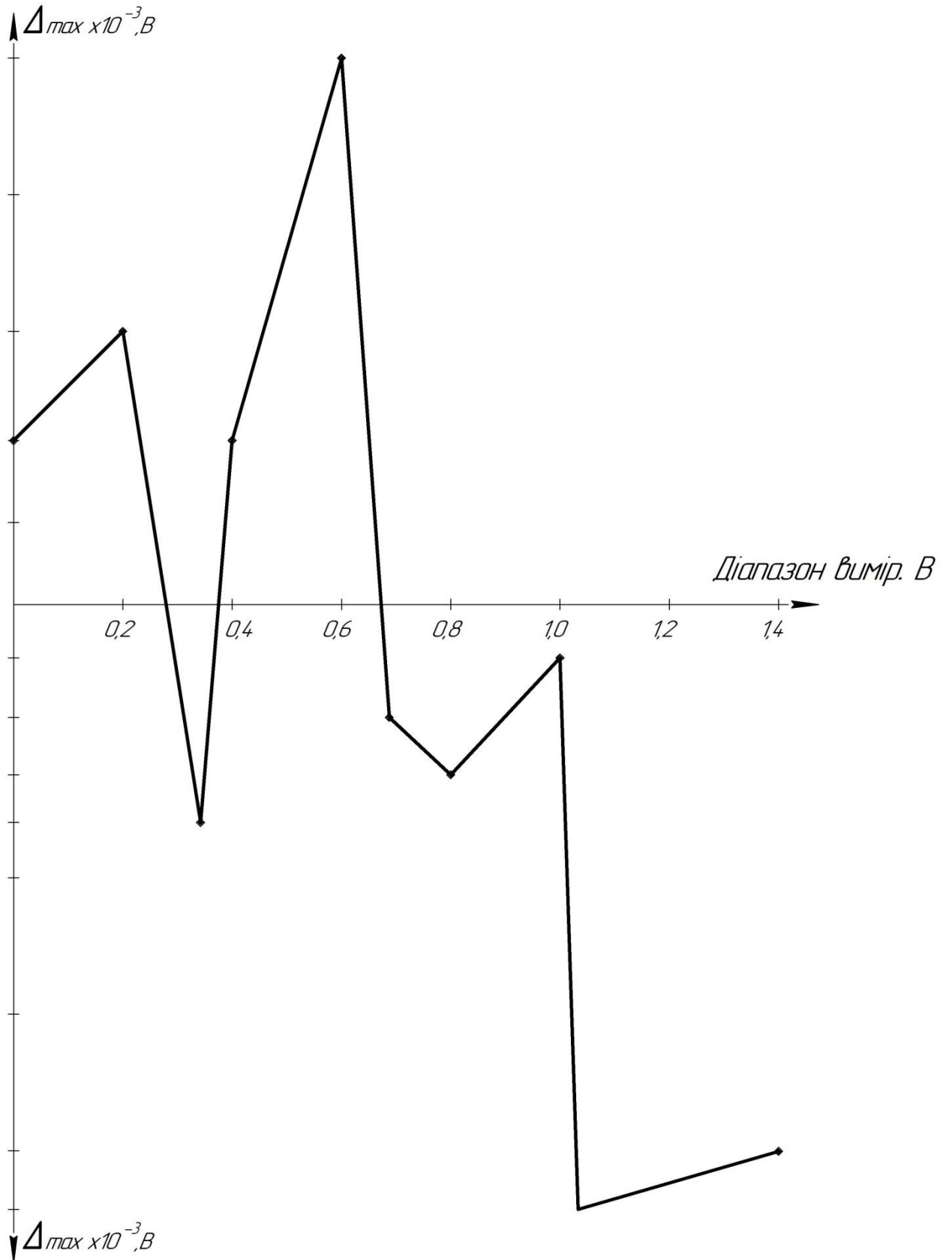


Рис. В.3 Графічна залежність максимальної абсолютної похибки в контрольних точках діапазону вимірювання

Значення коефіцієнта Стьюдента t_c в залежності від вірогідності P та N

N	Значення коефіцієнта t_c при P		N	Значення коефіцієнта t_c при P	
	0,95	0,99		0,95	0,99
5	2,78	4,60	20	2,093	2,861
6	2,57	4,03	25	2,064	2,797
7	2,45	3,71	30	2,045	2,756
8	2,37	3,50	35	2,032	2,729
9	2,31	3,36	40	2,023	2,708
10	2,26	3,25	45	2,016	2,692
11	2,23	3,17	50	2,009	2,679
12	2,20	3,11	60	2,001	2,662
13	2,18	3,006	70	1,996	2,649
14	2,16	3,01	80	1,001	2,640
15	2,15	2,98	90	0,987	2,633
16	2,13	2,95	100	0,984	2,627