

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
Национальный авиационный университет

МАТЕМАТИКА
АРИФМЕТИКА
АЛГЕБРА

Практикум
для иностранных студентов
подготовительного отделения

Киев 2016

УДК 511.1+512.1(076.5)

ББК В1я7

М 34

Составитель *Т. И. Довгодько* – канд. пед. наук

Рецензент *В. В. Пахненко* – канд. тех. наук, доц.

Утверждено методическим редакционным советом Национального авиационного университета (протокол № 5/15 от 15.10. 2015 г.).

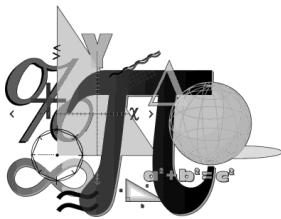
Практикум містить математичні задачі і вправи різного рівня складності.
Для іноземних студентів підготовчого відділення.

Математика : Арифметика. Алгебра : практикум / сост. Т. И. Довгодько. – К. : НАУ, 2016. – 48 с.

Практикум содержит математические задачи и упражнения разного уровня сложности.
Для иностранных студентов подготовительного отделения.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	4
Раздел 1. АРИФМЕТИКА	5
§ 1. Целые числа. Действия над целыми числами.....	5
§ 2. Признаки делимости чисел.....	6
§ 3. Наибольший общий делитель (НОД). Наименьшее общее кратное (НОК).....	6
§ 4. Обыкновенные дроби. Действия над обыкновенными дробями.....	7
§ 5. Десятичные дроби	9
§ 6. Отношения. Пропорции	11
§ 7. Проценты.....	13
Раздел 2. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ.	
ТОЖДЕСТВЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ	16
§ 8. Степень с натуральным и целым показателем.....	16
§ 9. Одночлены. Многочлены.....	17
§ 10. Разложение многочлена на множители	20
§ 11. Алгебраические дроби	21
§ 12. Корень n -ой степени	23
§ 13. Преобразования иррациональных выражений	24
§ 14. Степень с дробным показателем	27
Раздел 3. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ.	
СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ	30
§ 15. Уравнения первой степени с одним неизвестным.....	30
§ 16. Системы линейных уравнений	32
§ 17. Уравнения с неизвестным под знаком модуля	34
§ 18. Неполные квадратные уравнения	34
§ 19. Полные квадратные уравнения и уравнения, приводимые к ним	35
§ 20. Теорема Виета.....	37
§ 21. Разложение квадратного трёхчлена на множители	38
§ 22. Биквадратные уравнения	39
§ 23. Иррациональные уравнения	41
Раздел 4. ФУНКЦИИ. СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ. ГРАФИКИ ...	44
§ 24. Способы задания функций. Область определения и область значений функции. Нули функции	44
§ 25. Графики функций	46



ПРЕДИСЛОВИЕ

Курс математики на подготовительных факультетах (отделениях) для иностранных студентов является теоретическим фундаментом естественнонаучных, технических и экономических дисциплин, которые изучаются в университетах Украины. Немаловажным, кроме теоретических знаний, есть умения и навыки решать математические задачи и упражнения.

Настоящий практикум представляет собой сборник математических упражнений и задач и предназначен для иностранных студентов подготовительных факультетов (отделений) инженерно-технического, экономического и медицинского профилей. Практикум составлен в соответствии с учебными программами по математике и русскому языку. Его можно рекомендовать для аудиторных занятий, для домашних заданий и для самостоятельной работы студентов-иностранцев. Цель настоящего практикума – оказать им помощь в развитии умений решать математические задачи и упражнения школьного курса. Работа над выполнением размещённых в пособии упражнений позволит иностранным студентам систематизировать математические знания, полученные на родине, нивелировать некоторые различия в национальных и украинских общеобразовательных программах по математике; освоить математическую терминологию на русском языке и овладеть научной математической лексикой.

Весь учебный материал практикума разбит на четыре раздела, каждый из которых содержит параграфы с большим количеством упражнений разного уровня сложности. Сначала рекомендуется выполнять более лёгкие задания, размещённые в начале параграфа, а затем (по мере приобретения навыков и умений) переходить к более сложным упражнениям.

Практикум может быть полезен всем, кто желает повторить основные разделы школьного курса математики.

Раздел 1

АРИФМЕТИКА

§ 1. Целые числа. Действия над целыми числами

1. Записать и найти сумму чисел:

- 1) 2 и 56; 3) $-1, -6, 0$ и 2
2) 3, -8 и 19; 4) 772, 111, 335 и 1000.

2. Записать и найти произведение чисел:

- 1) 0 и 1021; 3) 3, 10, 2, и -4
2) 1, -1 и 25; 4) 4, 125, 8 и 10.

3. Написать все чётные числа, которые меньше чем 100, но больше чем 84. Какие из них делятся без остатка на 5?

4. Написать все нечётные числа от 120 до 136. Какие из них делятся без остатка на 3?

5. Записать частное от деления:

- 1) числа 0 на 12; 3) числа 15 на 15
2) числа 1 на -1 ; 4) числа 1000 на 25.

6. Записать сумму числа 8 и частного от деления числа 125 на число 5.

7. Записать разность между числом 8 и произведением чисел 3 и 2.

8. Произведение двух чисел равно 28. Один сомножитель равен -7 . Найти второй сомножитель.

9. Делитель равен 3, частное равно 27. Найти делимое.

10. Записать сумму всех двухзначных целых чисел, которые можно разделить без остатка на 10.

11. Записать при помощи букв, знаков действий и скобок выражения:

- 1) Произведение суммы чисел a и b на число c .
2) Произведение суммы чисел a и b на разность этих чисел.
3) Частное от деления суммы чисел m и n на разность этих чисел.
4) Удвоенное произведение чисел a и b .

- 5) Утроенное произведение чисел x и y .
6) Частное от деления числа p на удвоенную сумму чисел q и r .
7) Произведение удвоенной суммы чисел a и b на разность этих чисел.

12. Выполнить действия:

- 1) $35 - 6 \cdot 5 + 20 \cdot 3$;
- 2) $4(3 - 12 \cdot 2) + 15 \cdot 6$;
- 3) $(18 - 3 \cdot 5)4 - 3(25 + 10 : 2)$;
- 4) $1004 : 4 - 251 \cdot 0 + 150 : 50$;
- 5) $(18 - 3 \cdot 6)564 - 365 - 2 \cdot 10$;
- 6) $100 : (25 + 3 \cdot 25 - 90) + 12$.

§ 2. Признаки делимости чисел

13. Выписать отдельно числа, которые делятся без остатка на 2; 5: 126, 539, 200, 125, 123, 576, 121, 143, 1927, 270, 565, 30271, 50125.

14. Выписать отдельно числа, которые делятся без остатка на 3; 9: 96, 78, 87, 234, 393, 1293, 570, 9810, 24300, 5671, 2006, 20151, 5792.

15. Выписать отдельно произведения, которые делятся без остатка на 2; 5:

- | | |
|-------------------------------------|--|
| 1) $62 \cdot 3 \cdot 17$; | 4) $281 \cdot 32 \cdot 125 \cdot 11$; |
| 2) $13 \cdot 225 \cdot 7$; | 5) $119 \cdot 23 \cdot 15$; |
| 3) $17 \cdot 3 \cdot 19 \cdot 26$; | 6) $239 \cdot 122 \cdot 97$. |

16. Выписать отдельно произведения, которые делятся без остатка на 3; 9:

- | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| 1) $162 \cdot 13 \cdot 710$; | 4) $56 \cdot 11 \cdot 43 \cdot 17$; |
| 2) $31 \cdot 57 \cdot 738$; | 5) $761 \cdot 351 \cdot 25$; |
| 3) $22 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 20$; | 6) $831 \cdot 1561 \cdot 34$. |

§ 3. Наибольший общий делитель (НОД). Наименьшее общее кратное (НОК)

17. Записать все простые числа от 1 до 60.

18. Записать все составные числа от 60 до 90.

19. Записать все делители числа:

1) 60; 2) 45; 3) 80; 4) 125.

20. Разложить на простые множители число:

1) 52; 4) 290; 7) 1080;

2) 78; 5) 425; 8) 1176;

3) 105; 6) 630; 9) 5400.

21. Найти наибольший общий делитель (НОД) чисел:

1) 12 и 36; 4) 560 и 840; 7) 126, 540 и 630;

2) 28 и 64; 5) 70, 105 и 175; 8) 210, 1260, 245;

3) 360; 396; 6) 120, 144 и 324; 9) 2120, 3900 и 4500.

22. Написать пять чисел, кратных числу:

1) 3; 3) 5; 5) 10; 7) 25;

2) 4; 4) 8 6) 20; 8) 30.

23. Вместо знака * написать такую цифру, чтобы получить число, кратное числу 3:

1) $5*2$; 3) $56*32$; 5) $997*2$;

2) $71*31$; 4) $18*10$; 6) $100*235$.

24. Найти наименьшее общее кратное (НОК) чисел:

1) 12 и 16; 3) 58 и 145; 5) 84, 98 и 140;

2) 45 и 50; 4) 210 и 350; 6) 108, 216 и 135.

§ 4. Обыкновенные дроби.

Действия над обыкновенными дробями

25. Сократить дроби:

1) $\frac{6}{9}$; 3) $\frac{25}{625}$; 5) $\frac{36}{54}$; 7) $\frac{2700}{4050}$;

2) $\frac{14}{21}$; 4) $\frac{24}{56}$; 6) $\frac{42}{98}$; 8) $\frac{1680}{1890}$.

26. Сократить дроби:

1) $\frac{7 \cdot 6}{12 \cdot 21}$; 2) $\frac{11 \cdot 25}{15 \cdot 22}$; 3) $\frac{17 \cdot 12 \cdot 56}{51 \cdot 36 \cdot 8}$; 4) $\frac{121 \cdot 19 \cdot 36 \cdot 225}{25 \cdot 11 \cdot 38 \cdot 6}$;

5) $\frac{49 \cdot 77 \cdot 56 \cdot 100}{33 \cdot 70 \cdot 28 \cdot 42}$; 6) $\frac{231 \cdot 177 \cdot 63 \cdot 35}{77 \cdot 59 \cdot 100 \cdot 3}$; 7) $\frac{210 \cdot 85 \cdot 300}{147 \cdot 1000 \cdot 65}$.

27. Записать смешанное число в виде неправильной дроби:

1) $1\frac{2}{3}$; 3) $11\frac{2}{5}$; 5) $20\frac{1}{15}$; 7) $121\frac{1}{2}$;

2) $2\frac{3}{7}$; 4) $7\frac{12}{13}$; 6) $13\frac{5}{12}$; 8) $56\frac{1}{100}$.

28. Записать неправильную дробь в виде смешанного числа:

1) $\frac{8}{3}$; 3) $\frac{18}{13}$; 5) $\frac{120}{7}$; 7) $\frac{291}{12}$;

2) $\frac{12}{5}$; 4) $\frac{27}{4}$; 6) $\frac{264}{15}$; 8) $\frac{1002}{81}$.

29. Записать дробь, обратную для дроби:

1) $\frac{3}{4}$; 2) $\frac{12}{13}$; 3) $\frac{12}{19}$; 4) $\frac{23}{16}$; 5) $\frac{5}{3} \cdot \frac{9}{10}$; 6) $\frac{8}{7} \div \frac{16}{21}$; 7) $\frac{5}{2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{6}$.

30. Привести дроби к наименьшему общему знаменателю:

1) $\frac{11}{18}; \frac{7}{24} \dot{=} \frac{13}{40}$; 2) $\frac{17}{30}; \frac{1}{36} \dot{=} \frac{25}{42}$; 3) $\frac{3}{5}; \frac{7}{4} \dot{=} \frac{8}{5}$; 4) $\frac{7}{6}; \frac{13}{24} \dot{=} \frac{5}{8}$.

31. Найти значение выражений:

1) $\left(\frac{51}{60} \cdot \frac{12}{17}\right) \div \frac{3}{10}$; 4) $\left(3\frac{1}{12} + 1\frac{5}{12}\right) \div 1\frac{1}{2}$;

2) $\left(\frac{12}{95} \div \frac{9}{38}\right) \cdot \frac{15}{16}$; 5) $\frac{3}{4} \div \frac{5}{6} + 2\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} - 1 \div 1\frac{1}{9}$;

3) $7\frac{1}{8} \div 4\frac{3}{4} \cdot 8$; 6) $\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{5}{9} - \frac{10}{6}\right) \cdot 13$.

Ответы: 1) 2; 2) $\frac{1}{2}$; 3) 6; 4) 3; 5) $\frac{5}{3}$; 6) 0.

32. Выполнить действия:

1) $\left(5 + 2\frac{3}{8}\right) \cdot \left(4\frac{1}{6} + 10\right) \cdot \frac{48}{85}$; 2) $\left(5 + 2\frac{3}{8}\right) \cdot \left(4\frac{1}{6} - 3\right) \div \frac{49}{16}$;

3) $\frac{5}{22} \cdot \frac{2}{5} - \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{22} + \frac{3}{11}$; 4) $\frac{9}{56} - \left(\frac{7}{15} - \frac{5}{12}\right) \cdot \left(\frac{3}{14} + \frac{1}{2}\right)$;

$$5) \left(3\frac{1}{14} - 2\frac{5}{7}\right) \cdot \left(7 - 6\frac{3}{5}\right); 6) 1\frac{2}{7} \cdot 1\frac{1}{4} \div \frac{9}{4} \cdot 2\frac{1}{5}.$$

Ответы: 1) 59; 2) $\frac{59}{21}$; 3) $\frac{17}{55}$; 4) $\frac{1}{8}$; 5) $\frac{1}{7}$; 6) $\frac{11}{7}$.

33. Вычислить:

$$1) \frac{3\frac{3}{4} \div 1\frac{1}{2} + \left(1\frac{1}{2} \div 3\frac{3}{4}\right) \cdot 2\frac{1}{2} + \left(1\frac{1}{7} - \frac{23}{49}\right) \div \frac{22}{147}}{2 \div 3\frac{1}{5} + \left(3\frac{1}{4} \div 13\right) \div \frac{2}{3} - \left(2\frac{5}{18} - \frac{17}{36}\right) \cdot \frac{18}{65}};$$

$$2) \frac{\left(\left(3\frac{7}{12} - 2\frac{11}{18} + 2\frac{1}{24}\right) \cdot 1\frac{5}{31} - \frac{3}{52} \left(3\frac{1}{2} + \frac{5}{6}\right)\right) \cdot 1\frac{7}{13}}{\frac{19}{84} \div \left(5\frac{13}{42} - 2\frac{13}{28} + \frac{5}{24}\right) + 1\frac{2}{27} - \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9}}.$$

Ответы: 1) 16; 2) 5.

§ 5. Десятичные дроби

34. Обратить обыкновенные дроби в десятичные:

$$1) \frac{2}{5}; 2) \frac{7}{20}; 3) \frac{3}{200}; 4) \frac{321}{400}; 5) \frac{9}{625}; 6) \frac{121}{80}; 7) \frac{18}{50}; 8) \frac{3149}{2500}.$$

35. Выписать обыкновенные дроби, которые можно обратить в конечные десятичные:

$$1) \frac{3}{6}; 2) \frac{4}{12}; 3) \frac{25}{15}; 4) \frac{17}{25}; 5) \frac{69}{80}; 6) \frac{11}{30}; 7) \frac{7}{252}; 8) \frac{13}{405}.$$

36. Выполнить действия:

$$1) 0,495 \cdot (0,3 \div 0,15) + 0,4 \div (3,6 \div 0,09);$$

$$2) 0,48 + 2 \cdot (3 - 0,6 \div (1,5 + 0,35 \div (1 - 1,5 \cdot 0,2) + 0,5));$$

$$3) \frac{2 - 0,25 \cdot 0,8}{0,16 \cdot 0,5 + 0,01}; \quad 4) \frac{\left(7,5 + 6\frac{2}{3}\right) \cdot 0,12}{4,5 + \frac{3}{5}};$$

$$5) \left(2,314 - \frac{1}{4}\right) \div 0,02 + \left(3\frac{3}{8} + 1,425\right) \div 6;$$

$$6) \frac{4\frac{7}{4} \div 2 - \left(1 \div \frac{1}{25} - 2,5 \div \frac{1}{10}\right) \cdot 8\frac{8}{17}}{1\frac{1}{3} \div 0,5 + 13\frac{1}{3}} + 6 \div 7;$$

$$7) \left(3\frac{3}{5} + 0,25 + 2\frac{3}{4}\right) \div \left(28,75 + 92\frac{1}{4} - 15\right) \div 0,0625.$$

Ответы: 1) 1; 2) 6; 3) 20; 4) $\frac{1}{3}$; 5) 104; 6) 1; 7) 1.

37. Обратить обыкновенную дробь в периодическую:

$$1) \frac{7}{6}; 2) \frac{25}{12}; 3) \frac{31}{6}; 4) \frac{12}{7}; 5) \frac{21}{9}; 6) \frac{125}{15}; 7) \frac{226}{12}; 8) \frac{144}{11}.$$

38. Обратить периодическую дробь в обыкновенную:

$$1) 0,(4); 2) 0,2(1); 3) 2,(4); 4) 1,12(3); 5) 3,(25); 6) 0,32(41);$$

$$7) 3,2(47); 8) 0,03(56); 9) 10,(125); 10) 4,123(3).$$

39. Вычислить:

$$1) \frac{1}{2} \cdot 0,(3) - 2 \cdot 0,08333\dots; 2) 0,5 + 2,(3) \cdot \frac{9}{7};$$

$$3) -2,75 + 3,(6) \cdot \frac{33}{44} + \frac{123}{27} \cdot 0; 4) 0,1(3) + \frac{1}{30} \cdot \left(\frac{3}{5} + 29,4\right).$$

Ответы: 1) 0; 2) 3,5; 3) 0; 4) $1\frac{2}{15}$

40. Найти значения выражения:

$$1) \frac{0,8333\dots - 0,4(6) \cdot 1,125 + 1,75 - 0,41(6)}{1\frac{5}{6}} \cdot \frac{0,59}{0,59};$$

$$2) \frac{\left(\frac{5}{8} + 2,708333\dots\right) \div 2,5}{(1,3 + 0,7(6) + 0,(36)) \cdot \frac{110}{401}} \cdot \frac{1}{2};$$

$$3) \frac{\left(2\frac{38}{45} - \frac{1}{15}\right) \div 13\frac{8}{9} + 3\frac{3}{65} \cdot 0,(26)}{(18,5 - 13,777\dots) \cdot \frac{1}{85}} \cdot 0,5;$$

$$4) \frac{0,5 + \frac{1}{4} + 0,1666\dots + 0,125}{0,(3) + 0,4 + \frac{14}{15}} + \frac{(3,75 - 0,625) \cdot \frac{48}{125}}{12,8 \cdot 0,25};$$

$$5) \frac{\left(0,666\dots + \frac{1}{3}\right) \div 0,25}{0,12333\dots \div 0,0925} + 12,5 \cdot 0,64;$$

$$6) \left(16\frac{1}{2} - 13\frac{7}{9}\right) \cdot \frac{18}{33} + 2,2 \cdot (0,(24) - 0,(09)) + \frac{2}{11}.$$

Ответы: 1) $\frac{5}{6}$; 2) 1; 3) 9; 4) 1; 5) 11; 6) 2.

41. Округлить число $\alpha = 1232,67351$ с точностью до:
1) десятых; 2) сотых; 3) тысячных.

42. Округлить число $\alpha = 123,3576$ с точностью до:
1) десятых; 2) сотых; 3) тысячных.

§ 6. Отношения. Пропорции

43. Найти отношение:

1) 103,5 км к 14 км; 2) 1,5 км к 500 м; 3) 80 см к 5 м;

4) 3 м к 150 см; 5) 72 к 216; 6) $\frac{1}{24}$ к $\frac{1}{6}$ 7) 3,5 к 14;

8) $5\frac{1}{4}$ к $12\frac{16}{17}$; 9) 16 к 15 с точностью до тысячных;

10) 2 к 7 с точностью до сотых;

11) 1,5 к 2,3 с точностью до тысячных;

12) 16 к 17 с точностью до десятых.

44. Заменить отношение дробных чисел отношением целых чисел:

$$1) \frac{2}{3} \div \frac{3}{5}; \quad 4) \frac{1}{2} \div 2,5; \quad 5) \frac{1}{4} \div \frac{5}{21} \div \frac{7}{18};$$

$$2) \frac{11}{12} \div \frac{5}{24}; \quad 5) 3,06 \div \frac{4}{7}; \quad 6) 2\frac{1}{3} \div \frac{5}{6} \div 1\frac{5}{24};$$

$$3) 4\frac{4}{5} \div 3\frac{3}{7}; \quad 6) 6\frac{1}{2} \div 5,3; \quad 7) \frac{7}{18} \div 2\frac{5}{24} \div \frac{7}{72}.$$

45. Во сколько раз число a больше чем b :

$$1) a=10, b=4; \quad 2) a=12,3, b=3; \quad 3) a=\frac{10}{3}, b=\frac{5}{6};$$

$$4) a=17\frac{1}{2}, b=5; \quad 5) a=2,333\dots, b=\frac{1}{3}; \quad 6) a=4,1, b=2\frac{13}{14}.$$

46. Какую часть число a составляет от числа b :

$$1) a=2, b=4; \quad 2) a=1,2, b=12; \quad 3) a=\frac{2}{3}, b=4;$$

$$4) a=2\frac{1}{5}, b=11; \quad 5) a=0,3, b=3; \quad 6) a=10, b=10000.$$

47. Проверить пропорцию:

$$1) 4 \div 14 = 14 \div 49; \quad 4) 2,25 \div 9 = 0,3 \div 2;$$

$$2) 24 \div 3 = 36 \div 4; \quad 5) 10,2 \div 0,66 = 0,85 \div 0,055;$$

$$3) 4\frac{1}{2} \div 3\frac{1}{2} = 27 \div 21; \quad 6) 24\frac{3}{5} \div 3 = \frac{5}{6} \div \frac{5}{246}.$$

48. Составить пропорцию из равенства:

$$1) 15 \cdot 42 = 18 \cdot 35; \quad 4) 25 \cdot 0,18 = 1,5 \cdot 3;$$

$$2) 55 \cdot 54 = 45 \cdot 66; \quad 5) 12,5 \cdot 4 = 20 \cdot 2,5;$$

$$3) 2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{2}{7} = \frac{5}{7} \cdot \frac{9}{2}; \quad 6) 2\frac{1}{2} \cdot 0,9 = \frac{4}{15} \cdot \frac{135}{16}.$$

49. Составить пропорцию из чисел:

$$1) 0,4; 0,32; 0,8 \text{ и } 0,16; \quad 4) 16; 24; 54 \text{ и } 36;$$

$$2) 11; 4; 16 \text{ и } 44; \quad 5) 14,4; 1,6; 6 \text{ и } 54;$$

$$3) \frac{2}{3}; \frac{5}{6}; \frac{3}{8} \text{ и } \frac{3}{10}; \quad 6) 7,5; 5\frac{1}{4}; 1\frac{9}{16} \text{ и } 25,2.$$

50. Решить пропорцию:

$$1) 1,2 \div \frac{2}{5} = x \div 0,5; \quad 5) 1,8 \div z = 0,9 \div \frac{1}{5};$$

$$2) x \div \frac{5}{7} = 4,5 \div 1 \frac{2}{7}; \quad 6) \frac{3}{4} \div 1,5 = \frac{3}{8} \div b;$$

$$3) \frac{5}{9} \div x = \frac{1}{8} \div 3 \frac{3}{4}; \quad 7) 3,5 \div x = 0,8 \div 2,4;$$

$$4) 3 \frac{1}{2} \div 0,4 = x \div 1 \frac{1}{7}; \quad 8) \frac{1}{6} \div 2 \frac{1}{3} = 3 \frac{1}{4} x \div 1,3.$$

51. Найти x из пропорции:

$$1) \frac{1,2 \div 0,375 - 0,2}{6 \frac{4}{25} \div 15 \frac{2}{5} + 0,8} = \frac{0,016 \div 0,12 + 0,7}{x};$$

$$2) \frac{\left(4 - 3,5 \cdot \left(2 \frac{1}{7} - 1 \frac{1}{5}\right)\right) \div 0,16}{x} = \frac{3 \frac{2}{7} - \frac{3}{14} \div \frac{1}{6}}{41 \frac{23}{84} - 40 \frac{49}{60}};$$

$$3) \frac{0,125x}{\left(\frac{19}{24} - \frac{21}{40}\right) \cdot 8 \frac{7}{16}} = \frac{\left(1 \frac{28}{63} - \frac{17}{21}\right) \cdot 0,7}{0,675 \cdot 2,4 - 0,02};$$

$$4) \frac{x}{10,5 \cdot 0,24 - 15,15 \div 7,5} = \frac{9 \cdot \left(1 \frac{11}{20} - 0,945 \div 0,9\right)}{1 \frac{3}{40} - 4 \frac{3}{8} \div 7};$$

$$5) \frac{15,2 \cdot 0,25 - 48,51 \div 14,7}{x} = \frac{\left(\frac{13}{44} - \frac{2}{11} - \frac{5}{66} \div 2 \frac{1}{2}\right) \cdot 1 \frac{1}{5}}{3,2 + 0,8 \cdot \left(5 \frac{1}{2} - 3,25\right)}.$$

Ответы: 1) $\frac{1}{3}$; 2) 1; 3) 5; 4) 5; 5) 25.

§ 7. Проценты

52. Записать в виде дроби или натурального числа:

- 1) 5 %; 2) 20 %; 3) 47 %; 4) 100 %;
5) 7,6 %; 6) 0,37 %; 7) 1 %; 8) 200%.

53. Записать число в процентах:

1) 0,5; 2) 3,12; 3) 0,06; 4) 1,17; 5) $\frac{3}{10}$; 6) $2\frac{27}{100}$;

7) $\frac{3}{25}$; 8) $2\frac{3}{5}$; 9) 1; 10) 10; 11) 100; 12) $1\frac{2}{3}$.

54. Найти:

1) 4 % от 50; 4) 32 % от 12,5; 7) 10,5 % от 100;

2) 12 % от 160; 5) 6,25 % от 64; 8) 0,5 % от 1,25;

3) 30 % от 2000; 6) $11\frac{3}{4}$ % от $5\frac{2}{47}$ 9) 2,12 % от $12\frac{3}{4}$.

55. Найти число, если:

1) 4 % его равны 75; 2) 15 % его равны 1,35;

3) 0,8 % его равны 5; 4) 120 % его равны 25;

5) $16\frac{2}{3}$ % его равны 2,5; 6) 5 % его равны $\frac{10}{7}$.

56. Найти x , если:

1) $7\% \cdot x = 182$; 2) $60\% \cdot x = 32$; 4) $1\frac{2}{3}\% \cdot x = 4,75$;

5) $7,5\% \cdot x = 3,3$; 6) $2,5\% \cdot x = 0,15$; 7) $11,5\% \cdot x = 0,116$;

8) $120\% \cdot x = 24,4$; 9) $500\% \cdot x = 1550$; 10) $0,17\% \cdot x = 0,51$.

57. Найти процентное отношение чисел:

1) 1 к 4; 2) 3 к 5; 3) 5 к 2; 4) 12,5 к 50; 5) 3,2 к 1,28;

6) 0,35 к $\frac{7}{24}$; 7) 0,(3) к $\frac{2}{9}$; 8) 1,(8) к $\frac{17}{81}$; 9) 2,1(6) к 4,69(4).

58. Найти число, если известно, что 25 % его равны 45 % от числа 640 000.

Ответ: 1152000.

59. Сколько процентов число a составляет от числа b :

1) $a = 5, b = 10$; 2) $a = 12, b = 24$; 3) $a = 3,5, b = \frac{1}{4}$;

4) $a = 1\frac{3}{5}, b = 5\frac{1}{4}$; 5) $a = \frac{1}{4} + 0,75, b = 15 + 3 \div \frac{3}{4}$.

Решить задачу и выбрать правильный ответ:

60. Положительные числа a и b такие, что число a составляет 50 % от числа b . Сколько процентов число b составляет от числа a ?
А) 25 %; Б) 50 %; В) 100 %; Г) 200 %.
61. Положительные числа a и b такие, что число a составляет 160 % от числа b . Сколько процентов число b составляет от числа a ?
А) 60 %; Б) 80 %; В) 62,5 %; Г) 64,5 %.
62. Цена некоторого товара изменилась с 120 грн. до 150 грн. На сколько процентов повысилась цена товара?
А) на 25 %; Б) на 30 %; В) на 20 %; Г) на 24 %.
63. Сколько граммов соли надо добавить к 800 г 12–процентного раствора соли, чтобы получить 20–процентный раствор?
А) 56 г; Б) 60 г; В) 80 г; Г) 64 г.
64. Какой процент сахара в растворе, если 600 г раствора содержит 27 г сахара?
А) 5 %; Б) 4,5 %; В) 4 %; Г) 3,5 %.
65. Сколько процентов соли в растворе, если 700 г такого раствора содержит 112 г соли?
А) 15 %; Б) 16 %; В) 17 %; Г) 18 %.
66. Как изменится величина обыкновенной дроби, если её числитель увеличить на 50 %, а знаменатель уменьшить на 50 % ?
А) не изменится; В) уменьшится в 4 раза;
Б) увеличится в 2 раза; Г) увеличится в 3 раза.
67. Банк платит своим клиентам 8% годовых. Сколько денег надо положить в банк, чтобы через год получить 1200 грн. прибыли?
А) 10000 грн.; Б) 12000 грн.; В) 15000 грн.; Г) 18000 грн.
68. На сколько процентов увеличится площадь квадрата, если его сторону увеличить на 10%?
А) на 100 %; Б) на 40 %; В) на 21 %; Г) на 10 %.
69. Организм взрослого человека на 70% состоит из воды. Сколько воды в организме человека массой 75 кг?
А) 50 кг; Б) 52,5 кг; В) 46 кг; Г) 38 кг.

70. Студент прочитал 138 страниц, что составляет 23 % числа всех страниц в книге. Сколько страниц в книге?

А) 276; Б) 414; В) 600; Г) 230.

71. 80 иностранных студентов подготовительного факультета будут учиться в Национальном авиационном университете. Они составляют 80 % от числа всех студентов подготовительного факультета. Сколько иностранных студентов учатся на подготовительном факультете?

А) 95; Б) 100; В) 110; Г) 80.

Раздел 2

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ. ТОЖДЕСТВЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

§ 8. Степень с натуральным и целым показателем

72. Прочитать степень и найти её значение (устно):

$$4^2, 2^3, 3^4, 1^{10}, (-5)^4, (-10)^3, \left(\frac{1}{6}\right)^2, \left(\frac{7}{8}\right)^0, (1,2)^1, \left(1\frac{1}{2}\right)^4.$$

73. Записать в виде степени выражение:

1) $x^2 \cdot x^5$; 2) $x^2 \cdot x^5 \cdot x^6$; 3) $(-a^2)^3$; 4) $-x^2 \cdot x^3$; 5) $(a^2 \cdot a^3)^4$;

6) $((m^2)^3)^4$; 7) $(b^6 \div b^4)^3$; 8) $(z^4)^3 \div (z^2)^4$; 9) $x^{m+2} \cdot x^{m-1}$.

74. Найти значение выражения:

1) $2^2 \cdot 2^3$; 2) $(-3)^2 \cdot (-3)^3$; 3) $12^6 \div 12^5$; 4) $(-1)^6 \cdot (-3)^{-3} \cdot 9^2$;

5) $\left(\frac{1}{4}\right)^3 \div (2^2)^3$; 6) $64 \div 2^3 \cdot \frac{1}{16}$; 7) $2\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2$; 8) $\left(3\frac{2}{5}\right)^2 \div \left(\frac{17}{5}\right)^3$.

75. Вычислить:

1) $\frac{12^5}{2^3 \cdot 4^4}$; 3) $\frac{2^8 \cdot 7^9}{14^{10}} \cdot \frac{26^5 \cdot 2^{10}}{13^6 \cdot 8^4}$; 5) $\frac{7^{30} - 7^{29}}{7^{29} - 7^{27}}$;

2) $\frac{(5^2)^3 \cdot 125}{625}$; 4) $\frac{10^6}{2^5 \cdot 5^7} \div \frac{12^2}{2^3 \cdot 3^4}$; 6) $\frac{8^6 \cdot 64^4 \cdot 16^7}{128 \cdot 32^5 \cdot (4^3)^6}$.

Ответы: 1) 121,5; 2) 3125; 3) $\frac{2}{91}$; 4) 1,8; 5) $\frac{1}{4}$; 6) 4.

76. Написать дробь в виде степени с отрицательным показателем:

1) $\frac{1}{8}; \frac{1}{64}; \frac{16}{25}; \frac{2}{3}$; 2) 0,1; 0,01; 0,000001; 0,125; 0,0081.

77. Найти значение степени:

1) $(-9)^0$; 2) 3^{-1} ; 3) $(-4)^{-2}$; 4) 1^{-23} ; 5) $(-5)^{-3}$; 6) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$;

7) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-4}$; 8) $\left(1\frac{2}{3}\right)^{-3}$; 9) $(0,5)^{-4}$; 10) $(1,333\dots)^{-2}$.

78. Найти значение выражения:

1) $3^{-3} \cdot 3^7 \cdot 3^{-5}$; 2) $5^{-5} \div 5^{-7}$; 3) $9^{-2} \cdot 27^2$; 4) $16^{-2} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-6}$;

5) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-5} \div \left(\frac{5}{4}\right)^7$; 6) $\frac{5^{-2} \cdot 25^4}{625}$; 7) $2^{-12} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-10} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-5} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$;

8) $\left(2^{-4} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{-7} \cdot 16^{-3} \cdot 64^{-1}\right) \div \left(\frac{(3^4)^{-7} \cdot (9^2)^6}{27^{-5} \cdot (81^{-1})^{-3}}\right)$;

9) $\frac{\frac{1}{4} + 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{(0,5)^{-1} + 5} + \frac{9^{-2} + (0,75)^{-4} \cdot (-0,5)^2 - (2,7)^{-1}}{(0,3)^0 - 12 \cdot 3^{-3}}$.

Ответы: 1) $\frac{1}{3}$; 2) 25; 3) 9; 4) 16; 5) $\frac{16}{25}$; 6) 25; 7) 2,5; 8) 1,5; 9) $\frac{16}{9}$.

79. Записать в стандартном виде число, указать его порядок:

1) 384; 2) 12; 3) 0,012; 4) $\frac{1}{2}$; 5) 0,4; 6) 134,5; 7) 1,003; 8) $\frac{125}{1000}$; 9) $\frac{3}{5}$.

80. Число молекул газа в 1 см^3 при 0°C и давлении 760 мм. рт. ст равно 27 000 000 000 000 000 000. Записать это число в стандартном виде.

§ 9. Одночлены. Многочлены

81. Из данных выражений выбрать одночлены:

1) $\frac{2x^{-2}y}{3}$; 2) $-5abc^3$; 3) $\frac{8mn}{3}$; 4) $\frac{2ad}{b}$; 5) $-3d$;

$$6) \left(2 + \frac{3}{2}\right) s^3 p t^2; 7) \frac{fd}{c}; 8) st^3 u \cdot 12; 9) -\frac{23}{4}; 10) -n.$$

82. Записать одночлен в стандартном виде, назвать его коэффициент и степень:

$$1) 12m^2 \cdot 10n; 2) \frac{2}{5} ab \cdot 5a^2 b^3; 3) x^3 \cdot \frac{3x}{5} \cdot 15xy; 4) 15m^2 n^3 mn^2;$$

$$5) (-3ab) \cdot \left(-\frac{2}{3} ba^3\right) \cdot 1\frac{2}{5} b; 6) abc^2 \cdot 0,1a \cdot \frac{10}{3} bc.$$

83. Возвести в степень одночлен:

$$1) (3a^3 bc^2)^4; 2) \left(1\frac{1}{2} m^5 n^3\right)^2; 3) (0,1x^m y^3 z)^4; 4) \left(-\frac{3}{2} a^4 bc^5\right)^3.$$

84. Упростить выражение:

$$1) (-6a^3 b^2 c) \cdot 2a^2 bc^2; \quad 4) (-5x^{n+1}) \cdot (-2x^3);$$

$$2) 3a^n \cdot (-5a^2); \quad 5) 2,4k^2 b^4 \cdot (-0,5k^3);$$

$$3) \left(1\frac{1}{4} a^2 b^2 c^2 d\right) \cdot \left(-\frac{2}{5} a^3 bc^3\right); \quad 6) \left(-\frac{2}{3} a^{n-1} b^2\right) \cdot \left(\frac{9}{4} a^{n+1} b^{k-2}\right).$$

85. Разделить:

$$1) \left(-\frac{2}{5} x^5 y^3 z^2\right) \div \left(-\frac{1}{2} x^2 yz\right); \quad 4) \left(-1\frac{3}{4} a^4 b^2 c^5\right) \div \left(\frac{4}{7} a^3 b^2 c\right);$$

$$2) \left(\frac{3}{4} a^3 b^5 c^2\right) \div \left(-1\frac{1}{2} ab^2 c\right); \quad 5) \left(\frac{x^8 y^{3n} z^{2m}}{5}\right) \div \left(\frac{x^7 y^n z^m}{25}\right);$$

$$3) 0,4m^7 n^5 k^4 \div (-0,5m^6 n^2 k^3); \quad 6) 1,2x^{n-1} y^5 \div (0,3x^{n+1} y^2).$$

86. Определить степень многочлена:

$$1) 3x^2 yz^3 + x^5 yz^2; 2) -5a^2 b + 4a;$$

$$3) 2a + 3b + 1; 4) 2x - 3x^2 + 4.$$

87. Умножить одночлен на многочлен:

$$1) 2xy(2x^2 - 5xy + y^2);$$

$$2) -3ax^2(-2a^2 x + 5a^2 x^2 - 5ax^3 + 3x^4);$$

$$3) 1\frac{1}{3}ab\left(\frac{3}{4}a^2b - 1\frac{1}{2}ab^2 - \frac{5}{6}b^3\right);$$

$$4) (2,25x^2 - 1,5xy + 2,5y^2) \cdot (-2,4xy);$$

$$5) -1\frac{1}{2}k^2 \cdot \left(0,5k^2p - 1\frac{1}{4}kp + 0,2p^2\right);$$

$$6) (15a^{x+11} - 10a^x) \cdot \frac{x}{5};$$

$$7) 8d^{n-1} \cdot \left(0,5d^{n+1} - \frac{3}{4}d\right);$$

$$8) -6x^m y^m \cdot \left(-0, (3)x^{2-m} - \frac{1}{2}y^{4-m}\right).$$

88. Раскрыть скобки и привести подобные:

$$1) (12a - 6x) - (6a - 5x); 2) -(12x^3 + 5xy) + (10xy - x^3);$$

$$3) (4a^2 - 2ax - y^2) - (-a^2 + x^2 - 2ax) + (3a^2 - ax + y^2);$$

$$4) 3a - (2x - (6a - (x - y) + x + (a + 8y - xy))).$$

89. Умножить многочлен на многочлен:

$$1) (4x^2 - 1)(x^2 + 3); 2) (5ab^2 + 4b^3)(3ab^3 - 4a^2);$$

$$3) (x^3 + x^2y + xy^2 + y^3)(x - y);$$

$$4) (x^3 + 3x^2y - 3xy^2 + 4y^3)(2x + 3y);$$

$$5) \left(\frac{1}{3}a - \frac{1}{2}b + \frac{1}{4}z\right)\left(\frac{1}{3}b - \frac{1}{2}a - \frac{1}{4}c\right);$$

$$6) (1,44p^2 + 0,6pq + 0,25q^2)(1,2p - 0,5q).$$

90. Выполнить действия:

$$1) (m^2 - mn) \div m - (n^2 - mn) \div n - (m - n);$$

$$2) 8 \cdot \left(\frac{3}{4}x - 1\right) + (-15x^2 + 5x) \div (-5x) + (-3x + 2);$$

$$3) 4(4t^2 - 4t + 1)\left(0,5t + \frac{1}{4}\right) + (2t^6 - t^5) \div \left(-\frac{1}{4}t^3\right);$$

$$4) \left(\frac{2}{5}(a-3b)(a+3b) - \frac{1}{6}(2a-1,5b)(3a+6b) \right) \div \frac{1}{4}b.$$

Ответы: 1) $m-n$; 2) $6x-7$; 3) $1-2t$; 4) $-2,4\frac{a^2}{b}-8,4b-5a$.

91. Выполнить действия с помощью формул сокращённого умножения:

1) $(2+a)^2$; 2) $(x-0,4)^2$; 3) $(5x-2y)^2$; 4) $(a^2+1)^2$;

5) $(c^3-1)^2$; 6) $\left(\frac{a}{4}+\frac{b}{3}\right)^2$; 7) $\left(2\frac{1}{2}x-1\frac{1}{2}y\right)^2$;

8) $\left(\frac{3}{4}a^2-0,5b^3\right)^2$; 9) $(a^n+b^m)^2$; 10) $\left(\frac{1}{2}a^{n-1}b^2-a^{n+1}\right)^2$;

11) $(5x^3-2y^{n-1})^2$; 12) $(c-3d)^3$; 13) $(a^2+b^2)^3$;

14) $(0,2m-0,1n)^3$; 15) $(a+1)(a^2-a+1)$;

16) $(3a-4)(9a^2+12a+16)$; 17) $(n+0,5)(n^2-0,5n+0,25)$;

18) $\left(\frac{a}{2}-2b\right)\left(\frac{a^2}{4}+ab+4b^2\right)$; 19) $(2a+3)(2a-3)$;

20) $(6a^3+5b^2)(5b^2-6a^3)$; 21) $((x-2)(x+2))^2$;

22) $(x+2)^2-(x-2)(x+2)(x^2+4)$.

92. Записать трёхчлен в виде квадрата двучлена:

1) x^2+2x+1 ; 2) $4a^2+4ab+b^2$; 3) $n^2-6mn+9m^2$;

4) $25y^2+20xy+4x^2$; 5) $a^6-26a^3b^2+169b^4$;

6) $\frac{x^2}{36}-\frac{xy}{9}+\frac{y^2}{9}$; 7) $0,64x^2-8xy+25y^2$.

§ 10. Разложение многочлена на множители

93. Разложить на множители многочлен способом группировки:

1) $5a(x+y)-x-y$; 2) $x(a+y)+ay+y^2$;

3) $x^2-2x-xy+2y$; 4) $ax^2-cx^2-cx+ax-a+c$;

5) $2x^3 - 3x^2y - 4x + 6y$;

6) $12a^2y - 6a^2c + 3ac^2 - 6a^2yc - c + 2ay$.

94. Разложить на множители многочлен способом вынесения за скобки общего множителя:

1) $5x^2 - 10xy + 5y^2$; 2) $x^4 + 3x^3 - x^2$; 3) $3a^2x - 6ax^2 + 9ax$;

4) $x^2(a-2) + y(2-a)$; 5) $(a+x)^3 - a(a+x)^2$;

6) $-16x^2y^3z - 44x^2y^2z^2 + 4x^2yz^3$.

95. Разложить на множители многочлен с помощью формул сокращённого умножения:

1) $a^2 - 16$; 2) $9x^2 - 64y^2$; 3) $-4 + 169x^4y^{18}$; 4) $a^9 - 8$;

5) $x^3 + 27$; 6) $343m^6n^9 - 0,027t^3p^{21}$.

96. Разложить на множители:

1) $2a - a^2 - 6b + 9b^2$; 2) $81x^2 - 49x^2y^2 + 144xy + 64y^2$;

3) $a^4 + 4a^2 - 5$; 4) $a^3 - 3a + 2$; 5) $x^8 + x^4 + 1$; 6) $a^4 + a^2 - 2$;

7) $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$; 8) $15x^3 + x^2 - 2x$;

9) $y^2 - 10y + 25 - 4x^2$; 10) $49a^2 - 9x^2 + 30xy - 25y^2$.

§ 11. Алгебраические дроби

97. При каких значениях переменной дробь: а) не существует; б) равна нулю:

1) $\frac{x-1}{x}$; 2) $\frac{a+3}{a-3}$; 3) $\frac{25-n}{16-n^2}$; 4) $\frac{16+x^2}{(2-x)(3+x)}$; 5) $\frac{x}{x^2+4}$.

98. Сократить дробь:

1) $\frac{5x-25x^2}{5x}$; 4) $\frac{10t^2+2t}{3+15t}$; 7) $\frac{y^3-27}{6y-18}$;

2) $\frac{2m-14n}{3m-21n}$; 5) $\frac{z^6-z^4}{z-z^3}$; 8) $\frac{ax+ay+2x+2y}{a^2-4}$;

3) $\frac{a^2-36}{4a-24}$; 6) $\frac{x^2-81}{x^2+18x+81}$; 9) $\frac{12s^3-12}{6+6s^2+6s}$.

99. Выполнить действия:

$$\begin{array}{ll}
 1) \frac{a^2 - b^2}{a^2} \cdot \frac{a^4}{(a+b)^2}; & 5) \frac{3a^2 + 3ab + 3b^2}{4a + 4b} \cdot \frac{2a^2 - 2b^2}{9a^3 - 9b^3}; \\
 2) \frac{5 - 5a}{(1+a)^2} \div \frac{10 - 10a^2}{3 + 3a}; & 6) \frac{5x^2 - 10xy + 5y^2}{2x^2 - 2xy + 2y^2} \div \frac{8x - 8y}{10x^3 + 10y^3}; \\
 3) \frac{2a + 2b}{3a - 3b} \div \frac{6a + 6b}{5a - 5b}; & 7) \frac{a^2 - 5a + 6}{a^2 + 7a + 12} \cdot \frac{a^2 + 3a}{a^2 - 4a + 4}; \\
 4) \frac{(a+b)^2}{(b-a)^2} \cdot \frac{3(a-b)^2}{4(a+b)^2}; & 8) \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 3x - 10} \div \frac{x^2 + 7x + 12}{x^2 - 9x + 14}.
 \end{array}$$

Ответы: 1) $\frac{a^2(a-b)}{a+b}$; 2) $\frac{3}{2(1+a)^2}$; 3) $\frac{5}{9}$; 4) $\frac{-3}{4(a+b)}$;

5) $\frac{1}{6}$; 6) $\frac{25(x-y)(x+y)}{8}$; 7) $\frac{a(a-3)}{(a+4)(a-2)}$; 8) $\frac{(x-1)(x-7)}{(x+4)(x+5)}$.

100. Упростить выражение:

$$\begin{array}{l}
 1) \left(\frac{a}{a+1} + 1 \right) \div \left(1 - \frac{3a^2}{1-a^2} \right); 2) \left(\frac{2x+1}{2x-1} - \frac{2x-1}{2x+1} \right) \div \frac{4x}{10x-5}; \\
 3) \left(\frac{a+1}{2a-2} + \frac{6}{2a^2-2} - \frac{a+3}{2a+2} \right) \cdot \frac{4a^2-4}{3}; \\
 4) \left(\frac{5a}{a+x} + \frac{5x}{a-x} + \frac{10ax}{a^2-x^2} \right) \cdot \left(\frac{a}{a+x} + \frac{x}{a-x} - \frac{2ax}{a^2-x^2} \right); \\
 5) \left(\frac{b}{a^2+ab} - \frac{2}{a+b} + \frac{a}{b^2+ab} \right) \div \left(\frac{b}{a} - 2 + \frac{a}{b} \right); \\
 6) \left(\frac{x^2}{y^2} + \frac{y}{x} \right) \div \left(\frac{x}{y^2} - \frac{1}{y} + \frac{1}{x} \right); \\
 7) \left(\frac{3a}{1-3a} + \frac{2a}{3a+1} \right) \div \frac{6a^2+10a}{1-6a+9a^2}; \\
 8) \left(\frac{x}{x-a} - \frac{a}{x+a} \right) \div \left(\frac{x+a}{a} - \frac{x-a}{x} \right); \\
 9) \left(\frac{1}{x+1} - \frac{3}{x^3+1} + \frac{3}{x^2-x+1} \right) \cdot \left(x - \frac{2x-1}{x+1} \right);
 \end{array}$$

$$10) \left[\frac{p^2 - q^2}{pq} - \frac{1}{p+q} \cdot \left(\frac{p^2}{q} - \frac{q^2}{p} \right) \right] \div \frac{p-q}{p};$$

$$11) \left[\frac{2}{3x} - \frac{2}{x+y} \cdot \left(\frac{x+y}{3x} - x-y \right) \right] \div \frac{x-y}{x};$$

$$12) \left(\frac{2x^2y + 2xy^2}{7x^3 + x^2y + 7xy^2 + y^3} \cdot \frac{7x+y}{x^2-y^2} + \frac{x-y}{x^2+y^2} \right) \cdot (x^2 - y^2).$$

Ответы: 1) $\frac{1-a}{1-2a}$; 2) $\frac{10}{2x+1}$; 3) $6\frac{2}{3}$; 4) 5; 5) $\frac{1}{a+b}$; 6) $x+y$;

7) $\frac{1-3a}{2(1+3a)}$; 8) $\frac{ax}{x^2-a^2}$; 9) 1; 10) $\frac{p}{p+q}$; 11) $\frac{2x}{x-y}$; 12) $x+y$.

§ 12. Корень n -ой степени

101. Какие из чисел являются иррациональными:

$$-3; 6; \sqrt{8}; -1\frac{1}{3}; \sqrt[3]{9}; \sqrt{225}; \sqrt[3]{27}; \sqrt[5]{30}?$$

102. При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

$$1) \sqrt{x}; 2) \sqrt{x^2+8}; 3) \sqrt{(x+2)^2}; 4) \sqrt[4]{x+2}; 5) \sqrt[3]{x}?$$

103. Извлекь корень:

$$1) \sqrt{25 \cdot 64}; 2) \sqrt[3]{64 \cdot 125}; 3) \sqrt[3]{-100 \cdot 0,27}; 4) \sqrt{75 \cdot 48};$$

$$5) \sqrt[6]{4 \cdot 16}; 6) \sqrt{2\frac{3}{4} \cdot 1\frac{5}{11}}; 7) \sqrt{\frac{36}{49} \cdot \frac{196}{225}}; 8) \sqrt[3]{25 \cdot 135};$$

$$9) \sqrt[5]{16 \cdot 18 \cdot 27}; 10) \sqrt[3]{2 \cdot 10 \cdot 16 \cdot 25}; 11) \sqrt[6]{17^2 - 15^2};$$

$$12) \sqrt[4]{313^2 - 312^2}; 13) \sqrt{4410000}; 14) \sqrt[3]{343 \cdot 256 \cdot 16}.$$

104. Найти значение выражения:

$$1) \sqrt{27} \cdot \sqrt{3}; 2) \sqrt[5]{-2} \cdot \sqrt[5]{16}; 3) \sqrt{160} \cdot \sqrt{250}; 4) \sqrt{0,4} \cdot \sqrt{0,1};$$

$$5) \sqrt{\sqrt{65}+7} \cdot \sqrt{\sqrt{65}-7}; 6) \sqrt[4]{\sqrt{95}-\sqrt{14}} \cdot \sqrt[4]{\sqrt{95}+\sqrt{14}};$$

$$7) \sqrt[5]{2\sqrt{17}+10} \cdot \sqrt[5]{-2\sqrt{17}+10}; 8) \sqrt[3]{12-4\sqrt{5}} \cdot \sqrt[3]{12+4\sqrt{5}}.$$

105. Извлечь корень из дроби:

1) $\sqrt{\frac{49}{64}}$; 2) $\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$; 3) $\sqrt[3]{-2\frac{10}{27}}$; 4) $\sqrt[5]{\frac{-2}{64}}$; 5) $\sqrt{3\frac{1}{16}}$; 6) $\sqrt[3]{\frac{64}{343}}$.

106. Найти значение выражения:

1) $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$; 2) $\sqrt[4]{\sqrt{256}}$; 3) $\sqrt[5]{\sqrt{4}} \cdot \sqrt[5]{\sqrt{256}}$; 4) $\sqrt{\sqrt{12}} \cdot \sqrt[4]{\frac{27}{4}}$;
5) $\sqrt[3]{\sqrt{243}} \cdot \sqrt[4]{\sqrt{9}}$; 6) $\frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[6]{2}}$; 7) $\frac{\sqrt[3]{2^2 \cdot \sqrt{2}}}{\sqrt[4]{2^3 \cdot \sqrt[3]{2}}}$; 8) $\frac{\sqrt[9]{16 \cdot \sqrt{4}}}{\sqrt[6]{8 \cdot \sqrt[3]{2}}}$.

107. Привести корни к общему показателю и выполнить действия:

1) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{27}$; 2) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[5]{27}$; 3) $\sqrt[4]{32} \div \sqrt[8]{16}$; 4) $\sqrt[5]{m^4} \div \sqrt[15]{m^2}$;
5) $\sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt[4]{7 - 4\sqrt{3}}$; 6) $\sqrt[3]{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \cdot \sqrt[6]{5 + 2\sqrt{6}}$.

108. Вынести множитель из под знака корня:

1) $\sqrt{12}$; 2) $\sqrt[3]{54}$; 3) $\sqrt[5]{1215}$; 4) $\sqrt[4]{162}$; 5) $\sqrt[3]{16a^4b^6c^3}$; 6) $\sqrt[5]{m^6n^7}$.

109. Внести множитель под знак корня:

1) $5\sqrt{5}$; 2) $3\sqrt[3]{2}$; 3) $\frac{1}{2}\sqrt[4]{64}$; 4) $-2\sqrt[6]{\frac{1}{32}}$; 5) $10\sqrt[4]{0,24}$;
6) $-3\sqrt[5]{\frac{1}{3}}$; 7) $ab\sqrt{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$; 8) $x\sqrt[3]{1 + \frac{1}{x^2}}$; 9) $\frac{a}{b}\sqrt[n+1]{\frac{b^{n+1}}{a^{n+1}}}$.

110. Доказать подобие корней:

1) $\sqrt[3]{24}$ и $\sqrt[3]{81}$; 2) $\sqrt{216}$ и $\sqrt{\frac{3}{8}}$; 3) $\sqrt[4]{\frac{1}{27}}$ и $\sqrt[4]{0,1875}$;
4) $\sqrt{3}$ и $\sqrt{75}$; 5) $\sqrt[4]{\frac{1}{27}}$ и $\sqrt[4]{0,1875}$; 6) $\sqrt[4]{\frac{1}{125}}$ и $\sqrt[4]{\frac{80}{81}}$.

§ 13. Преобразования иррациональных выражений

111. Выполнить действия и упростить:

$$1) \frac{1+\sqrt{3}}{2} + \frac{2-\sqrt{3}}{3}; \quad 2) \frac{5+3\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{2}-1}{6};$$

$$3) \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}{3} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{2}}{5} - \frac{2\sqrt{2}-3\sqrt{3}-5\sqrt{5}}{15};$$

$$4) \frac{3\sqrt{6}-2\sqrt{5}+1}{3} - \frac{\sqrt{6}-3\sqrt{5}-2}{6} - \frac{4\sqrt{6}+5\sqrt{5}-1}{12}.$$

Ответы: 1) $\frac{7+\sqrt{3}}{6}$; 2) $\frac{17+7\sqrt{2}}{12}$; 3) $\frac{6\sqrt{2}+5\sqrt{3}+3\sqrt{5}}{15}$;

4) $\frac{13-3\sqrt{6}-4\sqrt{5}}{24}$.

112. Упростить выражение:

$$1) \sqrt{4-2\sqrt{3}}; \quad 2) \sqrt{6\sqrt{2}+11}; \quad 3) \sqrt{7-2\sqrt{6}}; \quad 4) \sqrt{4\sqrt{3}+7};$$

$$5) \sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}; \quad 6) \sqrt{6+2\sqrt{5}} - \sqrt{6-2\sqrt{5}};$$

$$7) \sqrt{12-2\sqrt{11+4\sqrt{7}}}; \quad 8) \sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-\sqrt{29-12\sqrt{5}}}};$$

$$9) \sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{5}}; \quad 10) \sqrt[3]{5\sqrt{2}+7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}.$$

Ответы: 1) $\sqrt{3}-1$; 2) $3+\sqrt{2}$; 3) $\sqrt{6}-1$; 4) $2+\sqrt{3}$; 5) 2; 6) 2;
7) $\sqrt{7}-1$; 8) 1; 9) 1; 10) 2.

113. Освободить знаменатель дроби от корней:

$$1) \frac{14}{\sqrt{7}}; \quad 2) \frac{12}{\sqrt[3]{3}}; \quad 3) \frac{40}{\sqrt[3]{10}}; \quad 4) \frac{a}{\sqrt[3]{a}}; \quad 5) \frac{1}{\sqrt{a+b}}; \quad 6) \frac{a-b}{\sqrt[3]{a-b}};$$

$$7) \frac{2}{2+\sqrt{2}}; \quad 8) \frac{12}{3-\sqrt{3}}; \quad 9) \frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}; \quad 10) \frac{a^2-b^2}{\sqrt{a}-\sqrt{b}};$$

$$11) \frac{17}{3\sqrt{5}-2\sqrt{7}}; \quad 12) \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}; \quad 13) \frac{\sqrt{10}-2\sqrt{3}}{2\sqrt{10}+\sqrt{3}};$$

$$14) \frac{n}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}; \quad 15) \frac{n}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}; \quad 16) \frac{6}{\sqrt[3]{7}-\sqrt[3]{4}}; \quad 17) \frac{1}{\sqrt[3]{2}+1};$$

$$18) \frac{4}{2-3\sqrt[3]{2}}; \quad 19) \frac{n}{\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}}; \quad 20) \frac{6}{\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{4}}.$$

114. Сократить дробь:

$$1) \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}; \quad 3) \frac{\sqrt[3]{x} - 9}{\sqrt[4]{x} + 3}; \quad 5) \frac{\sqrt[6]{9n} - \sqrt[6]{3n^2}}{\sqrt[3]{n} - \sqrt[3]{3}};$$

$$2) \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}}; \quad 4) \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3} - \sqrt{x}}; \quad 6) \frac{x + 1}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} + 1}.$$

115. Упростить выражение:

$$1) \left(\frac{3}{\sqrt{1+x}} + \sqrt{1-x} \right) \div \left(\frac{3}{\sqrt{1-x^2}} + 1 \right);$$

$$2) \left(\sqrt{a} + \frac{ab^2 + c}{\sqrt{ab^2 + c}} \right) \div (b\sqrt{a} + b\sqrt{ab^2 + c});$$

$$3) \left(\frac{m + \sqrt{m^2 - n^2}}{m - \sqrt{m^2 - n^2}} - \frac{m - \sqrt{m^2 - n^2}}{m + \sqrt{m^2 - n^2}} \right) \div \frac{4m\sqrt{m^2 - n^2}}{n^2};$$

$$4) \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b} - 1}{a + \sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{2\sqrt{ab}} \cdot \left(\frac{\sqrt{b}}{a - \sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{b}}{a + \sqrt{ab}} \right);$$

$$5) \left(\frac{\sqrt[4]{x} + 3}{\sqrt[4]{x} - 3} + \frac{\sqrt[4]{x} - 3}{\sqrt[4]{x} + 3} \right) \div \frac{27 + 3\sqrt{x}}{9 - \sqrt{x}};$$

$$6) \frac{5\sqrt[10]{y}}{3 + \sqrt[10]{y}} + \frac{\sqrt[10]{y} - 6}{3\sqrt[10]{y} + 9} \div \frac{6\sqrt[10]{y} - \sqrt[5]{y}}{135};$$

$$7) \left(\frac{8\sqrt[8]{a}}{7 + \sqrt[8]{a}} - \frac{15\sqrt[8]{a}}{\sqrt[4]{a} + 49 + 14\sqrt[8]{a}} \right) \div \frac{41 + 8\sqrt[8]{a}}{\sqrt[4]{a} - 49} + \frac{7\sqrt[8]{a} - 49}{7 + \sqrt[8]{a}};$$

$$8) \frac{(a^2 - b^2)(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})}{\sqrt[3]{a^4} + \sqrt[3]{ab^3} - \sqrt[3]{a^3b} - \sqrt[3]{b^4}}.$$

Ответы: 1) $\sqrt{1-x}$; 2) $\frac{1}{b}$; 3) 1; 4) $\frac{\sqrt{a}}{a}$; 5) $-\frac{2}{3}$; 6) $\frac{5(\sqrt[10]{y}-3)}{\sqrt[10]{y}}$;

7) $\sqrt[8]{a-7}$; 8) $a-b$.

§ 14. Степень с дробным показателем

116. Записать степень с дробным показателем в виде корня:

1) $5^{\frac{1}{2}}$; 2) $4^{-\frac{1}{3}}$; 3) $(mn)^{\frac{4}{5}}$; 4) $(a+b)^{1,5}$;

5) $3^{\frac{5}{6}}$; 6) $17^{-\frac{2}{3}}$; 7) $mn^{\frac{3}{2}}$; 8) $a^{-\frac{2}{5}}-b^{2,5}$.

117. Записать корень в виде степени с дробным показателем:

1) $\sqrt{3}$; 2) $\sqrt[3]{a^2}$; 3) $\sqrt[5]{7^{-2}}$; 4) $\sqrt[12]{64}$; 5) $\sqrt[4]{(2+x)^3}$.

118. Вычислить:

1) $25^{\frac{1}{2}}$; 2) $32^{\frac{1}{5}}$; 3) $8^{\frac{2}{3}}$; 4) $\left(12\frac{1}{4}\right)^{1,5}$;

5) $8^{\frac{1}{3}}$; 6) $625^{-\frac{1}{4}}$; 7) $\left(3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}$; 8) $0,0004^{-1,5}$.

9) $81^{\frac{3}{4}}$; 10) $64^{-\frac{2}{3}}$; 11) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-0,5}$; 12) $(0,008)^{-\frac{2}{3}}$.

119. Найти значение выражения:

1) $3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{6}}$; 2) $2^{\frac{5}{3}} \cdot 4^{\frac{5}{3}}$;

3) $5 \cdot 5^{\frac{3}{4}} \cdot \left(5^{-\frac{9}{4}}\right)^{\frac{1}{3}}$; 4) $(\sqrt[3]{16})^{\frac{9}{2}}$;

5) $3^{0,4} \cdot 9^{\frac{1}{4}} \cdot 27^{0,7}$; 6) $\left(8 \cdot 2^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{2}{3}} \div \sqrt[6]{2}$.

7) $(\sqrt[3]{9})^{\frac{9}{2}}$; 8) $\left(81^{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt{3}\right) \div \left(9^{0,3} \cdot 27^{\frac{1}{6}}\right)$.

120. Вычислить:

$$1) 4^{\frac{1}{2}} \cdot 16^{\frac{3}{4}} \cdot 16^{-\frac{3}{4}} \cdot 32^{\frac{4}{5}} \cdot 2^3; \quad 2) 27^{\frac{1}{3}} \cdot 81^{\frac{3}{4}} \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{1}{3}} - \frac{2}{3};$$

$$3) 3^{\frac{4}{3}} \cdot 9^2 \cdot 27^{-\frac{5}{6}} \cdot 3^{-\frac{3}{2}} \div 81^{\frac{1}{3}}; \quad 4) 5^{\frac{4}{5}} \cdot 125 \cdot 25^{-0,4} \cdot 5^{\frac{1}{2}} \div 5^{3\frac{1}{2}};$$

$$5) (0,64)^{0,5} \cdot 7^0 \cdot (0,027)^{\frac{2}{3}} \div 9^{-0,5} \cdot 16^0 \div (0,25)^{-1,5} - \frac{19}{125};$$

$$6) \left((5\sqrt{5})^{-\frac{2}{3}} - 81^{-0,25} \right) \cdot \left((5\sqrt{5})^{-\frac{2}{3}} + 81^{-0,25} \right);$$

$$7) 27^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{32}\right)^{-0,6} - (0,01)^{-0,5};$$

$$8) \left(81^{\frac{2}{5}} \cdot 3^{\frac{1}{2}} \right) \div \left(9^{\frac{3}{10}} \cdot 27^{\frac{1}{6}} \right); \quad 9) \left(27^{\frac{1}{3}} \cdot 8^{\frac{2}{3}} \cdot 32^{\frac{2}{5}} \cdot 81^{\frac{3}{4}} \right)^{\frac{1}{4}};$$

$$10) \left((0,25)^{-\frac{3}{2}} + 27^{\frac{4}{3}} + \sqrt{1000^{\frac{2}{3}}} - (0,02)^{-1} \right)^{-\frac{1}{2}};$$

$$11) \left(\frac{9^{\frac{4}{3}} \cdot 8^{\frac{1}{2}}}{27^{-\frac{1}{9}} \cdot 2^{\frac{1}{2}}} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{27^{\frac{5}{4}} \cdot 16^{\frac{1}{5}}}{2^{-\frac{6}{5}} \cdot 81^{\frac{1}{16}}} \right)^{\frac{1}{2}};$$

$$12) \left(\frac{9^{0,8} \cdot 3^{-0,6}}{27^{\frac{4}{3}} \cdot 81^{-\frac{3}{4}}} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{2^{1,7} \cdot 8^{0,1}}{4^{\frac{1}{3}} \cdot 16^{-\frac{7}{6}}} \right)^{\frac{1}{3}}.$$

Ответы: 1) 1; 2) $53\frac{1}{3}$; 3) 1; 4) 1; 5) $-0,125$; 6) $-\frac{16}{225}$; 7) 7; 8) 3;

9) 6; 10) $\frac{1}{7}$; 11) $\frac{1}{9}$; 12) 4.

121. Разложить на множители:

$$1) (ax)^{\frac{1}{3}} + (ay)^{\frac{1}{3}}; \quad 4) 24^{\frac{1}{2}} + 12^{0,5};$$

2) $m - m^{\frac{1}{2}}$;

5) $x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}} + x + x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$.

3) $2 + 2^{\frac{1}{2}}$;

6) $25 \cdot 2^{\frac{1}{4}} + 2 \cdot 5^{0.5}$.

122. Сократить дробь:

1) $\frac{a-b}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}$;

4) $\frac{m^{\frac{5}{8}} + 5m^{\frac{1}{4}}}{m - 25m^{\frac{1}{4}}}$;

2) $\frac{x^{0.5} - 3}{x - 9}$;

5) $\frac{c + c^{\frac{1}{2}}d^{\frac{1}{2}} + d}{c^{\frac{3}{2}} - d^{\frac{3}{2}}}$;

3) $\frac{z-8}{\frac{2}{z^3} + 2z^{\frac{1}{3}} + 4}$;

6) $\frac{14^{\frac{1}{5}} + 2^{\frac{1}{5}}}{28^{\frac{1}{5}} + 4^{\frac{1}{5}}}$.

123. Выполнить действия:

1) $\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right)^2$; 2) $\left(x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}}\right)^2$; 3) $\left(m^{-\frac{1}{3}} - n^{\frac{2}{3}}\right)^2$; 4) $\left(a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}}\right)^2$;

5) $\left(2x^{\frac{1}{2}} + y^{-\frac{1}{4}}\right)\left(2x^{\frac{1}{2}} - y^{-\frac{1}{4}}\right)$; 6) $\left(a^{\frac{2}{3}} - 3b^{-1}\right)\left(a^{\frac{2}{3}} + 3b^{-1}\right)$;

7) $\left(a^{\frac{1}{2}} + a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{7}{12}}\right)\left(a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{5}{12}}\right)$; 8) $\left(x^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{5}{6}}\right)\left(x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{6}}\right)$.

124. Упростить выражение:

1) $\frac{x + x^{\frac{3}{5}}y^{\frac{2}{5}}}{x^{\frac{1}{10}}y^{\frac{1}{10}} + 4x^{\frac{1}{5}}} \cdot \frac{16x^{\frac{1}{5}} + 8x^{\frac{1}{10}}y^{\frac{1}{10}} + y^{\frac{1}{5}}}{xy^{\frac{1}{5}} - x^{\frac{1}{5}}y}$;

2) $\frac{a^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}} + \frac{2b}{b-a} + \frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}$; 3) $\frac{t^{\frac{1}{6}} - 1}{2t^{\frac{1}{6}} - 6} - \frac{1}{t^{\frac{1}{6}}} - \frac{3(t^{\frac{1}{6}} - 1)}{2t^{\frac{1}{3}} - 6t^{\frac{1}{6}}}$;

$$4) \frac{a-b}{a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}} - \frac{a+b}{a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}}; \quad 5) \frac{m-n}{m^{\frac{1}{2}}-n^{\frac{1}{2}}} - \frac{m^{\frac{3}{2}}-n^{\frac{3}{2}}}{m-n};$$

$$6) \frac{x-1}{x+x^{0.5}+1} \div \frac{x^{0.5}+1}{x^{1.5}-1} + \frac{2}{x^{-0.5}};$$

$$7) \left(\frac{9m^{\frac{1}{8}}}{m^{\frac{1}{8}}-8} + \frac{7m^{\frac{1}{8}}}{m^{\frac{1}{4}}-16m^{\frac{1}{8}}+64} \right) \div \frac{9m^{\frac{1}{8}}-65}{m^{\frac{1}{4}}-64} - \frac{8m^{\frac{1}{8}}+64}{m^{\frac{1}{8}}-8};$$

$$8) \left(\frac{3z^{\frac{1}{10}}}{z^{\frac{1}{10}}+5} - \frac{8z^{\frac{1}{10}}}{25+10z^{\frac{1}{10}}+z^{\frac{1}{5}}} \right) \div \frac{3z^{\frac{1}{10}}+7}{z^{\frac{1}{5}}-25} + \frac{5z^{\frac{1}{10}}-25}{z^{\frac{1}{10}}+5}.$$

Ответы: 1) $\frac{1}{y^{\frac{1}{5}} \cdot (x^{\frac{2}{5}} - y^{\frac{2}{5}})}$; 2) 1; 3) $(t^{\frac{1}{6}} - 3) \div (2t^{\frac{1}{6}})$; 4) $(ab)^{\frac{1}{3}}$;

5) $(mn)^{\frac{1}{2}}$; 6) $x+1$; 7) $m^{\frac{1}{8}}+8$; 8) $z^{\frac{1}{10}}-5$.

Раздел 3

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ. СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

§ 15. Уравнения первой степени с одним неизвестным

Решить уравнения:

125.

1) $8x - 2 = 3x + 3$;

3) $7x + 31 = 2x - 19$;

2) $x + 3 = 10x - 3$;

4) $5z - 9 = 7z - 13$.

126.

1) $11x - 8 = 5x + 4$;

3) $19 - x = 100 - 10x$;

2) $20 - 2x = x - 1$;

4) $9x - 5 = 5 - 9x$.

127.

1) $\frac{1}{2} + 2x - \frac{3}{5}x = 2 + \frac{3}{2}x - \frac{2x}{5}$;

$$2) 9 + x + 1\frac{1}{2}x = \frac{2}{3}x + 4 + \frac{5}{6}x + \frac{1}{5} - \frac{6}{5}x;$$

$$3) 2\frac{1}{3}x + 1 - \frac{7x}{2} = x - 5\frac{1}{3}x + 3\frac{1}{5}x;$$

$$4) 1\frac{1}{5}x + 2\frac{1}{2}x = -\frac{1}{5} + 2\frac{1}{2}x - \frac{1}{6}.$$

Ответы: 1) 5; 2) $-2\frac{2}{11}$; 3) 30; 4) $-\frac{11}{36}$.

128.

$$1) 3 + 2,25x + 2,6 = 0,4x + 5 + 2x;$$

$$2) 0,75x - 2x = 9 + 0,6x - 0,5x;$$

$$3) 5,76 + 4,8x - 0,05x = 6,99x - 1,995x + 5,13$$

$$4) 5x + 3,48 - 2,35x = 5,381 - 2,9x + 10,42.$$

Ответы: 1) 4; 2) $-6\frac{2}{3}$; 3) $2\frac{4}{7}$; 4) 2,22.

129.

$$1) 10x + 2(7x - 2) = 5(4x + 3) + 3x;$$

$$2) 12y - 7(y + 4) = 26 - 4y$$

$$3) 8(3u - 2) - 13u = 5(12 - 3u) + 7u;$$

$$4) 4z - 3(20 - z) = 6z - 7(11 - z);$$

$$5) 13t - 8(3t - 2) = -7t - 5(12 - 3t);$$

$$6) 2(2x + 3) = 8(1 - x) - 5(x - 2);$$

$$7) 17(2 - 3v) - 5(v + 12) = 8(1 - 7v)$$

$$8) 7(2x - 1) - 6(11 - x) = 3(x + 4).$$

Ответы: 1) 19; 2) 6; 3) 4; 4) $2\frac{5}{6}$; 5) 4; 6) $\frac{12}{17}$; 7) \emptyset ; 8) 5.

130.

$$1) (x - 3)(x + 4) - 2(3x - 2) = (x - 4)^2;$$

$$2) (x - 5)^2 = (x + 5)(x + 2) - 3(4x - 3);$$

$$3) 4(x-2) - (2x-5)(x-3) = 12 - 2(x-1)^2;$$

$$4) (6x-3)(2x+1) + (3x-1)^2 - 5(2x+1)^2 = (1-x)^2.$$

Ответы: 1) 8; 2) 1,2; 3) 3; 4) $-\frac{1}{3}$.

131.

$$1) 5(x-1)^2 - 2(x+3)^2 = 3(x+2)^2 - 7(6x-1);$$

$$2) 2(3x-72,5) + (x-6)^2 = 2x^2 + (x+5)^2 - 2(x+7)^2;$$

$$3) (x-4)^3 + 3(x+1)^2 = (x-3)^3 + 101;$$

$$4) (x+1)^3 - (x-1)^3 = 6(x^2 + x + 1).$$

Ответы: 1) 4; 2) 3; 3) 5; 4) $-\frac{2}{3}$.

132.

$$1) \frac{2x}{3} + \frac{5x}{2} = 19;$$

$$5) \frac{5x-4}{2} = \frac{16x+1}{7};$$

$$2) \frac{4x}{9} - \frac{5x}{12} = 1;$$

$$6) \frac{5-t}{8} = \frac{18-5t}{12};$$

$$3) \frac{3x}{2} + \frac{x}{6} - \frac{2x}{9} = 13;$$

$$7) \frac{1-9z}{5} = \frac{3z+19}{8};$$

$$4) \frac{x-3}{3} = 4;$$

$$8) \frac{4y+33}{21} = \frac{y+17}{14}.$$

Ответы: 1) 6; 2) 36; 3) 9; 4) 15; 5) 10; 6) 3; 7) -1; 8) -3.

§ 16. Системы линейных уравнений

133. Решить систему уравнений способом подстановки:

$$1) \begin{cases} x = 2 + y; \\ 3x - 2y = 9; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x = 3 + 2y; \\ 5x + y = 4; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} y = 11 - 2x; \\ 5x - 4y = 8; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} y = 2 - 4x; \\ 8x + 3y = 5; \end{cases} \quad 5) \begin{cases} x + 2y = 11; \\ 5x - 3y = 3; \end{cases} \quad 6) \begin{cases} 3x - y = 5; \\ 5x + 2y = 23; \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} 2x + 5y = 15; \\ 3x + 8y = -1; \end{cases} \quad 8) \begin{cases} 3x - 2y = 11; \\ 4x - 5y = 3; \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} \frac{4x}{3} + \frac{3y}{4} = 18; \\ \frac{7x}{3} - \frac{5y}{8} = 16; \end{cases} \quad 10) \begin{cases} \frac{y+x}{3} = 2y-5; \\ 3y - \frac{y-x}{5} = 16; \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} \frac{1-3y}{3} - \frac{1-2x}{2} = \frac{5}{6}; \\ \frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = 4. \end{cases} \quad 12) \begin{cases} \frac{x+3}{4} + 4 = \frac{y+1}{3}; \\ \frac{y-1}{4} - 2 = \frac{x+1}{3}. \end{cases}$$

Ответы: 1) (5;3); 2) (1;-1); 3) (4;3); 4) (0,25;1); 5) (3;4); 6) (3;4);
7) (125;-47); 8) (7;5); 9) (9;8); 10) (10;5); 11) (4;3); 12) (5;17).

134. Решить систему уравнений способом алгебраического сложения:

$$1) \begin{cases} 2x + y = 11; \\ 3x - y = 9; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x + 5y = 7; \\ x - 3y = -1; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 5x + 3y = -1; \\ x - 3y = 4; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 2x + 5y = 25; \\ 4x + 3y = 15; \end{cases} \quad 5) \begin{cases} 6x - 7y = 40; \\ -2x + 5y = -8; \end{cases} \quad 6) \begin{cases} 7x - 3y = 15; \\ 5x + 6y = 27; \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} 12x + 16y = -1; \\ 3x + 4y + 2 = 0; \end{cases} \quad 8) \begin{cases} 3(x-5) - 1 = 6 - 2x; \\ 3(x-y) - 7y + 4 = 0; \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} 5(3x + y) - 8(x - 6y) = 200; \\ 20(2x - 3y) - 13(x - y) = 520; \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} 2(3x - 2y) + 1 = 7x; \\ 12(y + x) - 15 = 7x + 12y; \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} 3(x + y) - 7 = 12x + y; \\ 6(y - 2x) - 1 + 45x = 0. \end{cases}$$

Ответы: 1) (4;3); 2) (2;1); 3) $(\frac{1}{2}; -1\frac{1}{6})$; 4) (0;5); 5) (9;2); 6) (3;2);

7) нет решений; 8) (4,4;1,72); 9) (21;1); 10) (3;-0,5); 11) $(-\frac{1}{3}; 2)$.

135. Решить систему уравнений способом определителей:

$$1) \begin{cases} 3x + 5y = 4; \\ 7x - 3y = 2; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 7x - 3y = 15; \\ 5x + 6y = 27; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 15x + 23y + 10 = 0; \\ 3x + 4y + 2 = 0; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x + y + z = 6; \\ x + y = 5; \\ y + z = 0; \end{cases} \quad 5) \begin{cases} 2x + y - 4z = 7; \\ 3x - 2y + 2z = 22; \\ x - 3y + 3z = 12; \end{cases} \quad 6) \begin{cases} 2x - 4y - z = 9; \\ 3x + y - 2z = 8; \\ 4x + y + z = 0; \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} x + y + z = 3; \\ x + 2y - z = 2; \\ x - y + 7z = 3; \end{cases} \quad 8) \begin{cases} x + y - z = 0; \\ x - y + z = 2; \\ -x + y + z = 4; \end{cases} \quad 9) \begin{cases} 3x - y + 2z = 1; \\ x + 2y + z = 4; \\ 2x + y + z = 2. \end{cases}$$

Ответы: 1) (0,5;0,5); 2) (3;2); 3) $(-\frac{2}{3}; 0)$; 4) (5;0;1); 5) (6;-1;1);

6) (1;-1;3); 7) (7;-3;-1); 8) (1;2;3); 9) $(-\frac{3}{4}; \frac{5}{4}; \frac{9}{4})$.

§ 17. Уравнения с неизвестным под знаком модуля

136. Решить уравнения:

1) $|x+1|=2$;

4) $|2x-3|+6=4$;

2) $5|x-3|=15$;

5) $|x|-|x+6|=6$;

3) $|x-3|-x=4$;

6) $|2x-3|-|x+2|=4x+5$.

Ответы: 1) -3; 1; 2) 0; 6; 3) -0,5; 4) \emptyset ; 5) $(-\infty; -6]$.

137.

1) $|x+5|=10-x$;

4) $|x+3|+|2x-1|=8$;

2) $|3x+1|+x=9$;

5) $|x+3|+|5-2x|=2-3x$;

3) $|x-3|+2|x+1|=4$;

6) $|5-x|+|x-1|=10$.

Ответы: 1) 2,5; 2) -5; 2; 3) -1; 4) $-\frac{10}{3}$; 2; 6) -2; 8.

§ 18. Неполные квадратные уравнения

Решить уравнения:

138.

- 1) $x^2 + 12x = 0$; 4) $9x^2 + 361 = 0$; 7) $4,3 - 6y^2 = 2,8$;
2) $6x^2 - 216 = 0$; 5) $67 - 6z^2 = 43$; 8) $79x - 7x^2 = 16$;
3) $5x^2 + 30x = 0$; 6) $\frac{9}{4} - \frac{2}{9}x^2 = 2\frac{1}{8}$; 9) $7\frac{1}{4} - \frac{3}{5}y^2 = 3\frac{1}{2}$.

139.

- 1) $4x^2 + 6x = 9x^2 - 15x$; 3) $-5x + 12x^2 = 7x + 9x^2$;
2) $5x^2 - 13x = 7x^2 - 8x$; 4) $8,5x - 2x^2 = 3x^2 + 3,5x$.

140.

- 1) $x(x - 15) = 3(108 - 5x)$;
2) $2(17 - 2x) - 62 = 47 - x(3x + 4)$;
3) $(x - 7)(x + 3) + (x - 1)(x + 5) = 102$;
4) $10(x - 2) - (5x - 1)(1 + 5x) = -19$.

141.

- 1) $\frac{5x^2 + 9}{6} - \frac{4x^2 - 9}{5} = 3$; 5) $\frac{x}{x-1} + \frac{x}{x+1} = 2\frac{2}{3}$;
2) $\frac{74 - x^2}{12} + \frac{3x^2 - 11}{8} = 10$; 6) $\frac{x}{x+4} + \frac{x}{x-4} = 5\frac{5}{9}$;
3) $\frac{9x^2 - 5}{4} + \frac{8x^2 - 3}{5} = 2$; 7) $\frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} = 3\frac{1}{3}$;
4) $3\frac{5}{9} + \frac{20 - x^2}{18} = \frac{13x^2 - 4}{12}$; 8) $\frac{5x+7}{x-2} - \frac{2x+21}{x+2} = 8\frac{2}{3}$.

§ 19. Полные квадратные уравнения и уравнения, приводимые к ним

Решить уравнения:

142.

1) $10x^2 - 3x - 1 = 0$;

4) $3x^2 + 2x - 8 = 0$;

2) $3x^2 + 11x + 6 = 0$;

5) $25x^2 + 60x + 36 = 0$;

3) $4x^2 - 17x - 15 = 0$;

6) $5x^2 - 8x + 3 = 0$.

Ответы: 1) $-0,2; 0,5$; 2) $-3; -\frac{2}{3}$; 3) $-0,75; 5$; 4) $-2; \frac{4}{3}$;

5) $-1,2$; 6) $0,6; 1$.

143.

1) $(3x-1)(x+2) = 20$;

2) $(x-4)(4x-3) = -3$;

3) $(x-3)^2 + (x+4)^2 - (x-5)^2 = 17x + 24$;

4) $(x+5)^2 + (x-2)^2 - (x-7)(x+7) = 11x + 20$.

Ответы: 3) $8; -3$; 4) \emptyset .

144.

1) $\sqrt{2}z^2 + 4\sqrt{3}z - 2\sqrt{2} = 0$;

3) $\frac{x\sqrt{5}}{2x-\sqrt{5}} = \frac{2x}{x\sqrt{5}-3}$;

2) $y^2 + 2(\sqrt{3}+1)y + 2\sqrt{3} = 0$;

4) $\frac{2x}{\sqrt{3}-5} = \frac{x\sqrt{3}}{x-2\sqrt{3}}$.

Ответы: 1) $\sqrt{2}(-\sqrt{3} \pm 2)$; 2) $-3 - \sqrt{3}; 1 - \sqrt{3}$ 3) $\sqrt{5}; 0$.

145.

1) $\frac{3x-7}{x+5} = \frac{x-3}{x+2}$;

4) $\frac{3x+1}{x+2} = \frac{5x+3}{x+5}$;

2) $\frac{5+2x}{4x-3} = \frac{3x+3}{7-x}$;

5) $\frac{4-x}{4x-3} = \frac{2x-2}{7-x}$;

3) $\frac{15-4x}{3x+1} = \frac{5-x}{2x-1}$;

6) $\frac{x-6}{x-12} = \frac{5}{6} + \frac{x-12}{x-6}$.

Ответы: 1) $1; 0,5$; 2) $2; -\frac{11}{7}$; 3) 2; 4) $1; 0,5$; 5) $2; -\frac{11}{7}$; 6) $8,4; 24$.

146.

1) $\frac{1}{2-x} - 1 = \frac{1}{x-2} - \frac{6-x}{3x^2-12}$;

$$2) \frac{3}{x-2} - \frac{4}{x-1} = \frac{1}{x-4} - \frac{2}{x-3};$$

$$3) \frac{1}{x-9} + \frac{1}{x-7} = \frac{1}{x+18} + \frac{1}{x-10};$$

$$4) \frac{1}{x-6} + \frac{1}{x-4} = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-7}.$$

Ответы: 1) $\frac{2}{3}$; -3; 2) 2,5; 5; 3) 12; 8,25; 4) 10; 5,2.

147.

$$1) \frac{13-x}{3+x} + \frac{6}{x^2-9} = \frac{3}{x+3} - \frac{2}{3-x};$$

$$2) -\frac{3-2x}{5-x} + 1 = \frac{3}{3-x} - \frac{3+x}{x+1};$$

$$3) \frac{2}{x^2-4} - \frac{1}{x^2-2x} + \frac{x-4}{x^2+2x} = 0;$$

$$4) \frac{1}{4x+8} = \frac{20x+1}{4x^2-16} - \frac{7-5x}{x^2-4x+4};$$

$$5) \frac{x+36}{x^3-1} = \frac{x+6}{x-1} - \frac{x^2-x+16}{x^2+x+1};$$

$$6) \frac{1}{x^3-x^2+x-1} - \frac{4}{x+1} = \frac{x^2+10x}{x^4-1} - \frac{4x^2+21}{x^3+x^2+x+1};$$

$$7) \frac{5}{x^2-4} - \frac{8}{x^2-1} = \frac{2}{x^2-3x+2} - \frac{20}{x^2+3x+2};$$

$$8) \frac{1}{x^3+8x^2+32x+64} - \frac{9x}{x^3-64} + \frac{6}{x^2-16} = 0.$$

Ответы: 1) 5;6; 2) 2; -9; 3) 3; 5) $-\frac{7}{9}$; 2; 6) 4; 7) 1,4; 3; 8) $-\frac{23}{3}$.

§ 20. Теорема Виета

148. Составить приведенное квадратное уравнение с корнями x_1 и x_2 :

1) $x_1 = 3$ и $x_2 = 1$; 5) $x_1 = 4 - \sqrt{3}$ и $x_2 = 4 + \sqrt{3}$;

2) $x_1 = -4$ и $x_2 = -5$; 6) $x_1 = a + b$ и $x_2 = a - b$;

3) $x_1 = -8$ и $x_2 = 11$; 7) $x_1 = 2a - b$ и $x_2 = a - 2b$;

4) $x_1 = \sqrt{2}$ и $x_2 = \sqrt{3}$; 8) $x_1 = \frac{a-b}{a+b}$ и $x_2 = 1$.

149. Решить уравнения с помощью теоремы Виета:

1) $x^2 + 2x - 15 = 0$; 4) $x^2 + 11x + 28 = 0$;

2) $x^2 + 7x + 10 = 0$; 5) $x^2 + 7x + 12 = 0$;

3) $x^2 - 2x - 15 = 0$; 6) $x^2 - 3x - 28 = 0$.

150. Уравнение $x^2 + 2x + m = 0$ имеет корни, равные x_1 и x_2 .

При каком значении m :

1) разность корней уравнения будет равна 6?

2) сумма квадратов корней уравнения будет равна 34?

3) разность квадратов корней уравнения будет равна 30?

4) один из корней уравнения будет в два раза больше другого корня?

151. Не решая уравнение $x^2 - 2x - 5 = 0$, вычислить:

1) сумму квадратов его корней;

2) разность квадратов его корней;

3) сумму кубов его корней;

4) разность кубов его корней.

152. Числа x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$. Выразить через p и q :

1) $x_1^2 + x_2^2$; 2) $x_1^3 - x_2^3$; 3) $x_1^2 - x_2^2$; 4) $x_1^3 + x_2^3$.

§ 21. Разложение квадратного трёхчлена на множители

Разложить на множители следующие трёхчлены:

153.

1) $x^2 - 4x - 60$;

3) $x^2 - 4x + 3$;

$$2) x^2 - 10x + 9; \quad 4) x^2 - 2x - 35.$$

154.

$$1) z^2 - z - 56; \quad 3) 5x^2 + 17x - 126;$$

$$2) u^2 - u - 12; \quad 4) 3x^2 + x - 4;$$

155.

$$1) x^2 - mx - 6m^2; \quad 3) 5x^2 - 4 + x;$$

$$2) x^2 + ax - 2a^2; \quad 4) 2x^2 - 3 - x.$$

156.

$$1) 4x^2 - 4a^2x + a^4 - b^4;$$

$$2) 4x^2 - 20ax + 9a^2;$$

$$3) abx^2 - (a^2 + b^2)x + ab;$$

$$4) (a^2 - b^2)x^2 - 4abx - (a^2 - b^2).$$

157. Сократить дроби:

$$1) \frac{a^2 + 6a - 91}{a^2 + 8a - 105}; \quad 5) \frac{4x^2 - 13x + 3}{x^2 - 7x + 12};$$

$$2) \frac{2a^2 + 8a - 90}{3a^2 + 36a + 105}; \quad 6) \frac{2x^2 - 7x + 6}{3x^2 + 3x - 6};$$

$$3) \frac{a^2 - 9ab + 14b^2}{a^2 - ab - 2b^2}; \quad 7) \frac{x^2 - 10x + 9}{x^2 - 13x + 36};$$

$$4) \frac{2a^2 - ab - 3b^2}{2a^2 - 5ab + 3b^2}; \quad 8) \frac{x^2 + 16 - 17x}{49 - 50x + x^2}.$$

158. Сократить дроби:

$$1) \frac{a^2 - 5a - 24}{a^2 + 2a - 3}; \quad 3) \frac{2b^2 - 4b - 6}{3b^2 - 12b + 9};$$

$$2) \frac{3x^2 + 10 - 11x}{(5-x)^2 - 8x^3}; \quad 4) \frac{27x^2 - 6x - 1}{27x^3 + 21x^2 - 7x - 1}.$$

§ 22. Биквадратные уравнения

Решить уравнения:

159.

1) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$; 3) $x^4 + x^2 - 30 = 0$;
2) $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$; 4) $x^4 - 29x^2 + 100 = 0$.

Ответы: 1) ± 1 ; ± 3 ; 2) $\pm\sqrt{2}$; $\pm\sqrt{3}$; 3) $\pm\sqrt{5}$; 4) ± 2 ; ± 5 .

160.

1) $x^4 - 17x^2 + 16 = 0$; 3) $x^4 - 48x^2 - 49 = 0$;
2) $x^4 - 50x^2 + 49 = 0$; 4) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$.

Ответы: 1) ± 1 и ± 4 ; 2) ± 1 и ± 7 ; 3) ± 7 ; 4) ± 3 .

161.

1) $3x^4 - 28x^2 + 9 = 0$; 3) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$;
2) $2x^4 - 19x^2 + 9 = 0$; 4) $3x^4 - 7x^2 + 2 = 0$;

Ответы: 1) $\pm \frac{\sqrt{3}}{3}$; ± 3 ; 2) $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$; ± 3 ; 3) $\pm 0,5$; ± 1 ; 4) $\pm \frac{\sqrt{3}}{3}$; $\pm\sqrt{2}$.

162. Решить уравнения с буквенными коэффициентами:

1) $a^2b^2x^4 - b^4x^2 = a^4x^2 - a^2b^2$;
2) $x^4 - 25x^2 + 25m^2 = m^2x^2$;
3) $4x^4 + a^2 = x^2 + 4a^2x^2$;
4) $x^4 + 9n^2 = n^2x^2 + 9x^2$.

Ответы: 1) $\pm \frac{a}{b}$; $\pm \frac{b}{a}$; 2) ± 5 ; $\pm m$; 3) $\pm a$; $\pm \frac{1}{2}$; 4) ± 3 ; $\pm n$.

163. Решить уравнения способом замены переменной:

1) $(x^2 - 5x)^2 - 30(x^2 - 5x) - 216 = 0$;

2) $\frac{3x}{x^2 + x - 5} + \frac{x^2 + x - 5}{x} = 4$;

3) $\frac{x^2 + 1}{x} + \frac{x}{x^2 + 1} = -2,5$;

4) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4,5\left(x + \frac{1}{x}\right) + 5 = 0$;

5) $(x^2 + 2x)^2 - (x + 1)^2 = 55$;

$$6) x^4 + 10x^2(x+5) - 11(x+5)^2 = 0;$$

$$7) (x-4)(x-5)(x-6)(x-7) = 1680;$$

$$8) 7\left(x + \frac{1}{x}\right) - 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 9;$$

$$9) x^2 + \frac{81x^2}{(9+x)^2} = 40.$$

Ответы: 1) $-4; 2; 3; 9$; 2) $\pm\sqrt{5}; 1 \pm \sqrt{6}$; 4) $1; 2; \frac{1}{2}$; 5) $-4; 2$;

$$6) \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2}; 7) -1; 12; 8) 2; \frac{1}{2}; 9) 1 \pm \sqrt{19}.$$

§ 23. Иррациональные уравнения

Решить уравнения:

164.

$$1) \sqrt{x} = 10; \quad 3) \sqrt[3]{x+2} = 3; \quad 5) \sqrt[4]{x+1} = -3;$$

$$2) \sqrt{x-2} = 4; \quad 4) \sqrt[4]{x-3} = 2; \quad 6) \sqrt{x} = 2-x.$$

Ответы: 1) 100; 2) 18; 3) 25; 4) 19; 5) $x \in \emptyset$; 6) 1.

165.

$$1) \sqrt{4x^2 - 3x - 1} = x + 1;$$

$$2) \sqrt{x-1} + \sqrt{x+5} = 2;$$

$$3) \sqrt[3]{2x+7} = \sqrt[3]{3x-3};$$

$$4) \sqrt[5]{25} + \sqrt{x-4} = 2;$$

$$5) \sqrt[3]{x+2} = 3\sqrt[3]{x-1};$$

$$6) (x-3)\sqrt{x^2 - 5x + 4} = 2x - 6.$$

Ответы: 1) $-\frac{1}{3}$; 2) 1; 3) 10; 4) 3; 5) $\frac{29}{28}$; 6) 0; 3; 5.

166.

$$1) \sqrt{2x-3} - \sqrt{x+3} = 0; \quad 4) \sqrt{x-6} = \sqrt{4-x};$$

$$2) \sqrt{x+1} = x-1; \quad 5) \sqrt{x} = \sqrt{x^2-2};$$

$$3) \sqrt{x^2 + x - 1} = \sqrt{x}; \quad 6) \sqrt{x + 4} = \sqrt{x^2 + 5x - 1}.$$

Ответы: 1) 6; 2) 3; 3) 1; 4) $x \in \emptyset$; 5) 2; 6) 1.

167.

$$1) \sqrt{2x+5} + \sqrt{x-1} = 8; \quad 4) \sqrt{x+8} - \sqrt{5x+20} + 2 = 0;$$

$$2) \sqrt{4x+8} - \sqrt{3x-2} = 2; \quad 5) \sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2;$$

$$3) \sqrt{x+7} + \sqrt{3x-2} - 9 = 0; \quad 6) \sqrt{15-x} + \sqrt{3-x} = 6.$$

Ответы: 1) 10; 2) 34; 2; 3) 9; 4) 1; 5) -1; 3; 6) -1.

168.

$$1) \sqrt{x+7} + \sqrt{x+2} = \sqrt{3x+19};$$

$$2) \sqrt{x+1} - \sqrt{9-x} = \sqrt{2x-12};$$

$$3) \sqrt{3x+1} = \sqrt{5x+4} - \sqrt{4x-3};$$

$$4) \sqrt{4x+13} = \sqrt{3x+12} - \sqrt{x+1}.$$

Ответы: 1) 2; 2) 8; 7; 3) 1; 4) -1.

Решить следующие уравнения способом замены переменной:

169.

$$1) 2\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} - 3 = 0; \text{ (сделать замену } \sqrt[3]{x} = t)$$

$$2) \sqrt{x-3} + 6 = 5\sqrt[4]{x-3};$$

$$3) \sqrt{x^3+8} + \sqrt[4]{x^3+8} = 6;$$

$$4) \sqrt{x-2} + 2\sqrt[4]{x-2} = 3;$$

$$5) 2\sqrt[3]{x} + 5\sqrt[6]{x} - 18 = 0;$$

$$6) 3\sqrt[4]{x+1} + \sqrt[8]{x+1} = 4.$$

Ответы: 1) 1; $-\frac{27}{8}$; 2) 19; 84; 3) 2; 4) 3; 5) 64; 6) 0.

170.

$$1) x^2 + \sqrt{x^2 - 9} = 21;$$

Указание. $(x^2 - 9) + \sqrt{x^2 - 9} - 12 = 0$, çàì áí à $\sqrt{x^2 - 9} = t, t > 0$.

$$2) 3x^2 + 15x + 2\sqrt{x^2 + 5x + 1} = 2;$$

Указание.

$$3x^2 + 15x + 3 + 2\sqrt{x^2 + 5x + 1} = 2,$$

замена $\sqrt{x^2 + 5x + 1} = y, y > 0$.

$$3) \sqrt{x^2 - 3x + 5} + x^2 - 3x = 7;$$

$$4) 2x^2 + 3x - 5\sqrt{2x^2 + 3x + 9} + 3 = 0;$$

$$5) x^2 + \sqrt{x^2 + 20} = 22;$$

$$6) x^2 - 4x - 6 = \sqrt{2x^2 - 8x + 12}$$

Ответы: 1) $\pm 3\sqrt{2}$; 2) $-5; 0$; 3) -1 ; 4) $-\frac{9}{2}$; 3; 5) ± 4 ; 6) -2 ; 6.

171.

$$1) \sqrt[5]{(5x+2)^2} - \frac{16}{\sqrt[5]{(5x+2)^2}} = 6;$$

$$2) \frac{4}{\sqrt[3]{x+2}} + \frac{\sqrt[3]{x+3}}{5} = 2;$$

$$3) \sqrt[7]{\frac{5-x}{x+3}} + \sqrt[7]{\frac{x+3}{5-x}} = 2;$$

$$4) \sqrt[5]{\frac{16x}{x-1}} + \sqrt[5]{\frac{x-1}{16x}} = 2,5;$$

$$5) \sqrt{\frac{x+3}{2x-1}} - \sqrt{\frac{2x-1}{x+3}} = \frac{5}{2};$$

$$6) \sqrt{\frac{2x}{x+1}} - \sqrt{\frac{2(x+1)}{x}} = 1.$$

Ответы: 1) $-\frac{2}{5}(\sqrt[3]{4} + 1)$; 6; 2) $8; 27$; 3) 1 ; 4) $-\frac{1}{511}$; 2.

172. Решить уравнения с помощью формул:

$$\boxed{(a \pm b)^3 = a^3 \pm b^3 \pm 3ab(a \pm b)}$$

- 1) $\sqrt[3]{8x+4} - \sqrt[3]{8x-4} = 2;$
- 2) $\sqrt[3]{2+11x} + \sqrt[3]{2-11x} = 4;$
- 3) $\sqrt[3]{3+2x} - \sqrt[3]{2x+1} = 2;$
- 4) $\sqrt[3]{76+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{76-\sqrt{x}} = 8;$
- 5) $\sqrt[3]{5x+7} - \sqrt[3]{5x-12} = 1;$
- 6) $\sqrt[3]{1+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{1-\sqrt{x}} = 2.$

Ответы: 1) $\pm \frac{1}{2}$; 2) $x \in \emptyset$; 3) -1 ; 4) 2401 ; 5) -3 ; 4; 6) 9 .

Раздел 4

ФУНКЦИИ. СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ. ГРАФИКИ

§ 24. Способы задания функций.

Область определения и область значений функции.

Нули функции

173. Функция задана таблицей.

x	-4	-2	-1	0	1	2	3	4
y	17	5	2	1	2	5	10	17

- 1) Найти: $f(-1)$, $f(0)$, $f(3)$.
- 2) Задать эту функцию аналитически и найти $f\left(\frac{1}{3}\right)$, $f(5)$.

174. Каким способом заданы данные функции? Найти: $f(5)$, $f(0)$, $f(-3)$, $f(3)$, $f(2)$, $f(-2)$, $f(1,5)$, $f(8)$, $f(-1)$, $f(1)$:

$$1) f(x) = \begin{cases} x+2, & \text{если } -\infty < x \leq -2, \\ 4-x^2, & \text{если } -2 < x \leq 2, \\ x-2, & \text{если } 2 \leq x < \infty; \end{cases} \quad 2) f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{если } x > 0, \\ 1, & \text{если } x \leq 0; \end{cases}$$

$$3) f(x) = \begin{cases} x+6, & \text{если } x < -2, \\ x^2 - x - 2, & \text{если } |x| \leq 2, \\ 0, & \text{если } x > 2; \end{cases} \quad 4) f(x) = \begin{cases} 1,5x+3, & \text{если } x < 0, \\ 3-2x, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$$

175. Найти область определения функции:

$$1) y = \frac{x+1}{x}; 2) y = \frac{1}{x-2}; 3) y = \frac{2}{x^2+2}; 4) y = \frac{5x}{3}; 5) y = \sqrt{x};$$

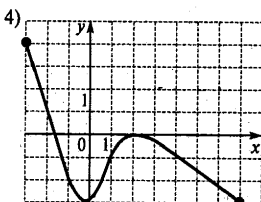
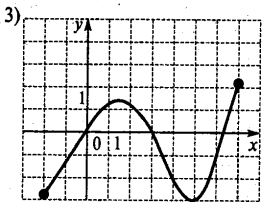
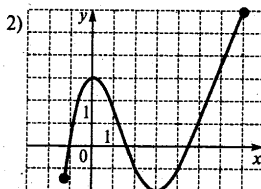
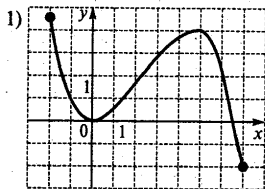
$$6) y = \sqrt{-x}; 7) y = \frac{x}{|x|}; 8) y = \frac{\sqrt{x^2}}{1+\sqrt{x^2}}; 9) y = \frac{x-2}{\sqrt{x}(x^2+x-2)}.$$

176. Найти координаты точек пересечения графика функции с осями координат:

$$1) y = 5x - 4; 2) y = (x-5)(x+3); 3) y = \frac{2x+4}{3x-1}; 4) y = \frac{-5}{x}.$$

177. По данному графику функции определить:

- 1) область определения и область значений функции;
- 2) промежутки возрастания и убывания функции;
- 3) нули функции;
- 4) промежутки, на которых функция принимает положительные (отрицательные) значения.
- 5) координаты точки пересечения графика с осью ординат.



178. Установить чётность или нечётность функции:

- 1) $y = x^4$; 2) $y = x^5$; 3) $y = -3x^2$; 4) $y = x^7 + 2x^3$; 5) $y = x|x|$;
 6) $y = (x-3)^2 - (x+3)^2$; 7) $y = \frac{x}{x^2-4}$; 8) $y = \sqrt{x^2}$; 9) $y = \sqrt[3]{x^2}$.

179. Найти нули (корни) функции:

- 1) $y = 2x - 1$; 2) $y = 5 - 2x^2$; 3) $y = x^2 + 5x + 6$; 4) $y = \frac{x-1}{x+2}$;
 5) $y = x^2 - 2|x| - 3$; 6) $y = \sqrt{2x-3}$; 7) $y = \frac{x^2-4}{x+2}$; 8) $y = 8$.

180. График функции $y = 5x^2 - 4x + 1$ проходит через точку с абсциссой 3. Определить ординату этой точки?

181. График какой из функций симметричен относительно начала координат? Ответ объяснить.

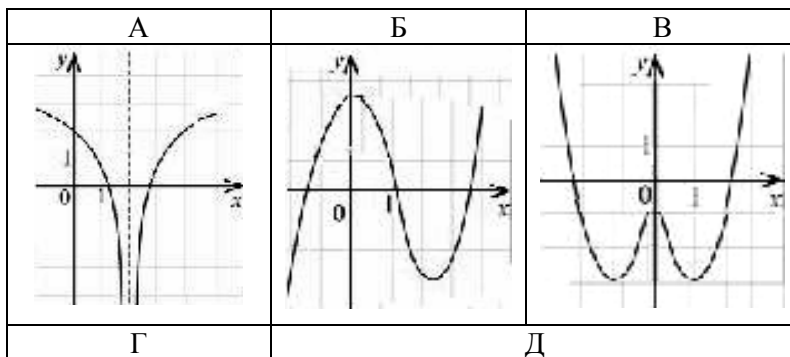
- 1) $y = x^4$; 2) $y = x^3 - 1$; 3) $y = x^3 - x$; 4) $y = x^3 - x - 1$.

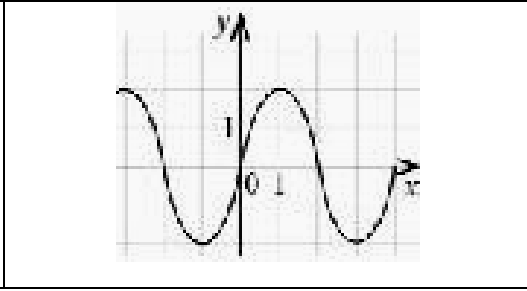
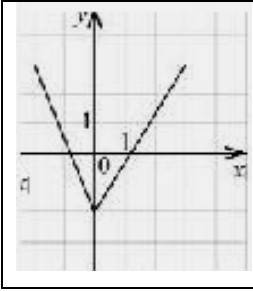
182. График какой из функций симметричен относительно оси ординат? Ответ объяснить.

- 1) $y = x + 3$; 2) $y = x^2 + 1$; 3) $y = (x+1)^2$; 4) $y = x^3 + 2$.

183. На каком рисунке показан график

- 1) чётной функции; 2) нечётной функции;
 3) функции общего вида? Ответ объяснить.

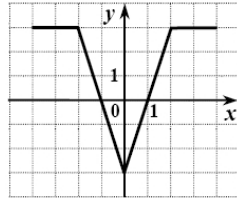




§ 25. Графики функций

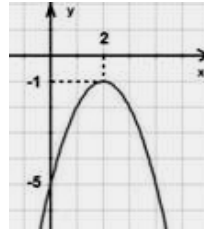
184. На рисунке показан график функции $y = f(x)$. Построить:

- 1) $y = -f(x)$; 2) $y = f(x+3)$;
- 3) $y = f(x-2)$; 4) $y = f(x)+3$;
- 5) $y = f(x-2)+3$; 6) $y = f(x+2)-3$.



185. На рисунке показан график функции $y = f(x)$. Построить:

- 1) $y = f(-x)$; 2) $y = f|x|$;
- 3) $y = |f(x)|$; 4) $y = |f|x||$;
- 5) $y = -|f|x||$; 6) $y = f|x|+2$;
- 7) $y = |f|x|+2|$; 8) $y = |f(x-1)|$;
- 9) $y = |f|x-1||$; 10) $y = |f|x-1|+2|$.



186. Построить график функции:

- 1) $y = 2x-1$; 3) $y = |2x-1|$; 5) $y = \frac{3x+1}{2}$;
- 2) $y = 2|x|-1$; 4) $y = |2|x|-1|$; 6) $y = -\left|\frac{3x+1}{2}\right|$.

187. Построить график функции:

- 1) $y = x^2 - 2x + 5$; 4) $y = -x^2 - 2x + 3$; 7) $y = |x^2 - 6|x| + 7|$;
- 2) $y = -x^2 + 3x + 1$; 5) $y = x^2 - 6|x| + 7$; 8) $y = x - 2x|x|$.

$$3) y = 2x^2 - 4x - 3; \quad 6) y = |x^2 - 6x + 7|; \quad 9) y = |(x-2)^2 - 4|.$$

188. Побудувати графік функції:

$$1) y = \frac{1}{x}; \quad 2) y = \frac{1}{x-1}; \quad 3) y = -\frac{2}{x}; \quad 4) y = \frac{-2}{x} + 1;$$

$$5) y = \frac{x+2}{x-1}; \quad 6) y = \frac{x+1}{x-1}; \quad 7) y = \frac{4x+1}{2x-3}; \quad 8) y = \frac{4x+1}{3-2x};$$

$$9) y = \left| \frac{2x-3}{x-2} \right|; \quad 10) y = \left| \frac{|x|-1}{|x|-3} \right|; \quad 11) y = \left| \frac{|x|-3}{|x|+4} \right|; \quad 12) y = \left| \frac{|x|+3}{|x|-4} \right|.$$

189. Побудувати графік функції:

$$1) y = \frac{x-2}{|x^2-5x+6|}; \quad 3) y = \frac{|x^2+5x+6|}{x+3};$$

$$2) y = \frac{x-2}{|x^2-6x+8|}; \quad 4) y = \frac{|2x^2-5x+2|}{2x-1}.$$

Навчальне видання

МАТЕМАТИКА

АРИФМЕТИКА

АЛГЕБРА

Практикум
для іноземних студентів
підготовчого відділення

(Російською мовою)

Укладач
ДОВГОДЬКО Тетяна Іванівна

В авторській редакції

Технічний редактор *А. І. Лавринович*
Комп'ютерна верстка *Н. В. Черної*

Підп. до друку 16.09.2016. Формат 60x84/16. Папір офс.
Офс. друк. Ум. друк. арк. 2,79. Обл.-вид. арк. 3,0.
Тираж 100 пр. Замовлення № 127-1.

Видавець і виготівник
Національний авіаційний університет
03680. Київ-58, проспект Космонавта Комарова, 1.

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру ДК № 977 від 05.07.2002