УДК 629.735.05:621.396.962 (043.2)

*А.О. Юрчук, асп., О.О. Колганова, канд. техн. наук, докторант,*
*В.В. Конін, д-р техн. наук, проф., В.М. Шутко, д-р техн. наук, проф.*
*(Національний авіаційний університет, Україна, м. Київ)*

# ВИКОРИСТАННЯ СПЛАЙН-АПРОКСИМАЦІЇ З АНАЛІТИЧНИМ ЗВ'ЯЗКОМ ДЛЯ ПЕРВИННОЇ ОБРОБКИ СУПУТНИКОВИХ СИГНАЛІВ

*Розглянуто використання сплайн-апроксимації з аналітичним зв'язком. Врахування аналітичного зв'язку дозволяє підвищити ймовірність виявлення і якість фільтрації навігаційного сигналу. Побудовані характеристики виявлення супутникового сигналу класичним та запропонованим методами.*

**Вступ.** В даній роботі розглядається апроксимація не однієї, а одразу двох зашумлених дискретних послідовностей між детермінованими основами яких існує аналітичний зв'язок. Урахування аналітичного зв'язку дозволяє підвищити якість фільтрації і виявлення сигналу в порівнянні із класичними методами. Теоретичні розробки виникли із практичних задач радіолокації і супутникової навігації.

Для відновлення дискретної вимірювальної інформації, як апроксимуючі, за звичай застосовуються поліноміальні сплайн-функції (або сплайни), у розробку яких суттєвий доробок внесли Дж. Алберг, Е.Нільсон, Дж. Уолш, М. П. Корнєйчук, А.О. Лигун, С. Б. Стечкін, Ю. М. Суботін, Ю. С. Зав'ялов, Б. Г. Марченко, В.П. Денисюк, М.О. Шутко, О.П. Приставка та інші [1, 2, 3, 4]. У працях вище зазначених авторів сплайни розроблялись для апроксимації одиничних однополярних або n-мірних послідовностей. У даній роботі на відмінну від цього розроблена сплайн-апроксимація двох зашумлених послідовностей між детермінованими основами яких існує аналітичний зв'язок.

**Постановка та актуальність задачі вирішення науково-технічної проблеми підвищення ефективності алгоритмів первинної обробки радіолокаційної інформації.** Для виявлення-вимірювання радіолокаційних сигналів застосовується високоточна апаратура. Разом з тим, внаслідок наявності великої кількості природних, промислових та інших випадкових завад, результати вимірювань звичайно бувають спотворені різними похибками, для врахування яких використовуються теоретико-ймовірнісні методи. Аналіз виникаючих при цьому проблем приводить до висновку, що не дивлячись на велику кількість досліджень і публікацій по даних напрямках теорія вибору методу обробки результатів вимірювань далека від досконалості й тим більше завершення. Актуальною залишається важлива задача вирішення науково-технічної проблеми розробки методів і засобів підвищення ефективності алгоритмів первинної обробки радіолокаційної інформації в умовах апріорної невизначеності відносно розподілу сигналів і завад, яка має важливе практичне значення.

**Вирішення науково-технічної задачі підвищення ефективності алгоритмів первинної обробки радіолокаційної інформації.** Сплайни у ряді ситуацій мають гарні апроксимаційні властивості, які забезпечують мінімально можливу похибку для вирішення практично-технічних задач обробки результатів вимірювань. Тим паче при застосуванні сплайнів істотно зменшується обсяг обчислень.

В задачах числової обробки даних, що містять випадкові складові, часто необхідно оцінити тренди меандрових послідовностей, між якими існує деякий аналітичний зв`язок.

В реальній ситуації в амплітуді, частоті та фазі отриманого меандрового сигналу присутні природні завади, які залежать від стабільності передавача, моделі супутника, відстані до нього, погодних умов та іншого. Тому розглянемо узагальнену модель меандрового сигналу [5]:

$$s(t-t_0) = Ad(t-t_0)Cos[\omega_0(t-t_0)+\varphi(t)]+\gamma(t), \tag{1}$$

де $A$ – амплітуда сигналу, $\omega_0 = 2\pi f_0$ – кругова несуча частота, $f_0$ – несуча частота, $\varphi(t)$ – фаза сигналу, $t_0$ – початок відліку, $d(t)$ – меандрова ПВП далекомірного коду, $\gamma(t)$ – незалежні відліки нормального шуму з нульовими середніми та одиничними СКВ.

При розробці завадостійкого методу виявлення меандрових сигналів на фоні широкого спектру природних завад та наявності ефекту багатопроменевості використовується фізична закономірність – в разі відсутності завад сигнал представляє собою меандр.

Отже, часова послідовність процесу представлена відліками:

$$g(t) = \{g(0), g(1), \ldots, g(N-1)\}.$$

Ці відліки в подальшому обробляються дискретною згорткою.

При перемноженні вектора-стовпця, який складається з відліків $g(t)$, на кодову послідовність Galileo одержуємо відліки підінтегральної функції $y(t)$ із постійною амплітудою. Значення цієї амплітуди залежить від амплітуди $A$, але важливо, що: $y(t) = const1 \quad t = \overline{0, N-1}$.

Накопичення цих відліків відбувається за лінійними законами. При поступовому додаванні відліків $y(t)$ одержуємо відліки первісної функції $h(t)$, значення якої в точці $t = N-1$ дорівнює амплітуді згортки сигналу в своєму максимумі. Тоді незмінними є співвідношення:

$$c(t) = \frac{h(t)}{y(t)} = t+1, \quad t = \overline{0, N-1} \tag{2}$$

Далі побудуємо метод поліноміального згладжування послідовностей $h(t)$ та $y(t)$ з накладанням умов зв'язку (2). Помітимо, що хоча відліки нормального шуму $\gamma(t)$ є незалежними, шумові складові послідовності $h(t)$ будуть корельованими. Поліноміальне оцінювання спочатку побудуємо для двох послідовностей без урахування кореляційних властивостей шумових складових $h(t)$, а потім за допомогою узагальненого методу найменших квадратів їх врахуємо.

Взаємна кореляція між відліками $y(t)$ і $h(t)$ швидко спадає до нуля, тому в даному методі вона не враховується.

Складемо наступний функціонал:

$$\Phi_R = \sum_{t=0}^{N-1}\{h(t) - S_h(t)\}^2 + \sum_{t=0}^{N-1}\{y(t) - S_y(t)\}^2 + \lambda\sum_{t=0}^{N-1}\{S_h(t)] - (t+1)S_y(t)\}^2, \qquad (3)$$

де: $S_h(t) = ZA_h$ та $S_y(t) = PA_y$ - кубічні поліноми, які апроксимують відліки первісної $h(t)$ та підінтегральної $y(t)$ функцій; $Z, P$ - матриці планування (в загальному випадку вони можуть бути неоднаковими внаслідок різного розташування коефіцієнтів) для поліномів $S_h, S_y$; $A_h = \{a_{hl}\}_{l=1}^4$, $A_y = \{a_{yl}\}_{l=1}^4$ - вектори оцінюваних параметрів (коефіцієнти кубічних поліномів).

Мінімізуємо функціонал і запишемо його в матричному вигляді:

$$\begin{aligned}\Phi_R &= (H - ZA_h)^T (H - ZA_h) + \\ &+ (Y - PA_y)^T (Y - PA_y) + \\ &+ \lambda(ZA_h - \tilde{P}A_y)^T (ZA_h - \tilde{P}A_y),\end{aligned}$$

$\lambda$ має зміст ваги (в даному прикладі $\lambda = 1$),

де: матриця

$$\tilde{P} = \begin{bmatrix} -1p_{11} & -1p_{12} & \dots & -1p_{1s} \\ -2p_{21} & -2p_{22} & \dots & -2p_{2s} \\ . & . & . & \\ -Np_{N,1} & -Np_{N,2} & \dots & -Np_{N,s} \end{bmatrix}.$$

Позначимо: $R = \begin{bmatrix} H \\ Y \\ D \end{bmatrix}$, $H = [h(0),\ h(1), \dots,\ h(N-1)]^T$, $Y = [y(0),\ y(1), \dots,\ y(N-1)]^T$ - вектори, які складаються з відліків первісної та підінтегральної функцій; $D = [0,0,\dots,0]^T$, розмірності $(N*1)$;

$A = \begin{bmatrix} A_h \\ A_y \end{bmatrix}$, $A_h = [a_{h1}, a_{h2}, \dots, a_{hs}]^T$, $A_y = [a_{y1}, a_{y2}, \dots, a_{ys}]^T$ - вектори коефіцієнтів поліномів, $Z, P$ - матриці планування поліному.

Тоді вимоги МНК: $(R - WA)^T (R - WA) = \min$,

Далі класичний розв'язок: $A = (W^T W)^{-1} W^T R$, а з урахуванням кореляції розв'язки узагальненого МНК: $\tilde{A} = (W^T \tilde{M}\ W)^{-1} W^T \tilde{M}\ R$, де:

$\tilde{M} = \begin{bmatrix} M^{-1} & O & O \\ O & E & O \\ O & O & E \end{bmatrix}$, $M^{-1}$ – матриця, зворотна до кореляційної матриці шумових складових $h(t)$; $E$ – одинична матриця, $O$ – нульова матриця, розмірностей ( $N*N$).

Знаходимо $\tilde{S}_h = Z\tilde{A}_h$, $\tilde{S}_y = P\tilde{A}_y$ - кубічні поліноми, які побудовані вже з урахуванням аналітичних зв'язків (2).

Ці оцінки одержані шляхом поліноміального вирівнювання часових послідовностей $h(t)$ і $y(t)$ з виконанням умов (2), що відповідають моделі меандрового сигналу (1). Зазначимо, що вирівнюючи послідовності корисних сигналів, спотворених завадами, ми також "вирівнюємо" послідовності шумових складових в разі відсутності корисної інформації.

Побудуємо характеристики запропонованого методу та класичного методу, одержані за допомогою комп'ютерного моделювання.

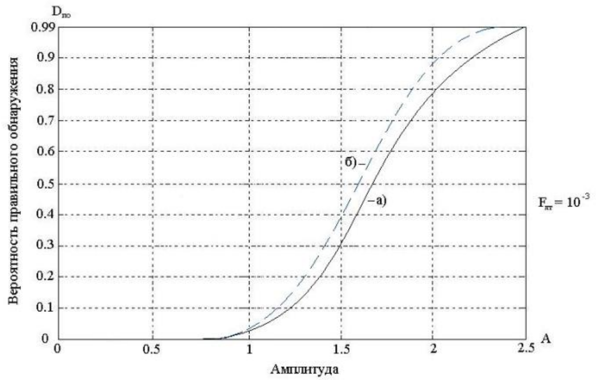


Рис.1. Характеристики виявлення супутникого сигналу на основі: а) методу ДПФ, б) запропонованого методу

## Висновки

Сукупність одержаних результатів розв'язує важливу науково-технічну проблему розробки нового математичного методу обробки сигналів, використання якого дозволяє виявляти радіолокаційні сигнали з високою ймовірністю в умовах апріорної невизначеності відносно розподілу сигналів і завад, навіть в тих випадках, коли жоден з відомих методів не дозволяє цього зробити.

## Список літератури

1. Денисюк В.П. Применение сплайн-функций в задачах статистического анализа информационных сигналов / Денисюк В.П., Марченко Б.Г., Шутко Н.А. – К. : Знание, 1981. – 20 с.

2. Завьялов Ю.С. Методы сплайн-функций / Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. – М. : Наука, 1980. – 352 с.

3. Корнейчук Н.П. Сплайны в теории приближения / Н.П. Корнейчук. – М. : Наука, 1984. – 352 с.

4. Сплайни в цифровій обробці даних і сигналів / Шутко М.О., Шелевицький І.В., Шутко В.М., Колганова О.О. – Кривий Ріг : "Видавничий дім", 2008. – 231 с.

5. Вейцель А.В. Новый класс меандровых шумоподобных радиосигналов для радионавигационных систем / А. В. Вейцель // Электроника, радиотехника и связь. Вестник МАИ. – 2009. – Т. 16, № 7. – С. 43–48.