

International Journal for
Computational Civil and Structural Engineering
Volume 11, Issue 2 2015

EXECUTIVE EDITOR

Vladimir I. Travush, Professor,
Vice-President of Russian Academy
of Architecture and Construction Sciences
24, Ulitsa Bolshaya Dmitrovka, Moscow, 107031, Russia

EDITOR-IN-CHIEF

Vladimir N. Sidorov, Professor
Department of Advanced Mathematics
and Structural Mechanics
Moscow Institute of Architecture (State Academy)
11/4, Building 4, Ulitsa Rozhdestvenka, Moscow,
107031, Russia

TECHNICAL EDITOR

Taymuraz B. Kaytukov, Associate Professor
Research & Educational Center
of Computational Simulation
Moscow State University of Civil Engineering
26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337, Russia

MANAGING EDITOR

Nadezhda S. Nikitina, Professor
Director of ASV Publishing House
26, Yaroslavskoe Shosse, 129337 Moscow, Russia

ASSOCIATE EDITORS

Pavel A. Akimov, Professor
Chief Scientific Secretary of Russian Academy
of Architecture and Construction Sciences;
Head of Department of Applied Mathematics
and Computer Science
Moscow State University of Civil Engineering
26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337, Russia

Vitaly Bulgakov, Professor
Parametric Technology Corp.,
57 Metropolitan Av.,
Ashland, MA, USA

Alexander M. Belostotsky, Professor
Research Centre “StaDyO”
8th Floor, 18, ul. Tretya Yamskogo Polya,
Moscow, 125040, Russia

Gregory P. Panasenko, Professor
Equipe d’Analise Numerique
NMR CNRS 5585
University Gean Mehnet
23 rue. P.Michelon 42023, St.Etienne, France

Vladimir Belsky, Ph.D.
Abaqus Inc.,
Pawtucket, RI 02860,
1080 Main Street, USA

Boris E. Pobedria, Professor
Department of Mechanics and Mathematics
Lomonosov Moscow State University
MGU. Mech-Math. Vorobjovy Gory
Moscow, 119899, Russia

Mikhail Belyi, Professor
Abaqus Inc.,
Pawtucket, RI 02860,
1080 Main Street, USA

Leonid A. Rozin, Professor
Department of Structural Mechanics
Saint Petersburg State Polytechnical University
29, Ul. Politehnicheskaya,
Saint Petersburg, 195251, Russia

МЕТОДЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И РАСЧЕТА ОСАДКИ ЗДАНИЯ

М.С. Барабаш¹, А.Л. Грабовский², О.Ю. Башинская²

¹Национальный авиационный университет, г. Киев, УКРАИНА

² Киевский национальный университет строительства и архитектуры, г. Киев, УКРАИНА

АННОТАЦИЯ: Статья посвящена численному моделированию и анализу расчётов методов оценки деформаций основания с учётом упругой и пластичной работы грунта на примере здания торгово-развлекательного комплекса. В качестве сопоставляемых методов были выбраны: метод послойного суммирования, моделирование грунта при помощи коэффициентов постели C_1 и C_2 , моделирование грунтового массива при помощи объёмных КЭ с учётом линейной и нелинейной работы основания. В рамках выбранных моделей выполнены расчёты НДС грунтового основания и конструкции. Исследования проводились с помощью программного комплекса «ЛИРА-САПР».

Ключевые слова: Численное моделирование, напряженно-деформированное состояние, осадка, метод послойного суммирования, нелинейные модели.

METHODS OF NUMERICAL MODELING AND CALCULATIONS OF BUILDING SEDIMENTS

Mariia S. Barabash¹, Andrey L. Grabovskij², Olga U. Bashynska²

¹National Aviation University, Kiev, UKRAINE

²Kyiv National University of Construction and Architecture, Kiev, UKRAINE

ABSTRACT: This article presents an analysis of computational methods for assessing deformation of the base of the building trade - entertainment complex, taking into account the elastic and plastic work of soil. From the compared methods were chosen: layering summation method, modeling soil bed using coefficients C_1 and C_2 , modeling soil mass by means of volumetric EC, taking into account the linear and nonlinear foundation. As part of the selected models are made calculations of subgrade and construction Stress Strain State. Surveys were conducted using the software "LIRA-SAPR".

Key words: Numerical simulation, stress-strain state, sediment, layering summation method, nonlinear models.

ВВЕДЕНИЕ

Согласно нормативным документам, нормальная эксплуатация и повышение долговечности сооружения обеспечивается устранением неравномерных осадок и ограничением абсолютных и относительных перемещений фундаментов и надфундаментных конструкций. В наше время существует большое количество различных вариантов математического моделирования работы грунта. Важным является выбор наиболее рациональной модели поведения основания.

Кроме того, иногда при использовании одного и того же программного комплекса проектировщик может получить различные результаты расчета. Это можно аргументировать разными методами приведения реальной работы конструкции к её математической модели. Поэтому актуальным является разработка достоверных методов численного моделирования основания конструкции и выполнение сравнительного анализа НДС конструкции при различных вариантах моделирования.

1. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Численные методы расчета конструкций и методы математического и компьютерного моделирования отражены в работах современных ученых: М.С. Барабаш [2,3], А.М. Белостоцкого [5], А.С. Городецкого [9], С.Ф. Клованича, А.В. Перельмутера, Л.А. Розина, Н.В. Савицкого, В.И Сливкера, В.Н. Сидорова и др.

В разное время исследователями было предложено множество различных расчетных моделей сплошного грунтового основания. Среди них можно выделить:

- модель Винклера и ее модификации.
- модели упругого (линейно-деформируемого) полупространства и линейно деформируемого слоя конечной толщины, рекомендуемые нормативными документами.
- нелинейные (упругопластические) модели. Описанию этих моделей посвящено большое количество работ, в том числе работы А.И. Боткина, Г. В. Василькова [8], М.В. Малышева [12], В.О. Сахарова [13], Б.Л. Фаянса, Н.А., Цытovichа, В.В. Лушникова [11].

Результаты экспериментальных исследований приведены в трудах Д. С. Баранова, А.К. Бугрова. Тематике решения нелинейных задач при рассмотрении работы грунтового массива посвящены работы В.Г. Березанцева, И.В. Ковалева, Н.Н. Сидорова, А.К. Бугрова, Г. В. Василькова, Ю.А. Киричека [10], А.В. Трегуба[14], В. Н. Широкова.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Механические свойства грунтов намного сложнее, чем свойства других материалов. Правомерность применения линейной теории упругости к грунтам обосновывается тем, что в соответствии с требованиями нормативной документации фундаменты должны быть спроектированы так, чтобы давление на грунт от сооружения не превышало 0,2 – 0,3 МПа, что позволяет не считаться с нелинейностью зависимости осадок от дав-

лений. Модуль деформации при этом устанавливается по среднему значению тангенса угла наклона кривой «нагрузка-осадка». При назначении упругих характеристик грунта предлагается выделять два состояния основания, соответствующие двум периодам:

1. Состояние в период возведения сооружения и непосредственно после возведения, когда происходит активная осадка сооружения вследствие необратимых деформаций основания.
2. Состояние после завершения осадочных явлений и стабилизации основания, т.е. в период эксплуатации сооружения.

Эти состояния требуют назначения разных моделей основания. Первое предполагает возможным рассматривать его как изотропное линейно деформируемое полупространство, характеризуемое модулем деформации. Второе – как изотропное упругое полупространство, характеризуемое модулем упругости, примерно на порядок превышающем модуль деформации. Эти характеристики должны быть дополнены коэффициентами Пуассона. Они являются исходными для определения обобщенных характеристик основания, однородного или слоистого.

В программном комплексе ЛИРА-САПР имеется возможность проводить расчет по различным моделям, в основе которых лежит трехмерная модель грунта, построенная на основе инженерно-геологических исследований. На основе этой модели возможно определить значения коэффициентов постели переменного по площади рассчитываемого здания. В этом случае расчет производится по модели Винклера. Трехмерная модель грунта может быть триангулирована, каждому конечному элементу (КЭ) назначены жесткостные характеристики, в соответствии с механическими свойствами грунта, к которому относится этот КЭ. Расчет здания может также производиться совместно с трехмерным массивом, моделирующим грунтовое основание, т.е. расчет проводится по модели упругого полупространства.

Для расчета и исследования НДС конструкции было построено расчётную схему в ПК «ЛИРА-САПР». Компьютерная модель основания была осуществлена следующими методами:

1. С помощью коэффициентов жесткости упругого основания C_1 и C_2 .

Моделирование грунтового массива через объёмные шестиузловые КЭ:

- при использовании универсального пространственного КЭ № 34 для описания линейной деформации грунта;
- при использовании физически нелинейного объемного КЭ №273 (при задании различных вариантов условий прочности).

А также проведено сравнение полученных результатов при компьютерном моделировании и при расчете деформации основания методом послойного суммирования.

3. ОПИСАНИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Наиболее распространенными видами аппроксимации работы неоднородного основания при статическом расчете конструкции являются одноузловые, пластинчатые или объемные конечные элементы. При использовании пластинчатых КЭ в ПК «ЛИРА-САПР» реализовано три метода определения коэффициентов постели: для модели Пастернака, Винклера - Фусса и модифицированный расчет для модели Пастернака. Также, пользователь имеет возможность выбрать схему расчета осадки основания (линейно-деформированного полупространства или линейно-деформированного слоя). Для рассматриваемой компьютерной модели коэффициенты постели были рассчитаны по первому методу (по модели Пастернака): $C_1=25087.1\text{кН}/\text{м}^3$, $C_2=4886.04\text{кН}/\text{м}$, где C_1 вычисляется по формуле:

$$C_1 = \frac{E_e}{H_c(1-2\nu_e^2)}, \quad (1)$$

где ν_e - приведенный коэффициент Пуассона грунта под подошвой фундамента, определя-

ется методом усреднения по Фойгту; E_e - приведенный модуль деформации, определяется, как среднее значение в пределах сжимаемой толщи; $H_c = \sum h_i$ - высота сжимаемой толщи.

Коэффициент C_2 определяется по формуле:

$$C_2 = \frac{C_1 H_c^2 (1-2\nu_e^2)}{6(1+\nu_e)}, \quad (2)$$

На втором этапе исследования моделируется грунтовое основание с помощью объёмных КЭ. Этот этап делится на две части: расчет основания в линейной постановке задачи и с учётом физической нелинейности поведения основания (при задании различных критериев прочности). Компьютерная модель здания приведена на рис. 1.

Если грунтовую среду моделировать как линейно деформированную, в ПК «ЛИРА-САПР» реализуется вычисление осадки основания от заданных нагрузок с использованием расчетной схемы в виде линейно деформированного полупространства (задача Буссинеска). В этой модели принимаются два предположения: первое – осадка $W(x, y)$ точки поверхности основания прямо пропорциональна величине загрузки $p(x, y)$ в этой точке, второе – осадка распространяется и за пределы площади загружения.

В отличие от предыдущего метода модель линейно деформированного полупространства при совместном расчете сооружения с основанием позволяет определить, кроме контактных напряжений, напряженно-деформированное состояние почвы всего основания.

При таком моделировании основы, с помощью объёмных конечных элементов, в качестве исходных данных вводятся только модуль общих деформаций E , коэффициент Пуассона ν и удельный вес каждого слоя. Толщина слоя задается при задании геометрии конечных элементов. При этом расчетная модель фактически сводится к сжатому слою конечной прочности.

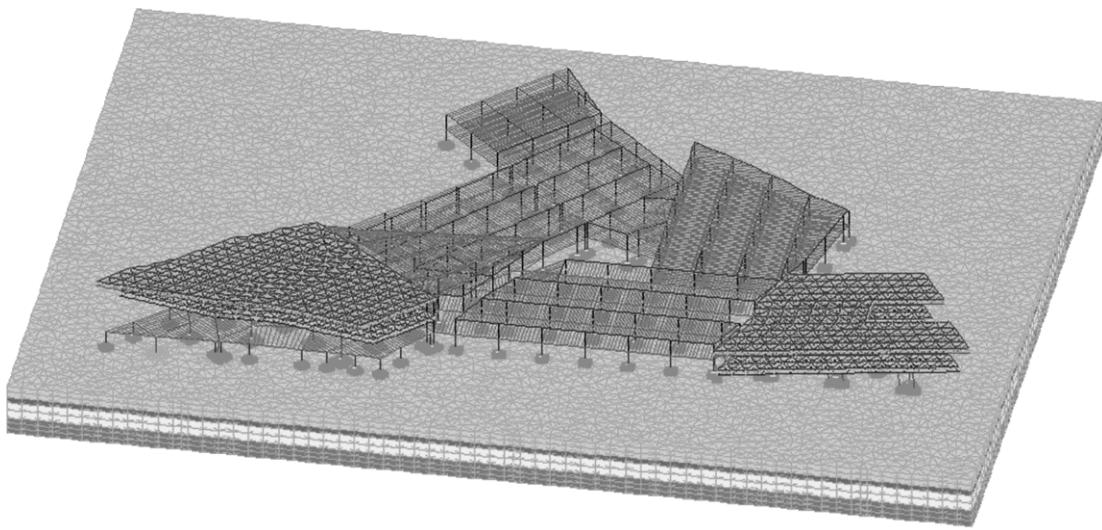


Рис. 1. Расчётная схема здания при моделировании основания объемными КЭ.

В рассматриваемой задаче были заданы следующие характеристики слоев грунтового массива: ИГЭ-1 ($E = 25000 \text{ кН}/\text{м}^2$, $\nu = 0,3$), ИГЭ-2 ($E = 27000 \text{ кН}/\text{м}^2$, $\nu = 0,3$), ИГЭ-3 ($E = 16000 \text{ кН}/\text{м}^2$, $\nu = 0,3$), ИГЭ-4 ($E = 13000 \text{ кН}/\text{м}^2$, $\nu = 0,35$).

Но деформацию грунта можно описать с помощью линейной модели среды лишь до определенного уровня усилий, за пределами которого линейная связь напряжений и деформаций нарушается. Нелинейность свойств обьясняется образованием необратимых структурных изменений. Микроразрушения являются основной причиной нелинейности основания в области сжатых напряжений. Такие разрушения возникают в зонах концентрации напряжений возле микродефектов (пор или трещин). Начиная с определенного уровня развития микродефектов снижается сопротивление грунтового массива к внешним нагрузкам.

Известно, что в основном, грунтовая среда характеризуются относительно низкой прочностью на растяжение, а иногда её полным отсутствием. Возникновение микроразрушений, что вызывают разрыв, означает, что данный грунтовый массив в дальнейшем не способен воспринимать растягивающие усилия, хотя его свойство сопротивляться усилиям сжатия сохраня-

ется [6,7]. Хотя, конечно, в МКЭ реализуется только феноменологическое описание физических закономерностей, происходящих в объекте, с помощью аппроксимирующих функций.

Необратимые деформации грунта, как гетерогенной среды, возникают значительно раньше достижения предельного состояния и они существенно превышают упругие деформации. Это обусловлено деформацией пор и образованием локальных концентраций напряжений и в результате приводит к локальной пластичности и местному разрушению [1].

Именно поэтому важным для данной работы было исследование НДС элементов конструкции и осадки грунтового массива с учетом физически - нелинейной работы основания.

Для решения этой задачи в ПК «ЛИРА-САПР» было смоделировано одностороннюю работу грунта с учетом сдвига, при помощи задания соответствующих характеристик физически - нелинейным конечным элементам грунта в форме трехгранной призмы (КЭ273). В данном случае у пользователя есть возможность выбрать модель работы грунта (по Кулону - Мору, Друккеру - Прагеру или Боткину) [9].

Для численного моделирования нелинейных свойств грунтового массива конечном элементам типа 273 было задано следующие характеристики: ИГЭ-1 ($E = 28000 \text{ кН/м}^2$, $\nu = 0,3$, $R_0 = 17,4 \text{ кН/м}^3$, $k_e = 1$, $C = 2 \text{ кН/м}^2$, $R_t = 2 \text{ кН/м}^2$, $F_i = 32^\circ$, $\sigma_p = 300 \text{ кН/м}^2$), ИГЭ-2 ($E = 25000 \text{ кН/м}^2$, $\nu = 0,3$, $R_0 = 19,3 \text{ кН/м}^3$, $k_e = 1$, $C = 1 \text{ кН/м}^2$, $R_t = 1 \text{ кН/м}^2$, $F_i = 30^\circ$, $\sigma_p = 300 \text{ кН/м}^2$), ИГЭ-3 ($E = 13000 \text{ кН/м}^2$, $\nu = 0,3$, $R_0 = 19,1 \text{ кН/м}^3$, $k_e = 1$, $C = 12 \text{ кН/м}^2$, $R_t = 5 \text{ кН/м}^2$, $F_i = 23^\circ$, $\sigma_p = 280 \text{ кН/м}^2$), ИГЭ-4 ($E = 16000 \text{ кН/м}^2$, $\nu = 0,35$, $R_0 = 19,1 \text{ кН/м}^3$, $k_e = 1$, $C = 25 \text{ кН/м}^2$, $R_t = 30 \text{ кН/м}^2$, $F_i = 22^\circ$, $\sigma_p = 250 \text{ кН/м}^2$), где C – сцепление, R_t – предельное напряжение при растяжении, которое было определено из соотношения $R_t \cdot \operatorname{tg}(\varphi) \leq C$, j – угол внутреннего трения, σ_p – предельное напряжение сжатия.

Простой нелинейной моделью работы почвы является общеизвестная идеально упруго - пластическая модель с предельной поверхностью, что определяется критерием Кулона-Мора. Преимущество модели заключается в простоте назначения параметров, которые можно получить из отчета по инженерно-геологическим изысканиям. Для этой модели условие прочности в ПК «ЛИРА-САПР» выражается по формуле:

$$\sin(\varphi) \cdot \sigma_0 + \sigma_i \cdot (\sqrt{3} \cdot \cos(\Psi) + \sin(\psi) \cdot \sin(\varphi)) - 3C \cdot \cos(\varphi) \leq 0, \quad (3)$$

Однако, эта модель предусматривает одинаковое поведение материала на стадии первичного загружения и разгрузения, что совсем не характерно для грунтов (в которых модуль загружения и разгрузения отличается, как известно, в 5 ... 10 раз). Кроме того, недостатком данной модели является то, что в расчёте исключено главное промежуточное напряжение и его влияние на грунт, что не соответствует действительности, а наличие углов на поверхности текучести усложняет численное решение пространственных задач. Эти недостатки

исключены при расчёте по критерию прочности Друккера - Прагера.

Модель Друккера - Прагера также реализует упругое идеально - пластическое поведение грунтов. А поверхность plasticности согласно модели Друккера - Прагера является правильным круговым конусом относительно гидростатической оси $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ в пространственной системе главных напряжений.

Условие прочности в ПК «ЛИРА-САПР» для модели Друккера-Прагера выражают по формуле:

$$2\sin(\varphi) \cdot \sigma_0 + 3\sigma_i - 6C \cdot \cos(\varphi) \leq 0, \quad (4)$$

Еще одним условием прочности грунта, что реализовано в ПК «ЛИРА-САПР» есть условие Боткина. Согласно этому условию, в отличии от Кулона – Мора, предполагается, что на прочность почвы влияют все три главных напряжения, а предельное состояние наступает на октаэдрической плоскости (плоскость, является равнонаклонной ко всем главным направлениям напряжений).

В 1940г. Боткин впервые предложил использовать и обобщил для случая грунтовой среды теорию прочности Р. Мизеса, разработанной для металлических конструкций. В этой модели роль промежуточного главного напряжения весьма существенна.

В работах А. И. Боткина было показано, что условие предельного напряженного состояния представляет собой инвариантное соотношение, связывающее линейным образом интенсивность касательных напряжений со средним давлением, и, таким образом, не совпадает с условием Кулона-Мора . Это соотношение в традиционной механике пластичности известно под названием условия Губера - Мизеса - Шлейхера. В механике грунтов это соотношение стали называть условием Боткина.

Условие прочности в ПК «ЛИРА-САПР» для модели Боткина:

$$\sin(\varphi) \cdot \sigma_0 + 3\sigma_i - 2C \cdot \cos(\varphi) \leq 0, \quad (5)$$

Стоит отметить, что в литературе (Б. Н. Баршевский, М. В. Малышев, А. Строганов, и др.) имела место дискуссия по поводу выбора между условиями Кулона-Мора, Боткина и др. Кроме того, все три условия по-разному оценивают влияние главного промежуточного напряжения на прочность грунта, поэтому для исследования НДС рассматриваемой конструкции целесообразным является проведение анализа по трем условиям [4].

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Сравнение и анализ расчётов было выполнено по ряду показателей: напряженное состояние наиболее загруженных колонн, величина максимального прогиба консольных стержневых элементов конструкции, кинематические характеристики – перемещение расчетных характерных точек здания по направлению «Z».

Численные значения максимальных прогибов консолей для каждого варианта моделирования грунтового основания приведены в таблице 1. Номера секций здания показаны на рис. 2.

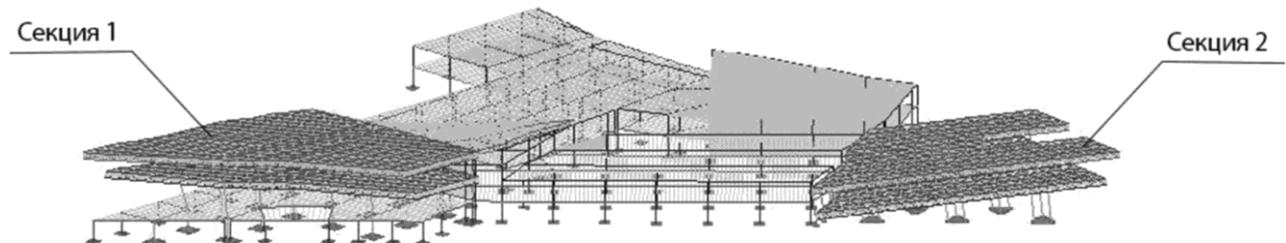


Рис. 2. Конечно-элементная модель расчётной схемы здания.

Таблица 1. Максимальные прогибы консольных частей здания, мм

| | Вариант моделирования грунтового основания | | | | |
|--|--|-------------|-----------------------------|--|-----------------------------------|
| | Коэффициент постели | КЭ, тип. 34 | КЭ, тип. 273, метод Боткина | КЭ, тип. 273, метод Друккера – Прагера | КЭ, тип. 273, метод Кулона – Мора |
| Максимальный прогиб консоли секции 1, мм | 258 | 248 | 277 | 273 | 275 |
| Максимальный прогиб консоли секции 2, мм | 111 | 116 | 131 | 128 | 129 |

Из таблицы видно, что полученные перемещения по результатам расчета при нелинейной постановке значительно выше, чем при использовании коэффициентов постели и КЭ34. Это объясняется тем, что КЭ273 лучше моделирует поведение

основания, работа которого несомненно влияет на НДС элементов конструкции. На рисунке 3 показано сравнение значений продольных усилий, что возникают в конечных элементах, которые моделируют работу самых загруженных колонн секции 2.

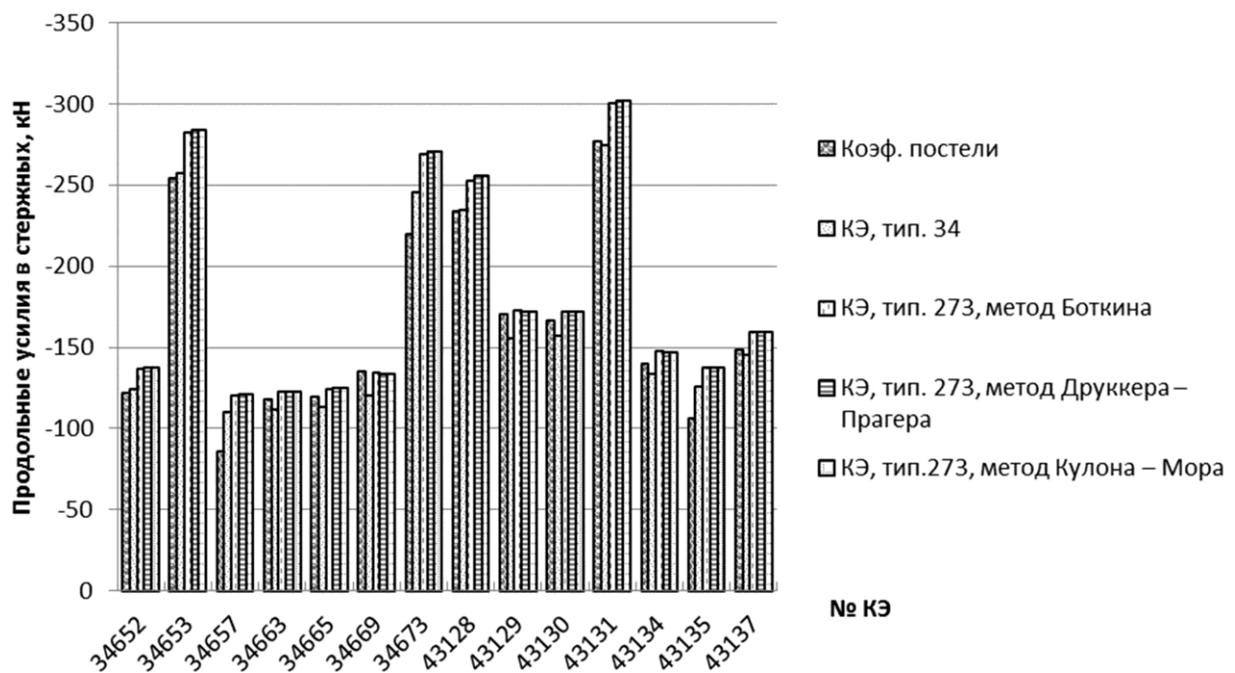


Рис. 3. Значения продольных усилий в наиболее загруженных колоннах секции 1.

Результаты расчета в линейной постановке задачи и с учетом физической нелинейности основны характеризуются значительной степенью сходства. А погрешность в результатах при различных вариантах моделирования нелинейной работы основания меньше 1%. Это указывает на то, что выбор метода описания нелинейной деформации элементов почти не играет роли при определении несущей способности и подборе сечений элементов конструкции.

И завершающим этапом данного исследования есть сравнение значений осадки расчетных характерных точек фундаментных плит, обозначенных кругами на рисунке 4. Анализ полученных результатов сформирован в виде гистограммы по вертикальным перемещениям, рисунок 5. Изополя вертикальных перемещений рассматриваемых фундаментных плит показаны на рис. 6.

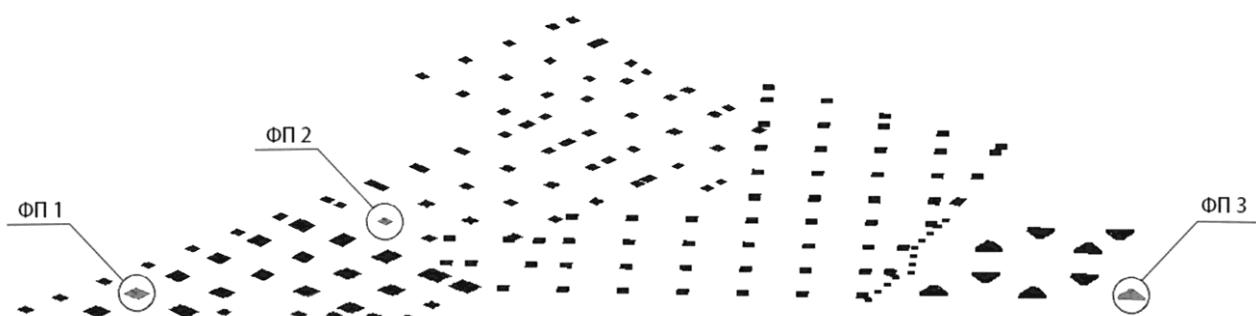


Рис. 4. Конечно-элементная модель фундаментных плит (ФП).

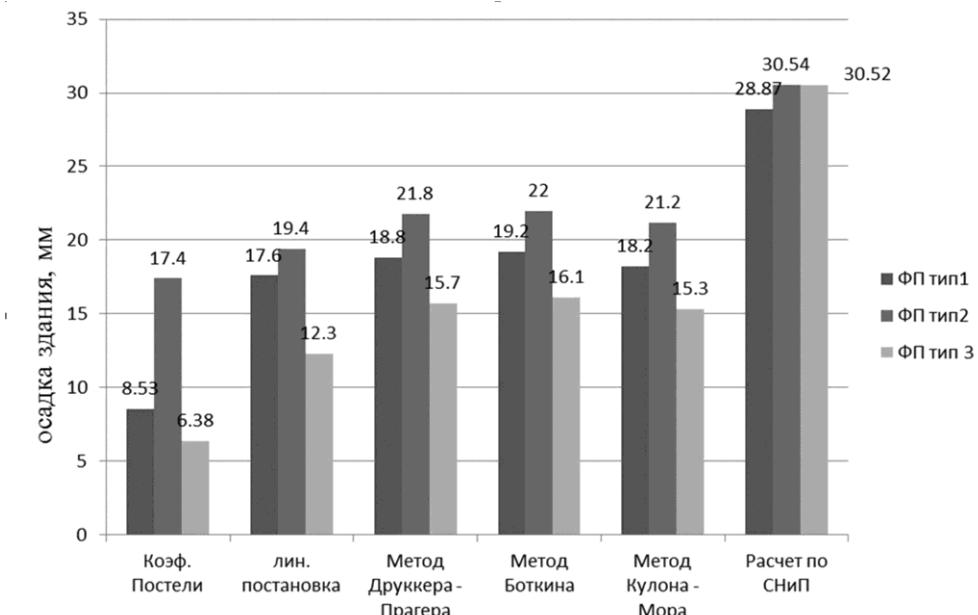


Рис. 5. Гистограмма максимальных значений осадки в зависимости от метода моделирования грунта.

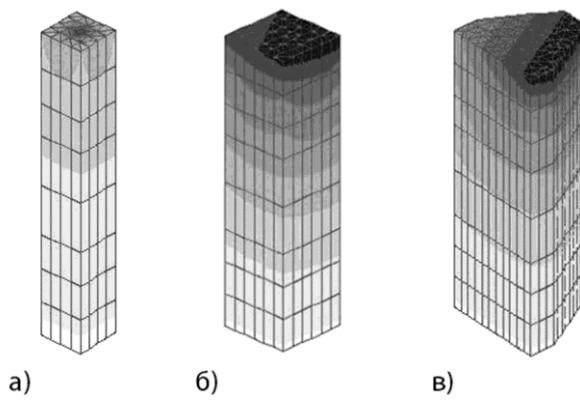


Рис. 6. Изополя значений максимальных вертикальных перемещений фундаментных плит (рассчитаны по методу Кулона – Мора):
а – тип 1; б – тип 2; в – тип 3.

5. ВЫВОДЫ

Выполненный анализ НДС при различных вариантах моделирования показал, что максимальные значения осадки были получены при расчёте методом послойного суммирования. Разница между численным моделированием основания и при расчёте грунтового массива по методике линейно-деформированного полупространства с условным ограничение глубины

сжимаемой толщи можно аргументировать несколькими факторами:

- в каждом элементарном слое вертикальные напряжения принимаются как среднее значение между дополнительным давлением на вершине и на подошве каждого слоя. Такая аппроксимация эпюр напряжений не даёт достаточной возможности описать работу дисперсной среды;

- отсутствие сил взаимодействия между элементарными слоями;
- в методе послойного суммирования не учитывается нелинейное изменение величины модуля деформаций для каждого элементарного слоя.

Погрешность при расчётах осадки здания при различных методах моделирования нелинейной работы грунта составляет в основном меньше 1%. При учёте пластической работы основания метод Кулона – Мора показал наименьшие значения осадки. Это можно объяснить тем, что данная модель не учитывает влияния главного промежуточного напряжения. Этот фактор был учтён в методе Боткина, где принимается во внимание связь интенсивности касательных напряжений и среднего давления. Именно при использовании этого метода были получены максимальные значения осадки конструкции при компьютерном моделировании системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Алейников С.М.** Метод граничных элементов в контактных задачах для упругих пространственно неоднородных оснований. – М.: Изд-во «ACB», 2000. – 754с.
2. **Барабаш М. С.** Компьютерное моделирование процессов жизненного цикла объектов строительства: Монография / Мария Сергеевна Барабаш. – К. : Изд-во «Сталь», 2014. – 301 с.
3. **Барабаш М. С.** Методы компьютерного моделирования процессов возведения высотных зданий / М. С. Барабаш // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – М.: Изд-во «ACB», 2012. – Vol. 8, Issue 3 – С. 58 - 68.
4. **Барвашов В. А.** Трехпараметрическая модель грунтового основания и свайного поля, учитывающая необратимые структурные деформации грунта / В. А. Барвашов, В. Г. Федоровский // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1978. – №4. – С. 17 - 20.
5. **Белостоцкий А.М.** Комплексное расчетное обоснование напряженно-деформированного состояния высотных многофункциональных комплексов / А.М. Белостоцкий, Д.К. Каличаева [и др.] // Стр. мех. и расч. соор., 2006. - №6. - С.52-56.
6. **Бойко И.П.** Напряжённо-деформированное состояние грунтового массива при устройстве новых фундаментов вблизи существующих зданий / И. П. Бойко, В. А. Сахаров // «Математическое моделирование в механике сплошных сред. Методы граничных и конечных элементов»: Труды докладов XX Международной конференции (Санкт-Петербург, 24–26 сентября, 2003 г.) – СПб., 2003. – Т. II – С. 111-116.
7. **Бугров А.К.** Механика грунтов: Учеб. пособие. – СПб: СПбГПУ, 2007 – С. 146-153.
8. **Васильков Г.В.** Некоторые модели и методы теории упругости и пластичности // Вычислительная техника.- Ростов-н/Д, -1993. -4.2. -123с.
9. **Городецкий А.С.** Компьютерные модели конструкций / А. С. Городецкий, И. Д. Евзеров. – 2-е изд., доп. – М: Изд-во «ACB», 2009. – 360 с.
10. **Киричек, Ю.А.** Об адекватности нелинейных методов расчета осадок фундаментов мелкого заложения / Ю.А. Киричек, А.В. Трегуб // Тр. Международной конференции по геотехнике «Развитие городов и геотехническое строительство» / НПО «Геореконструкция-Фундаментпроект». – СПб, 2008. – Т. 3. – С. 183 – 186.
11. **Лушников В.В.** Оценка действительных характеристик деформируемости элювиальных грунтов по результатам измерений деформаций зданий // Ос-

- нования, фундаменты и механика грунтов. – 2011. – С. 23–29.
12. **Малышев М.В.** Прочность грунтов и устойчивость оснований сооружений. – М.: Стройиздат, 1994. – 228 с.
13. **Сахаров В.О.** Модель деформирования грунтового основания при сейсмических нагрузках // Межведомственный научно – технический сборник. – 2013. – Вып. 33.- С.33-46.
14. **Трегуб, А.В.** Развитие методики нелинейного расчета фундаментов мелкого заложения / А.В. Трегуб, Ю.А. Киричек // Строительство, материаловедение, машиностроение: сб. науч. трудов. Вып. №56. – Д.: ПГАСА, 2010. – С. 535 – 545.

Olga U. Bashynska, Master Student; Kyiv National University of Construction and Architecture; Kiev, Ukraine, tel. +380631082201;
E-mail: olchik01@ukr.net

Барабаш Мария Сергеевна, академик Академии строительства Украины, доктор технических наук, профессор кафедры компьютерных технологий строительства Национального авиационного университета, директор ООО «ЛИРА САПР», 03058, Украина, г. Киев, Кияновский переулок, 7А;
E-mail: bmari@ukr.net, bmari@liraland.com.ua

Грабовский Андрей Леонидович, ассистент кафедры основ и фундаментов, научный сотрудник лаборатории численных методов в геотехнике, Киевский Национальный Университет Строительства и Архитектуры, Украина, г. Киев,
тел.: +308932675994

Башинская Ольга Юрьевна, магистр Киевского Национального Университета Строительства и Архитектуры, Украина, г. Киев, тел.: +380631082201;
E-mail: olchik01@ukr.net

Mariia S. Barabash, Full Member of Academy of Construction of Ukraine, Dr.Sc., Professor, Department of Computer Technologies in Construction, National Aviation University; Director of “Lira SAPR”; 7A, Kiyanyovsky per., Kiev, 03058, Ukraine;
E-mail: bmari@ukr.net, bmari@liraland.com.ua

Andrej L. Grabovskij, Assistant, Department of Foundation Engineering; Research Engineer, Laboratory of Numerical Methods in Geotechnics; Kyiv National University of Construction and Architecture; Kiev, Ukraine, tel. +308932675994.