Д.П. Кучеров, канд. техн. наук, Научно-техн.
совет М-ва обороны Украины, г. Киев

УДК 681.51

АДАПТИВНОЕ КВАЗИОПТИМАЛЬНОЕ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ УПРАВЛЕНИЕ НЕКОТОРОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ: ИДЕНТИФИКАЦИОННЫЙ ПОДХОД

Д.П. Кучеров. **Адаптивне квазіоптимальне за швидкодією управління деякою динамічною системою: ідентифікаційний підхід.** Розглядається задача синтезу певного класу адаптивних систем, квазіоптимальних за швидкодією, при відсутності апріорної інформації про параметри об'єкта. Особливістю запропонованого методу є використання точкових і множинних оцінок, що генеруються введеними процедурами ідентифікації, в алгоритмі адаптації параметрів регулятора.

D.P. Kucherov. **Adaptive quasi time-optimal control of a dynamical system: an identification approach.** The problem of synthesizing some class of adaptive time-quasioptimal control systems in the absence of a priori information about the plant parameters is con-sidered. The feature of the proposed method is that the point and set estimates generated by the identifica-tion procedures introduced are used in the parameter adaptation algorithm for controller.

Пусть имеется простейший объект второго порядка, который представляет собой последовательное соединение двух интеграторов с неизвестными коэффициентами усиления k_1, k_2, описываемых уравнениями [1, 2]

$$\frac{dx}{dt} = k_2 x(t), \quad \frac{dy}{dt} = k_1 u(t), \qquad (1)$$

где x(t) - выход;

y(t) - управляющее воздействие, принимающее одно из значений ± 1.

Предполагается, что сигналы x(t) и y(t) измеряются с помехами

$$x' = x + \xi, \; y' = y + \zeta, \qquad (2)$$

где $|\xi(t)| \le N_\xi$, $|\zeta(t)| \le N_\zeta$.

Далее предполагается, что уровни помех $N_\xi,\ N_\zeta$ априори известны [2]. Однако никаких предположений относительно знаний нижних и верхних границ допустимых значений k_1, k_2 не делается и это здесь существенно.

Обозначим через V некоторую ограниченную область пространства векторов $\{v\} \subseteq \Re^2$, содержащую начало координат. Определим непустое множество $V_1 = \frac{V}{E}$, где E - некоторая область, включающая начало координат в качестве своей внутренней точки. Требуется построить квазиоптимальный по быстродействию регулятор, обеспечивающий на каждом очередном n-м цикле испытаний перемещение вектора $v(t) = (x(t), y(t))^T$ из любого начального состояния $v_n(0) \in V_1 \subset \Re^2$,а некоторую окрестность Ω начала координат (область достижимости) за минимально возможное время с переключением знака управления не более одного раза. Здесь и в дальнейшем t имеет смысл локального времени $t \in [0, T_n]$, где T_n обозначает продолжительность n-го цикла. При этом размеры этой области должны быть по возможности малыми.

Следуя [2], выбирается закон управления (уравнение регулятора) в форме

$$u_n(t) = \begin{cases} +1, \ \textbf{если} \ \ f(c_{n-1},\ w''_n(t-0)) > 0, \\ -1, \ \textbf{если} \ \ f(c_{n-1},\ w''_n(t-0)) < 0, \\ u(t-0), \ \textbf{если} \ \ f(c_{n-1},\ w''_n(t-0)) = 0. \end{cases}, \quad (3)$$

В этом выражении $f(c_{n-1}, w_t) = c_{n-1}^T w''_n$ представляет собой разделяющую функцию, зависящую от весового вектора $c_{n-1} = (c_{n-1}^1,\ c_{n-1}^2)^T$ и вектора измеряемых переменных $w''_n = (w''_{n1},\ w''_{n2})^T$, компоненты которого $w''_{n1} = -x''_n,\ w''_{n2} = -y''_n |y''_n|$ зависят от переменных $x'_n(t), \quad y'_n(t)$

$$\begin{aligned} x''_n(t) &= \begin{cases} x'_n(t-0) - N_\xi \ \ \textbf{при} \ \ f(c_{n-1}^T,\ w''_n(t-0)) > 0, \\ x'_n(t-0) + N_\xi \ \ \textbf{при} \ \ f(c_{n-1}^T,\ w''_n(t-0)) < 0, \\ x''_n(t-0) \ \ \textbf{при} \ \ f(c_{n-1}^T,\ w''_n(t-0)) = 0; \end{cases} \\ y''_n(t) &= \begin{cases} y'_n(t-0) - N_\zeta \ \ \textbf{при} \ \ f(c_{n-1}^T,\ w''_n(t-0)) > 0, \\ y'_n(t-0) + N_\zeta \ \ \textbf{при} \ \ f(c_{n-1}^T,\ w''_n(t-0)) < 0, \\ y''_n(t-0) \ \ \textbf{при} \ \ f(c_{n-1}^T,\ w''_n(t-0)) = 0. \end{cases} \end{aligned}, \quad (4)$$

Для повышения скорости сходимости алгоритма адаптации предлагается введение операции точечного оценивания неизвестных k_1 и k_2 путем идентификации параметров дискретных моделей, соответствующих уравнениям (1), в форме

$$x'_j - 2x'_{j-1} + x'_{j-2} = \beta(u_{j-1} + u_{j-2}) + \xi_j\,,\ y'_j - y'_{j-1} = \beta_1 u_{j-1} + \zeta_j\,, \qquad (5)$$

где $\beta,\ \beta_1$ - безразмерные неизвестные величины, связанные с коэффициентами k_1, $k=k_1k_2$ и периодом T квантования сигналов x, y по времени соотношениями

$$\beta = \frac{1}{2}k_1k_2T^2,\ \beta_1 = k_1T\,, \qquad (6)$$

$\xi_j,\ \zeta_j$ - приведенные к выходам интеграторов помехи измерения в каждый j-й дискретный момент времени, обладающие (в силу ограничений $|\xi(t)| \le N_\xi,\ |\zeta(t)| \le N_\zeta$) свойствами

$$|\xi_j| \le 4N_\xi\,,\ |\zeta_j| \le 2N_\zeta\,.$$

Замечание. Переход от уравнений (1) к уравнениям (5) предполагает принудительную периодическую дискретизацию сигналов u(t), x(t), y(t). Важно отметить при этом, что уравнения (5) справедливы только для тех интервалов дискретности, когда управление u(t) остается неизменным для всех $t \in [(j-2)T, jT]$.

В качестве алгоритма получения точечных оценок неизвестных $\beta[j],\ \beta_1[j]$ в (5) выбирается идентификационная процедура вида

$$\beta[j] = \begin{cases} \beta[j-1], & \text{если } |e[j]| \le 4N_\xi + \delta, \\ \beta[j-1] - \gamma[j]\dfrac{e[j] - 4N_\xi \operatorname{sign} e[j]}{u[j-1] + u[j-2]}, & \text{в противном случае;} \end{cases} \qquad (7)$$

$$\beta_1[j] = \begin{cases} \beta_1[j-1], & \text{если } |e[j]| \le 2N_\zeta + \delta, \\ \beta_1[j-1] - \gamma[j]\dfrac{e_1[j] - 2N_\zeta \operatorname{sign} e_1[j]}{u[j-1] + u[j-2]}, & \text{в противном случае,} \end{cases} \qquad (8)$$

где $e[j] = \beta(u[j-1] + u[j-2]) - x[j] + 2x[j-2] - x[3]\,,\ e_1[j] = \beta_1 u[j-1] - y[j] + y[j-1]$ - ошибки идентификации моделей (5), (6);

$\gamma[j]$ - свободный параметр, выбираемый из условия $0 < \gamma' \le \gamma[j] \le \gamma'' < 2$ таким образом, чтобы выполнить требование $\beta[j] > 0,\ \beta_1[j] > 0$;

δ - произвольное, достаточно малое положительное число.

Процедура (7), (8) представляет собой рекуррентный алгоритм типа "Полоска-1" [3] решения неравенств

$$|(u_{j-1} + u_{j-2})\hat\beta - x'_j + 2x'_{j-1} - x'_{j-2}| \le 4N_\xi\,,\ |u_{j-1}\hat\beta_1 - y'_j + y'_{j-1}| \le 2N_\zeta \qquad (9)$$

относительно неизвестных $\hat{\beta},\ \hat{\beta}_1$. Неравенство (9) получается на основании (5) с учетом ограничений $|\xi(t)| \le N_\xi,\ \ |\zeta(t)| \le N_\zeta$.

Пусть далее Ω_n обозначает область достижимости системы, выстроенную определенным образом на (n-1)-м шаге коррекции вектора c_n, (параметры множества Ω_n определятся позже). Через t_n обозначается момент времени, когда на очередном n-м шаге этого алгоритма вектор w″(t) в первый раз пересекает линию переключения $c_{n-1}^T w = 0$, выстроенную на предыдущем (n-1)-м цикле алгоритма. С учетом сделанных обозначений предлагаемый алгоритм коррекции вектора c_n строится в форме рекуррентных процедур

$$c_n = c_{n-1}, \ , \qquad (10)$$

если $\omega_n^\varepsilon(t)$ попадает в Ω_{n-1} с одним переключением u(t) при условии, что после коррекции c_n не произошла ни одна коррекция $\beta[j]$ или $\beta_1[j]$;

$$c_n = \left(\lambda,\ \frac{\lambda\beta[j]}{\beta_1^2[j]}\right)^T, \qquad (11)$$

во всех остальных случаях, когда после последней коррекции вектора c_n произошла хотя бы одна коррекция $\beta[j]$ или $\beta_1[j]$;

$$c_n = \Pr{}_\Xi\{c_{n-1} + w''(t_n)\}, \qquad (12)$$

если f(c_n-1, w″(t_n-0))>0 для (n-1)-го цикла однократного изменения знака u(t) и вектор w″(t) не попадает в область Ω_n или если для t>t_n возник скользящий режим при f(c_n-1, w″(t_n-0)) <0;

$$c_n = \Pr{}_\Xi\{c_{n-1} - w''(t_n)\}, \qquad (13)$$

если возник скользящий режим при f(c_n-1, w″(t_n-0))>0 или если f(c_n-1, w″(t_n-0))<0 для (n-1) -го цикла однократного изменения знака u(t), но вектор w″(t) не попадает в область Ω_n при условии, что после очередной коррекции не произошло ни одной коррекции $\beta[j],\ \beta_1[j]$. В соотношении (11), полученном с использованием выражения (6), $\lambda \ge 1$ — произвольное, достаточно большое число, выбираемое конструктором системы. В этом алгоритме $\Pr_\Xi\{\}$ - проектор вектора c_n на $\Xi = [1,+\infty) \times [0,\ +\infty)$. При построении процедуры (11) учтено, что в силу (6) $d^*: k_2/2k_1 = \beta/\beta_1^2$.

Ω_n определяется как пересечение областей

$$S_1^-[n] = \begin{cases} w : -\overline{w}_2^0 w_1 - \overline{w}_1^0 (w_2 + 4N_2\sqrt{w_2}) \le -\overline{w}_1^0 w_2^0 - 2N_1 \overline{w}_2^0 + 4N_2^2 \overline{w}_1^0, \\ -\overline{w}_2^0 w_1 - \overline{w}_1^0 (w_2 - 4N_2\sqrt{|w_2|}) \ge \overline{w}_1^0 \overline{w}_2^0 + 2N_1 \overline{w}_2^0 + 4N_2^2 \overline{w}_1^0, \end{cases} \quad (14)$$

и

$$S_2^+[n] = \begin{cases} w : \overline{w}_2^0 w_1 + \overline{w}_1^0 (w_2 + 4N_2\sqrt{w_2}) \le \overline{w}_1^0 w_2^0 - 2N_1 \overline{w}_2^0 - 4N_2^2 \overline{w}_1^0, \\ \overline{w}_2^0 w_1 + \overline{w}_1^0 (w_2 - 4N_2\sqrt{|w_2|}) \ge -\overline{w}_1^0 \overline{w}_2^0 + 2N_1 \overline{w}_2^0 - 4N_2^2 \overline{w}_1^0, \end{cases} \quad (15)$$

зависящих от величин $\overline{w}_1^0 = \overline{w}_1^0(d_m),\ \overline{w}_2^0 = \overline{w}_2^0(d_m)$, равных

$$\overline{w}_1^0(d_m) = \frac{\delta x_0 - \delta d_m y_0^2 + 4N_\xi d_m}{(2d_m + \delta)} + \frac{8N_\zeta d_m (d_m + \delta)(B - \delta)}{(2d_m + \delta)^2}, \quad (16)$$

$$\overline{w}_2^0(d_m) = \frac{\delta x_0 - \delta d_m y_0^2 + 2N_\xi d_m}{d_m(2d_m + \delta)} + \frac{8N_\zeta (d_m + \delta)(B + \delta)}{(2d_m + \delta)^2}, \quad (17)$$

где $B = +\sqrt{(2d_m + \delta)(d_m y_0^2 - x_0 + 2N_\xi) - 4d_m(d_m + \delta)N_\zeta^2}$;

$$d_m[n] = \operatorname{Arg} \max_{\underline{d}[n-1] \le d \le \overline{d}[n-1]} 2\overline{w}_1^0(d[n-1])\overline{w}_2^0(d[n-1])\left((\overline{w}_1^0(d))^2 + (\overline{w}_2^0(d))^2\right)^{-\frac{1}{2}}, \quad (18)$$

Выражения (14) - (18) получаются заменой $d_m,\ \overline{d},\ \underline{d}$ на $d_m[n],\ \overline{d}[n],\ \underline{d}[n]$ в соответствующих выражениях для S^+, S^-, d_m.

Чтобы найти $\underline{d}[n],\ \overline{d}[n]$ при отсутствии априорной информации о границах $k_1,\ k_2$, строится идентификационный алгоритм множественного оценивания границ $\underline{\beta}[n],\ \overline{\beta}[n],\ \underline{\beta}_1[n],\ \overline{\beta}_1[n]$, получаемый как процедура коррекции текущих границ пересечения интервалов, выделяемых неравенствами (9) вида

$$\overline{\beta}[n] = \max_{1 \le i \le j(n-1)} \frac{(x'_1[n] - 2x'_{i-1}[n] + x'_{i-2}[n] - 4N_\xi)}{(u_{i-1} + u_{i-2})}, \quad (19)$$

$$\underline{\beta}[n] = \min_{1 \le i \le j(n-1)} \frac{(x'_i[n] - 2x'_{i-1}[n] + x'_{i-2}[n] + 4N_\xi)}{(u_{i-1} + u_{i-2})}, \quad (20)$$

$$\overline{\beta}_1[n] = \max_{1 \le i \le j(n-1)} \frac{(y'_i[n] - y'_{i-1}[n] - 2N_\zeta)}{u_{i-1}}, \quad (21)$$

$$\underline{\beta}_1[n] = \min_{1 \le i \le j(n-1)} \frac{(y'_i[n] - y'_{i-1}[n] + 2N\zeta)}{u_{i-1}}, \quad (22)$$

где j(n-1) - номер последнего дискретного момента времени на (n-1)-м цикле.

Поскольку $\beta \in [\underline{\beta}[n], \bar{\beta}[n]]$ $\beta_1 \in [\underline{\beta}_1[n], \bar{\beta}_1[n]]$ заведомо, согласно (9), то в силу (6) можно заключить, что $d \in [\underline{d}[n], \bar{d}[n]]$, где $\underline{d} = \frac{\underline{\beta}[n]}{\bar{\beta}_1[n]}$, $\bar{d} = \frac{\bar{\beta}[n]}{\underline{\beta}_1[n]}$.

При любых начальных $c_0 \in \Xi$ и $\beta[0],\ \beta_1[0] \in (-\infty,+\infty)$, произвольном $w(0) \in V_1$ алгоритм адаптации, описываемый уравнениями (10) - (13) совместно с (7), (8) и (19) - (22), сходится за некоторое конечное число шагов N^* к некоторому c^* такому, что $c_n = c^* = \text{const}$ для всех $n \ge N^*$; при этом для всех $t \ge T_n$ гарантируется попадание $w(t)$ в область $\Omega_n = S_1^-[N^*] \cap S_2^+[N^*]$.

Литература

1. Кучеров Д.П. Об одной задаче синтеза адаптивной системы управления, субоптимальной по быстродействию // Пр. 5-ї Укр. конф. з автоматичного управління "Автоматика-98". — Київ, 13-16 травня 1998 р. - Ч. І. - К.: НТУУ "КПІ", 1998. - С. 238 - 244.
2. Кучеров Д.П. Решение одной задачи синтеза адаптивной системы управления, квазиоптимальной по быстродействию, при наличии ограниченного шума // Кибернетика и вычисл. техника. - 1999. - Вып. 122. - С. 13 - 22.
3. Фомин В.Н., Фрадков А.Л., Якубович В.А. Адаптивное управление динамическими объектами. - М.: Наука, 1981. - 447 с.

Поступила в редакцию 6 апреля 2001 г.