

ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КЕРОВАНИХ СИСТЕМ З НЕЛІНІЙНИМИ ЯКІСНИМИ РЕГУЛЯТОРАМИ

В статті розглянуто приклади застосування нового методу синтезу регуляторів для нелінійних динамічних об'єктів. Задача синтезу розв'язується модифікованим методом аналітичного конструювання на основі квадратичного функціоналу якості. Показники якості керованих систем, отриманих в результаті синтезу, досліджуються методом імітаційного моделювання.

Вступ. Побудова сучасних динамічних керованих об'єктів пред'являє підвищені вимоги до систем та алгоритмів керування. Під час проектування керованої системи, що включає етапи безпосереднього проектування об'єкта і системи керування, проектувальнику необхідно враховувати вимоги до параметрів якості функціонування керованої системи з урахуванням особливостей самої системи. Для широкого класу динамічних систем характерною ознакою є їх функціонування в великому експлуатаційному діапазоні вихідних координат, де не виконуються умови можливості лінеаризації. Задачі стабілізації для таких систем мають враховувати великі можливі величини відхилення вихідних координат і керувань від бажаних значень, що має місце за умов дії великих збурень. Тому актуальним є побудування методів синтезу регуляторів для нелінійних об'єктів ([1],[2]), зокрема з поліноміальними правими частинами, які забезпечують задану якість перехідних процесів.

Для розв'язання цієї задачі нами було застосовано метод синтезу нелінійних якісних регуляторів для багатовимірних об'єктів з поліноміальними або наближеними за допомогою ступеневого ряду правими частинами.

Процес синтезу включає кілька етапів. Після того, як проведено аналітичний опис заданої системи, приведення його до стандартного вигляду та аналітичний синтез регулятора, необхідно оцінити отримані результати. Важливого значення в процесі оцінки результатів синтезу набуває етап імітаційного моделювання отриманих керованих систем. Оскільки алгоритми синтезу нелінійних регуляторів, як правило, і зокрема в нашій роботі, спираються на ряд припущень, вплив яких не завжди можливо в повній мірі передбачити чи врахувати аналітично, то моделювання, зокрема чисельний експеримент, виявляється не лише важливим, а й необхідним кроком на шляху до отримання кінцевого результату – створення для даної системи якісного регулятора з заданими характеристиками.

Постановка задачі. Розглянемо синтез регулятора для динамічної системи, що описується системою диференціальних рівнянь:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U} + \mathbf{F}(\mathbf{X}), \quad (1)$$

у якій останній доданок відображає нелінійності об'єкта. В нашій роботі ми проводили синтез регулятора для об'єкта з наступними параметрами:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -0.88 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4.21 & 0 & -0.4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -0.215 \\ 0 \\ -21.01 \end{pmatrix} \quad (2)$$

– матриці, що описують лінійну частину об'єкта та лінійний вплив керування на об'єкт.

Нелінійну частину цієї системи можна представити у вигляді розкладу в ступеневий ряд:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{(2)}(\mathbf{X}) + \mathbf{F}_{(3)}(\mathbf{X}) + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{F}_i(\mathbf{X}), \quad (3)$$

де кожен з доданків $\mathbf{F}_{(k)}(\mathbf{X})$ представляє суму компонентів цього розкладу відповідного (k -го) ступеня компонентів вектора стану \mathbf{X} . В результаті розкладу правих частин диференціальних рівнянь досліджуваного об'єкта було отримано :

$$\mathbf{F}_2 = \begin{bmatrix} 0.47x_1^2 - 0.088x_1x_3 - 0.019x_2^2 \\ 0 \\ -0.47x_1^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

– доданки другого ступеня,

$$\mathbf{F}_3 = \begin{bmatrix} 3.846x_1^3 - x_1^2x_3 \\ 0 \\ -3.564x_1^3 \end{bmatrix} \quad (5)$$

– доданки третього ступеня.

Функціонал якості було задано як:

$$I = \int_0^{\infty} w(\mathbf{X}, \mathbf{U}) dt = \int_0^{\infty} (w_1(\mathbf{X}(t), \mathbf{U}(t)) + w_2(\mathbf{X}(t), \mathbf{U}(t))) dt =$$

$$= \int_0^{\infty} (\mathbf{X}^T \mathbf{P} \mathbf{X} + \mathbf{U}^T \mathbf{R} \mathbf{U} + c_0 V_0 + \dots + c_k V_k) dt, \quad (6)$$

де перша частина підінтегрального виразу $w_1(\mathbf{X}(t), \mathbf{U}(t)) = \mathbf{X}^T \mathbf{P} \mathbf{X} + \mathbf{U}^T \mathbf{R} \mathbf{U}$ представляє звичайно вживаний підінтегральний вираз квадратичного функціоналу якості, а друга частина $w_2(\mathbf{X}(t), \mathbf{U}(t))$ містить вирази $V_0(\mathbf{X}), V_1(\mathbf{X}), \dots, V_k(\mathbf{X})$ – доданки відповідних ступенів розкладу функції Ляпунова $V(\mathbf{X})$ в ряд по компонентах p -мірного вектора \mathbf{X} :

$$V(\mathbf{X}) = \sum_{i=0}^k V_i(\mathbf{X}). \quad (7)$$

З метою знаходження в подальшому цих компонентів запишемо їх у наступному вигляді:

$$V_m = \sum_{v_1, v_2, \dots, v_p} a_{v_1, v_2, \dots, v_p}^{(m)} x_1^{v_1} x_2^{v_2} \dots x_p^{v_p}, \quad \sum_{i=1}^p v_i = m + 2. \quad (8)$$

Відтак задача знаходження функції Ляпунова зводиться до обчислення коефіцієнтів $a_{v_1, v_2, \dots, v_p}^{(m)}$ виразів (8) для кожного з членів ряду (7).

Синтез лінійної частини регулятора. Нехай задано матричні коефіцієнти функціонала (6):

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0.25 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \mathbf{1}. \quad (9)$$

Проведемо спочатку синтез регулятора для лінійної частини системи (1). Записавши для цієї системи рівняння Беллмана:

$$\min_{u \in \Omega(u)} \{ \mathbf{X}^T \mathbf{P} \mathbf{X} + \mathbf{U}^T \mathbf{R} \mathbf{U} + c_0 V_0 + \dot{V}_0 \} = 0,$$

знайдемо оптимальне керування для лінеаризованої системи:

$$\mathbf{U}_{opt.lin} = -\frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B} (\partial V_0 / \partial \mathbf{X}).$$

Нехай \mathbf{Q}_0 – симетрична, позитивно визначена матриця, що є коренем матричного рівняння Ріккати

$$\mathbf{Q}_0 \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{Q}_0 - \frac{1}{2} (c_0 \mathbf{E} + 2\mathbf{A})^T \mathbf{Q}_0 - \frac{1}{2} \mathbf{Q}_0 (c_0 \mathbf{E} + 2\mathbf{A}) - \mathbf{P} = 0. \quad (10)$$

Тоді функцію V_0 знайдемо як

$$V_0 = \mathbf{X}^T \mathbf{Q}_0 \mathbf{X}, \quad (11)$$

Методи розв'язання рівняння Ріккати. Розглянемо складену з матричних коефіцієнтів рівняння (10) блочну матрицю наступної структури:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} (c_0 \mathbf{E} + 2\mathbf{A}) & -\mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B} \\ -\mathbf{P} & -\frac{1}{2} (c_0 \mathbf{E} + 2\mathbf{A})^T \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Для пошуку розв'язку рівняння (10) можна застосувати ітераційну чисельну процедуру ([3],[4]), засновану на виділенні власних векторів блочної матриці (12). При цьому, в залежності від вибору знаку в процедурі, отримаємо один з двох матричних розв'язків рівняння (10), один з яких задовольняє вимозі позитивної визначеності. Саме цю матрицю і слід використати при знаходженні функції Ляпунова за формулою (11).

Необхідною для застосування вказаної процедури є умова, що матриця (12) не має чисто мнимих власних значень. Слід зазначити, що при всіх досліджених значеннях коефіцієнтів затухання c_0, c_1, c_2 , система рівнянь (1)-(5),(9) породжує матриці (12), власні значення яких задовольняють цій умові. Але в деяких випадках об'єкт (1)-(5),(9) може породжувати вироджену блочну матрицю \mathbf{M} (12), або ж таку, яка має чисто мнимі власні значення. В цьому випадку розв'язати задачу пошуку оптимального лінійного керування для нього за допомогою вище згаданих ітераційних чисельних процедур не вдається. Зокрема, якщо матриця \mathbf{M} вироджена, не вдається виконати навіть перший крок цієї процедури, на якому слід було б знайти до матриці \mathbf{M} обернену. В такому разі для пошуку розв'язку рівняння (10) доводиться застосовувати інші методи. Вказана обставина привела нас до створення власного алгоритму, який дозволив знайти розв'язок такого рівняння.

Розглянемо матричний багаточлен $\mathbf{F}(\mathbf{Q})$, що утворює ліву частину рівняння (10):

$$\mathbf{F}(\mathbf{Q}) = \mathbf{Q} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{Q} - \frac{1}{2} (c_0 \mathbf{E} + 2\mathbf{A})^T \mathbf{Q} - \frac{1}{2} \mathbf{Q} (c_0 \mathbf{E} + 2\mathbf{A}) - \mathbf{P}.$$

Якщо замість точного розв'язку \mathbf{Q}_0 підставити до рівняння (10) деяку матрицю $\mathbf{Q} = \|q_{ij}\|$, $\mathbf{Q} \neq \mathbf{Q}_0$, що є наближеним розв'язком цього рівняння, значення матричного багаточлена $\mathbf{F}(\mathbf{Q})$ є за змістом матрицею нев'язок рівняння (10). $\mathbf{F}(\mathbf{Q})$ дорівнює нульовій матриці, якщо і тільки якщо матриця \mathbf{Q} є точним розв'язком (10).

Запишемо квадратичну норму матриці $\mathbf{F}(\mathbf{Q})$:

$$s(\mathbf{Q}) = \|\mathbf{F}(\mathbf{Q})\|_2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f_{ij}^2(\mathbf{Q}).$$

Функція $s(\mathbf{Q}) = s(\|q_{ij}\|)$ – скалярна, неперервна, диференційована, невід’ємна функція величин q_{ij} ; її мінімальне значення, що дорівнює нулю, досягається лише при таких \mathbf{Q} , які є точними розв’язками рівняння (10). Кожній матриці $\mathbf{Q} = \|q_{ij}\|$ розміру $n \times n$ з дійсними елементами q_{ij} поставимо у відповідність точку n^2 -вимірного простору, причому набір чисел $\|q_{ij}\|$ будемо розглядати як координати цієї точки. Таким чином, задача пошуку коренів матричного рівняння (10) зводиться до задачі пошуку точок мінімуму неперервної функції $s(\|q_{ij}\|)$ у введеному просторі. Найкращі результати міг би дати пошук методом градієнтного спуску, однак його застосування небажане через складність знаходження похідних в аналітичному вигляді. У той же час виявилось, що метод покоординатного спуску, який не потребує аналітичного знаходження похідних, не дає бажаних результатів, тому що при наперед заданій послідовності пошукових напрямків процес пошуку зупиняється в сідлових точках, повторюючи надалі одні і ті ж значення. Отже, слід знайти компроміс між складністю реалізації пошуку, з одного боку, і, з іншого боку, за свободою вибору напрямків на кожному кроці пошуку. Цього було досягнуто шляхом задання множини пошукових векторів, кінці яких належать до n^2 -вимірної сфери, еліпсоїда чи паралелепіпеда. Виконуючи пошук по такому набору векторів з кроком, що зменшується, знаходимо розв’язок матричного рівняння (10) з необхідною точністю.

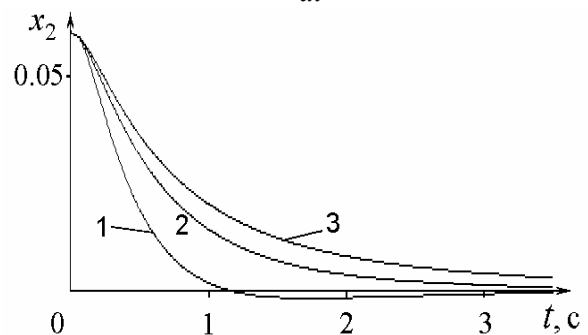
Знаходження нелінійної частини регулятора. Після побудови сімейства лінійних регуляторів для заданого об’єкта з різними показниками c_0 у системі рівнянь об’єкта (1) послідовно приймалися в розрахунок нелінійні частини (3) – спочатку доданки другого ступеня (4), потім третього (5). Обираючи величини коефіцієнтів затування c_1, c_2 і розв’язуючи системи рівнянь, що впливають зі співвідношення :

$$-\frac{1}{4} \left(\left(\frac{\partial V_0}{\partial \mathbf{X}} \right)^T \mathbf{BR}^{-1} \mathbf{B}^T \frac{\partial V_{m-1}}{\partial \mathbf{X}} + \left(\frac{\partial V_{m-1}}{\partial \mathbf{X}} \right)^T \mathbf{BR}^{-1} \mathbf{B}^T \frac{\partial V_0}{\partial \mathbf{X}} \right) + c_{m-1} V_{m-1} + \left(\frac{\partial V_{m-1}}{\partial \mathbf{X}} \right)^T \mathbf{AX} + \left(\frac{\partial V_0}{\partial \mathbf{X}} \right)^T \mathbf{F}_{(m)} = 0,$$

знаходимо відповідні доданки функції Ляпунова і одержуємо для заданого об’єкта оптимальний регулятор. Змінюючи параметри c_0, c_1, c_2 , маємо

можливість побудувати для заданого об’єкта ціле сімейство регуляторів.

Результати моделювання. На рисунку подано приклади перехідних процесів, отриманих в результаті чисельного моделювання об’єкта (1)-(5) з трьома різними регуляторами. Два з цих регуляторів були отримані за методикою, описаною вище, з коефіцієнтами затування $c_0 = 1.5, c_1 = 1.5, c_2 = 1.5$ (крива 1 на графіку) та $c_0 = 0.5, c_1 = 0.5, c_2 = 0.5$ (крива 2). Ці перехідні процеси порівнювались (при однакових початкових умовах руху) з перехідними процесами в системі з регулятором, знайденим при $c_0 = 0, c_1 = 0, c_2 = 0$ (крива 3), що відповідає синтезу регулятора за класичною методикою. Перехідні процеси, зображені на рисунку, мають відносно малі початкові відхилення фазових координат від значень рівноваги, при яких обмеження на керування впливають на характер перехідного процесу лише на його початковому етапі, при $0 < t < 0.1$ с. Під час моделювання було враховано обмеження, накладені на керування конструктивними особливостями системи керування об’єктом: максимальне абсолютне значення керуючої величини u не перевищує 0.436, а допустима швидкість її зміни $\frac{du}{dt} - 1,047 \text{ c}^{-1}$.



Приклади перехідних процесів в системі (1)-(5).

1 – перехідний процес при $c_0=1.5, c_1=1.5, c_2=1.5$; 2 – при $c_0=0.5, c_1=0.5, c_2=0.5$; 3 – при $c_0=0, c_1=0, c_2=0$.

В процесах, графіки яких зображено на рис., діючим обмеженням було обмеження на швидкість зміни керуючої величини. За умови, що початкове положення органів керування обиралося нульовим, при дослідженнях перехідних процесів в усьому діапазоні початкових відхилень, що є характерними для досліджуваного об’єкта, граничне допустиме значення абсолютної величини керування не досягалось.

Дослідження перехідних процесів зі значними початковими відхиленнями, при яких наявність обмежень по керуванню впливає на хід керованого процесу протягом майже всього періоду

спостереження, показали, що і в цьому випадку регулятори, синтезовані за вище описаною методикою, помітно переважають стандартні за швидкістю перехідних процесів.

Висновки. Отримані нами регулятори за вказаних умов забезпечують значно кращі показники перехідного процесу, порівняно з регуляторами, отриманими за класичною схемою.

Параметри перехідного процесу можна змінювати вибором коефіцієнтів затухання, враховуючи мету регулювання.

В силу нелінійності об'єкта, а також через наявність обмежень по керуванню, характер руху системи може виявитися принципово різним при різних початкових умовах руху. Тому, зафіксувавши параметри об'єкта та знайшовши регулятор для певних значень коефіцієнтів затухання c_0, c_1, c_2 , слід вивчити його поведінку при різноманітних початкових умовах. Слід також дослідити залежність характеру перехідних процесів від коефіцієнтів загасання за умови, якщо вони змінюються незалежно один від одного.

Однією з можливих областей практичного застосування отриманих за даною методикою регуляторів є підготовка операторів, що керують динамічними об'єктами. В нашій роботі цю ідею було реалізовано в тренажері, призначеному для підвищення кваліфікації пілотів цивільної авіації. Основою тренажера стала модель штурвальної колонки літака з трьома ступенями свободи, яку за допомогою АЦП було підключено до комп'ютера. Програма візуалізації, отримуючи інформацію про дії пілота, розраховує координати літака в просторі і виводить на екран зображення картини, яку пілот бачить під час посадки повітряного судна. Додатково на екрані відображається (за вибором) «зразкова» гліссада – посадочна траєкторія літака, до якої слід наблизитися пілоту, або повітряний коридор,

всередину якого слід потрапити для того, щоб успішно здійснити посадку. Крім цього, на екран комп'ютера може бути виведено зображення двох штурвалів, один з яких виконує індикаторну функцію – відображає дії пілота з реальним штурвалом, а другий має командно-директорну функцію, показуючи оператору оптимальну поведінку. Такий тренажер дозволяє проводити підготовку пілота в кількох режимах; зокрема, тренування з командно-директорним штурвалом дозволяє поступово покращувати кваліфікацію оператора. Для цього розташування командно-директорного штурвала обчислюється з застосуванням законів керування, отриманих за розробленою нами методикою. Оператору ставиться задача керувати польотом таким чином, щоб розходження між його діями та вказівками автомата було мінімальним. На початку тренування слід підстроїти параметри регулятора з урахуванням кваліфікації оператора, а по мірі набуття ним необхідних моторних навичок поступово змінювати параметри регулятора так, щоб керування наближалось до оптимального.

Список літератури

1. Антонов В.К. Аналитическое конструирование качественных регуляторов. //Проблемы информатизации и управления. – К.: КМУГА, 1997.– С. 77-80.
2. Антонов В.К. Методы синтеза регуляторов с заданным качеством переходных процессов. - К.: КМУГА, 1995. – 120 с.
3. Валеев К.Г., Финин Г.С. Построение функций Ляпунова. К.: Наукова Думка, 1981. – 412 с.
4. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Наука, 1966.– 576 с.

А.М. Глазок. Имитационное моделирование управляемых систем с нелинейными качественными регуляторами.

Исследуются результаты применения нового метода синтеза регуляторов для нелинейных динамических объектов. Задача синтеза решается модифицированным методом аналитического конструирования на основе квадратичного функционала качества. Рассматривается применение метода имитационного моделирования при исследовании качества полученных в результате синтеза управляемых систем.

O.M. Glazok. Simulation of controlled systems with nonlinear quality regulators.

The outcomes of applying the new method of synthesis of regulators for nonlinear dynamic objects are investigated. The task of synthesis is solved by the updated method of analytical constructing on the basis of a square-law functional of quality. The application of a method of simulation is considered at research of quality of the controlled systems obtained as a result of synthesis.