УДК 519.245; 519.674

Приставка П.О.

ВИЗНАЧЕННЯ ОСОБЛИВОСТЕЙ ЗОБРАЖЕНЬ НА ОСНОВІ КОМБІНАЦІЙ *B*-СПЛАЙНІВ ДРУГОГО ПОРЯДКУ, БЛИЗЬКИХ ДО ІНТЕРПОЛЯЦІЙНИХ У СЕРЕДНЬОМУ

Отримано диференціали та їх часткові випадки для двовимірного поліноміального сплайну на основі *B*-сплайнів другого порядку. На їх основі запропоновано аналоги відомих операторів для визначення локальних особливостей цифрових зображень.

Ключові слова: *сплайн, диференціали, цифрові зображення.*

Получены дифференциалы и их частные случаи для двумерного полиномиального сплайна на основе *B*-сплайнов второго порядка. На их основе предложены аналоги известных операторов для определения локальных особенностей цифровых изображений.

Ключевые слова: *сплайн, дифференциалы, цифровые изображения.*

The paper proposes a calculation of differentials and their partial cases for two-dimensional polynomial spline based on *B*-splines of second order. Based on these, proposed analogs of known operators to determine the local characteristics of digital images.

Key words: *spline, differentials, digital images.*

Постановка проблеми. Визначення локальних особливостей цифрових зображень (ЦЗ) є невід’ємною складовою обчислювальних процедур пошуку та розпізнавання об’єктів, фотограмметрії, орторектифікації даних повітряної розвідки, трекінгу цілей на цифровому відео, тощо. Говорячи про особливості ЦЗ маємо на увазі локальні, низького рівня особливості, що не пов’язані з просторовими співвідношеннями – краї об’єктів, кривизна, що подається швидкістю зміни інтенсивності освітлення у напрямку краю, – тобто, такі, котрі є інваріантними відносно маштабування , обертання та, частково, відносно змін точки спостереження та інтенсивності зображення. Вони добре локалізуються як в просторовій, так і в частотній областях, стійкі до зашумлення, а індивідуальна особливість дозволяє пошук співвідношень особливостей об'єктів, представлених на різних зображеннях сцени [1].

На загал, математичною основою пошуку особливостей є різноманітний аналіз часткових похідних першого та другого порядку, які отримують, виходячи з неперервної моделі зображення. Часто в програмному забезпеченні використовують згортку їх дискретних аналогів з ЦЗ на кшталт операторів Робертса та Превіта [2]. Іншим широко вживаним підходом є аналіз похідних моделі зображення після згортки з функцією Гаусса [3 – 8].

Альтернативою до моделі згладженого зображення на основі гауссіана може бути модель на основі лінійних комбінацій *B*-сплайнів, близьких до інтерполяційних у середньому [9]. Маючи фактично аналогічні властивості в частотній області, що й функція Гаусса, *B*-сплайни більш прості в обчисленні та дозволяють побудову моделі зображення, яка за рахунок аналітичного вигляду надає можливість отримання часткових похідних, на основі яких можна будувати швидкодіючі інваріантні відносно обертань та зміни масштабу оператори пошуку особливостей ЦЗ.

Аналіз публікацій та постановка задачі. У подальшому викладенні будемо виходити з моделі реалістичних зображень, тобто результатів фото або відео фіксації сцен. За способом реєстрації ЦЗ, дані, що його подають, за фактом є усередненими значеннями, тобто, при фіксації аналогового зображення має місце наступне [9]. Нехай площина зображення визначається осями T та Q. Крок дискретизації за напрямами T, Q однаковий $h>0$, отже, задано рівномірне розбиття $\Delta_{h,h}: t_i = ih, q_j = jh$, $i=\overline{0,H-1}$, $j=\overline{0,W-1}$, де H та W – лінійні розміри ЦЗ, що фіксується. Нехай $\phi(t,q)$ – функція імпульсного відклику системи, що реєструє $p(t,q)$ – функцію інтенсивність освітлення об'єктів просторової сцени (аналогове зображення). Тоді в силу суто технічних властивостей систем реєстрації, результатом згортки $p(t,q)$ та функції відклику буде значення, усереднене в області дискретизації, зокрема:

$$(p*\phi)(ih,jh)=\frac{1}{h^2}\int\limits_{ih-\frac{h}{2}}^{ih+\frac{h}{2}}\int\limits_{jh-\frac{h}{2}}^{jh+\frac{h}{2}} p(t,q)\phi(t-ih,q-jh)\,dtdq=\overline{p}_{i,j}.$$

Тож дискретизовані (квантовані) значення інтенсивності світлового потоку (цифрове зображення) можуть мати таке подання:

$$p_{i,j}=\overline{p}_{i,j}+\varepsilon_{i,j},\ i=\overline{0,H-1},\ j=\overline{0,W-1}, \qquad (1)$$

де $\varepsilon_{i,j}$ – випадкова вада. Отже, при побудові моделі зображень за даними (1) виникає задача використовувати апроксимації, що враховують і випадкову природу даних, і фізичні властивості систем реєстрації – зокрема, оператори інтерполяційні в середньому або близькі до таких. В монографії [10] для апроксимації функції $p(t,q)$ за значеннями типу (1) у вузлах розбиття $\Delta_{h,h}$, подано лінійні комбінації *B*-сплайнів, що є близькими до інтерполяційних у середньому. Наприклад, сплайн-оператор нульового ступеня уточнення на основі *B*-сплайнів другого порядку такий:

$$S_{2,0}(p,t,q) = \sum_{i\in Z}\sum_{j\in Z} p_{i,j} B_{2,h}(t-ih) B_{2,h}(q-jh)\,, \qquad (2)$$

де (з точністю до аргументу) [11]

$$B_{2,h}(t) = \begin{cases} 0, & t \notin [-3h/2; 3h/2], \\ (3+2t/h)^2/8, & t\in[-3h/2;-h/2], \\ 3/4-(2t/h)^2/4, & t\in[-h/2;h/2], \\ (3-2t/h)^2/8, & t\in[h/2;3h/2]. \end{cases}$$

Виходячи з положення, що базис *B*-сплайнів є базисом Риса та з того факту, що фундаментальні сплайни на основі *B*-сплайнів [12] прямують до нуля експоненціально швидко при віддалені від локальної (i,j)-ої області наближення, прийнятним є використання двовимірних локальних поліноміальних сплайнів на основі *B*-сплайнів, близьких до інтерполяційних у середньому в якості моделі ЦЗ.

Якщо обрати в якості моделі зображення сплайн (2) то така оцінка за певних умов є асимптотично точною. Зокрема, якщо $p(t,q)\in C^{2,2}$, $\left|\varepsilon_{i,j}\right| < \varepsilon$, $i,j\in Z$ і $\forall \varepsilon > 0$, то справедлива оцінка така [10]:

$$\left\|p(t,q)-S_{2,0}(p,t,q)\right\| \le \frac{h_t^2}{6}\left\|p''_{t^2}(t,q)\right\| + \frac{h_q^2}{6}\left\|p''_{q^2}(t,q)\right\| +$$
$$+\frac{h_t^2 h_q^2}{36}\left\|p^{(4)}_{t^2q^2}(t,q)\right\| + \varepsilon\cdot\left\|p(t,q)\right\| + o\left(h^4\right), \qquad (3)$$

Якщо в якості апроксимації зображення обрати вираз (2) або будь-яку іншу комбінацію *B*-сплайнів такого типу:

$$S_{r,0}(p,t,q) = \sum_{i\in Z}\sum_{j\in Z} p_{i,j} B_{r,h_t}(t-ih_t) B_{r,h_q}(q-jh_q)\,,\ r = 2,3,\ldots, \qquad (4)$$

то отримаємо модель з властивостями імпульсного нерекурсивного низькочастотного фільтру [13]. Зокрема, в роботі [12, стор.102], приведено доведення, що як і функція Гауса, будь-який *B*-сплайн порядку вище першого може бути використаний для визначення коротковіконного перетворення Фур'є, тож, якщо є потреба в отриманні цифрового низькочастотного фільтру ЦЗ, то достатньо в моделі (4) визначити значення сплайну у вузлах розбиття $\Delta_{h,h}$ [14]. Наприклад, якщо ввести заміну

$$x = 2\left(t - ih_t\right)/h_t\ ,\ |x| \le 1, \qquad y = 2\left(q - jh_q\right)/h_q\ ,\ |y| \le 1, \tag{5}$$

можна подати (2) в розгорнутому вигляді [10]:

$$S_{2,0}\left(p,t,q\right) = \frac{1}{64}\Big(\left(1-x\right)^2\left(1-y\right)^2 p_{i-1,j-1} + \left(1-x\right)^2\left(6-2y^2\right)p_{i-1,j} +$$
$$+\left(1-x\right)^2\left(1+y\right)^2 p_{i-1,j+1} + \left(6-2x^2\right)\left(1-y\right)^2 p_{i,j-1} + \left(6-2x^2\right)\left(6-2y^2\right)p_{i,j} +$$
$$+\left(6-2x^2\right)\left(1+y\right)^2 p_{i,j+1} + \left(1+x\right)^2\left(1-y\right)^2 p_{i+1,j-1} + \left(1+x\right)^2\left(6-2y^2\right)p_{i+1,j} +$$
$$+\left(1+x\right)^2\left(1+y\right)^2 p_{i+1,j+1}\Big). \tag{6}$$

Далі, при потребі обробки ЦЗ, поклавши $x = 0$, $y = 0$ отримаємо лінійний оператор $L\left(p^{i,j}\right)$ низькочастотної фільтрації:

$$L\left(p^{i,j}\right) = S_{2,0}\left(p, ih, jh\right) = \big(p_{i-1,j-1} + 6p_{i-1,j} + p_{i+1,j+1} +$$
$$+6p_{i,j-1} + 36p_{i,j} + 6p_{i,j+1} + p_{i+1,j-1} + 6p_{i+1,j} + p_{i+1,j+1}\big)/64,$$
$$i, j \in \mathbb{Z},$$

або, використовуючи запис у формі дискретної згортки послідовності $p_{i,j}$, $i, j \in \mathbb{Z}$ з маскою фільтра γ, можна записати так:

$$L\left(p^{i,j}\right) = \sum_{ii=i-1}^{i+1}\sum_{jj=j-1}^{j+1}\gamma_{ii-i,jj-j}\,p_{ii,jj}\ , \quad i, j \in \mathbb{Z},$$

де

$$\gamma = \frac{1}{64}\begin{pmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 6 & 36 & 6 \\ 1 & 6 & 1 \end{pmatrix}.$$

В основній частині даної роботи поставимо за мету одержання часткових похідних моделі зображення на основі виразу (6), визначення часткових випадків, придатних для обробки ЦЗ, а також побудуємо на основі них оператори для пошуку особливих точок цифрових зображень.

Виклад основного матеріалу. З урахуванням замін (5) та виразу (6), часткові похідні сплайну (2) такі:

$$S'_{2,0}\left(p,t,q\right)_t = \frac{1}{16h_t}\Big(\Big(-p_{i-1,\,j-1}-6p_{i-1,\,j}-p_{i-1,\,j+1}+p_{i+1,\,j-1}+6p_{i+1,\,j}+p_{i+1,\,j+1}\Big)+$$
$$+\Big(2p_{i-1,\,j-1}-2p_{i-1,\,j+1}-2p_{i+1,\,j-1}+2p_{i+1,\,j+1}\Big)y+\Big(p_{i-1,\,j-1}+6p_{i-1,\,j}+p_{i-1,\,j+1}-$$
$$-2p_{i,\,j-1}-12p_{i,\,j}-2p_{i,\,j+1}+p_{i+1,\,j-1}+6p_{i+1,\,j}+p_{i+1,\,j+1}\Big)x+\Big(-2p_{i-1,\,j-1}+$$
$$+2p_{i-1,\,j+1}+4p_{i,\,j-1}-4p_{i,\,j+1}-2p_{i+1,\,j-1}+2p_{i+1,\,j+1}\Big)xy+\Big(-p_{i-1,\,j-1}+2p_{i-1,\,j}-$$
$$-p_{i-1,\,j+1}+p_{i+1,\,j-1}-2p_{i+1,\,j}+p_{i+1,\,j+1}\Big)y^2+\Big(p_{i-1,\,j-1}-2p_{i-1,\,j}+p_{i-1,\,j+1}-$$
$$-2p_{i,\,j-1}+4p_{i,\,j}-2p_{i,\,j+1}+p_{i+1,\,j-1}-2p_{i+1,\,j}+p_{i+1,\,j+1}\Big)xy^2\Big)\Big),$$

$$S'_{2,0}\left(p,t,q\right)_q = \frac{1}{16h_q}\Big(\Big(-p_{i-1,\,j-1}+p_{i-1,\,j+1}-6p_{i,\,j-1}+6p_{i,\,j+1}-p_{i+1,\,j-1}+p_{i+1,\,j+1}\Big)+$$
$$+\Big(2p_{i-1,\,j-1}-2p_{i-1,\,j+1}-2p_{i+1,\,j-1}+2p_{i+1,\,j+1}\Big)x+\Big(p_{i-1,\,j-1}-2p_{i-1,\,j}+$$
$$+p_{i-1,\,j+1}+6p_{i,\,j-1}-12p_{i,\,j}+6p_{i,\,j+1}+p_{i+1,\,j-1}-2p_{i+1,\,j}+p_{i+1,\,j+1}\Big)y+\Big(-p_{i-1,\,j-1}+$$
$$+p_{i-1,\,j+1}+2p_{i,\,j-1}-2p_{i,\,j+1}-p_{i+1,\,j-1}+p_{i+1,\,j+1}\Big)x^2+\Big(-2p_{i-1,\,j-1}+4p_{i-1,\,j}-$$
$$-2p_{i-1,\,j+1}+2p_{i+1,\,j-1}-4p_{i+1,\,j}+2p_{i+1,\,j+1}\Big)xy+\Big(p_{i-1,\,j-1}-2p_{i-1,\,j}+p_{i-1,\,j+1}-$$
$$-2p_{i,\,j-1}+4p_{i,\,j}-2p_{i,\,j+1}+p_{i+1,\,j-1}-2p_{i+1,\,j}+p_{i+1,\,j+1}\Big)x^2y\Big)\Big).$$

Для роботи з ЦЗ дискретні аналоги $S'_{2,0}\left(p,t,q\right)_t$, $S'_{2,0}\left(p,t,q\right)_q$ при $x=0$, $y=0$ та, з урахуванням $h_t=h_q=1$, можна подати так:

$$S'_{2,0,l} = \sum_{ii=i-1}^{i+1}\sum_{j=i-1}^{j+1}\gamma'_{l,ii-i,\,jj-j}\cdot p_{ii,\,jj}\;, \qquad (7)$$

де

$$l=\{t,q\}\ ; \qquad \gamma'_t=\frac{1}{16}\begin{pmatrix}-1 & -6 & -1\\ 0 & 0 & 0\\ 1 & 6 & 1\end{pmatrix};$$

$$\gamma'_q=\frac{1}{16}\begin{pmatrix}-1 & 0 & 1\\ -6 & 0 & 6\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}.$$

Неперервні часткові похідні другого порядку визначаються за виразами:

$$S''_{2,0}(p,t,q)_{t^2}=\frac{1}{8h_t^2}\Big(\big(p_{i-1,\,j-1}+6p_{i-1,\,j}+p_{i-1,\,j+1}-$$
$$-2p_{i,\,j-1}-12p_{i,\,j}-2p_{i,\,j+1}+p_{i+1,\,j-1}+6p_{i+1,\,j}+p_{i+1,\,j+1}\big)+\big(-2p_{i-1,\,j-1}+$$
$$+2p_{i-1,\,j+1}+4p_{i,\,j-1}-4p_{i,\,j+1}-2p_{i+1,\,j-1}+2p_{i+1,\,j+1}\big)y+$$
$$+\big(p_{i-1,\,j-1}-2p_{i-1,\,j}+p_{i-1,\,j+1}-2p_{i,\,j-1}+4p_{i,\,j}-2p_{i,\,j+1}+p_{i+1,\,j-1}-2p_{i+1,\,j}+p_{i+1,\,j+1}\big)y^2\Big).$$

$$S''_{2,0}(p,t,q)_{q^2}=\frac{1}{8h_q^2}\Big(\big(p_{i-1,\,j-1}-2p_{i-1,\,j}+$$
$$+p_{i-1,\,j+1}+6p_{i,\,j-1}-12p_{i,\,j}+6p_{i,\,j+1}+p_{i+1,\,j-1}-2p_{i+1,\,j}+p_{i+1,\,j+1}\big)+$$
$$+\big(-2p_{i-1,\,j-1}+4p_{i-1,\,j}-2p_{i-1,\,j+1}+2p_{i+1,\,j-1}-4p_{i+1,\,j}+2p_{i+1,\,j+1}\big)x+$$
$$+\big(p_{i-1,\,j-1}-2p_{i-1,\,j}+p_{i-1,\,j+1}-2p_{i,\,j-1}+4p_{i,\,j}-2p_{i,\,j+1}+p_{i+1,\,j-1}-2p_{i+1,\,j}+p_{i+1,\,j+1}\big)x^2\Big),$$

$$S''_{2,0}(p,t,q)_{tq}=\frac{1}{4h_th_q}\Big(\big(p_{i-1,\,j-1}-p_{i-1,\,j+1}-p_{i+1,\,j-1}+p_{i+1,\,j+1}\big)+\big(-p_{i-1,\,j-1}+$$
$$+p_{i-1,\,j+1}+2p_{i,\,j-1}-2p_{i,\,j+1}-p_{i+1,\,j-1}+p_{i+1,\,j+1}\big)x+\big(-p_{i-1,\,j-1}+2p_{i-1,\,j}-$$
$$-p_{i-1,\,j+1}+p_{i+1,\,j-1}-2p_{i+1,\,j}+p_{i+1,\,j+1}\big)y+\big(p_{i-1,\,j-1}-2p_{i-1,\,j}+p_{i-1,\,j+1}-$$
$$-2p_{i,\,j-1}+4p_{i,\,j}-2p_{i,\,j+1}+p_{i+1,\,j-1}-2p_{i+1,\,j}+p_{i+1,\,j+1}\big)xy\Big).$$

відповідно, дискретні згортки операторів диференціювання другого порядку на основі моделі (2) такі:

$$S''_{2,0,l} = \sum_{ii=i-1}^{i+1} \sum_{j=i-1}^{j+1} \gamma''_{l,ii-i,jj-j} \cdot p_{ii,jj} \ , \qquad (8)$$

де

$$l = \left\{ t^2, q^2, tq \right\}; \qquad \gamma''_{t^2} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 1 & 6 & 1 \\ -2 & -12 & -2 \\ 1 & 6 & 1 \end{pmatrix};$$

$$\gamma''_{q^2} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 6 & -12 & 6 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}; \qquad \gamma''_{tq} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Знаходження особливих точок об’єктів ЦЗ на основі операторів першого порядку (7) базується на припущенні, що диференціювання визначає різку зміну інтенсивності на краях, а в кутових точках така зміна ще більша. Умова знаходження точок, де швидкість зміни функції інтенсивності ЦЗ максимальна, потребує визначення локальних максимумів перших часткових похідних, тож природнім є аналіз градієнта $\nabla S_{2,0}$ зображення на основі моделі (2):

$$\nabla S_{2,0} = S'_{2,0,t} + S'_{2,0,q} = \sum_{ii=i-1}^{i+1} \sum_{j=i-1}^{j+1} gr_{(2,0),ii-i,jj-j} \cdot p_{ii,jj} \ ,$$

де

$$gr_{(2,0)} = \frac{1}{16} \begin{pmatrix} -2 & -6 & 0 \\ -6 & 0 & 6 \\ 0 & 6 & 2 \end{pmatrix}.$$

Альтернативою диференціюванню першого порядку та знаходженню максимуму першої похідної є диференціювання другого порядку з подальшим знаходженням точок нуля другої похідної. При обробці ЦЗ найчастіше має використання оператор Лапласа (лапласіан) з ядром, що апроксимується диференціалами другого порядку. Виходячи з моделі (2) та операторів (8), лапласіан $\nabla^2 S_{2,0}$ на основі локального поліноміального сплайну $S_{2,0}\left(p,t,q\right)$ такий:

$$\nabla^2 S_{2,0} = S''_{2,0,t^2} + S''_{2,0,q^2} = \sum_{ii=i-1}^{i+1} \sum_{j=i-1}^{j+1} lp_{(2,0),ii-i,jj-j} \cdot p_{ii,jj} \, ,$$

де

$$lp_{(2,0)} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -12 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Оскільки оператор Лапласа є досить чутливим до шуму, використання лапласіана на основі згладжуючих сплайнів, на кшталт $S_{2,0}\left(p,t,q\right)$, є обгрунтованою альтернативою застосуванню лапласіанів функції Гаусса. Для виявлення на основі $\nabla^2 S_{2,0}$ особливостей ЦЗ, зокрема краплеподібних структур, достатньо приділити увагу аналізу його екстремумів.

Окрім лапласіана $\nabla^2 S_{2,0}$, на основі моделі (2) можна визначити ще три диференціальних інваріанти [8] відносно локальних обертань: магнітуда градієнта $\left|\nabla S_{2,0}\right|$, детермінант Гессіана $\det \mathrm{H}_{S_{2,0}}$ та кривизна кривої рівня маштабування $\tilde{k}\left(S_{2,0}\right)$.

Зокрема, афінно коваріантний детектор структур типа крапель, що також реагує на сідлові точки, може бути поданий як мінімум та максимум детермінанта Гессіана:

$$\det \mathrm{H}_{S_{2,0}} = S''_{2,0,t^2} \cdot S''_{2,0,q^2} - S''^{2}_{2,0,tq} \, ,$$

а прямолінійний та афінно коваріантний детектор кутів – як мінімум та максимум кривизни $\tilde{k}\left(S_{2,0}\right)$:

$$\tilde{k}\left(S_{2,0}\right) = S'^{2}_{2,0,t} \cdot S''_{2,0,q^2} + S'^{2}_{2,0,q} \cdot S''_{2,0,t^2} - 2S'_{2,0,t} \cdot S'_{2,0,q} \cdot S''_{2,0,tq} \, ,$$

де оператори $S'_{2,0,t}$, $S'_{2,0,q}$, $S''_{2,0,t^2}$, $S''_{2,0,q^2}$ та $S''_{2,0,tq}$ визначаються з (7) та (8).

Для побудови дескриптора особливої точки ЦЗ, як, на зразок, у методі масштабно-інваріантних перетворень особливостей (SIFT) [15], на основі моделі (2) та операторів (7) можна запропонувати до використання такі оцінки магнітуди градієнта $\left|\nabla S_{2,0}\right|$

$$\left|\nabla S_{2,0}\right| = \sqrt{S'^2_{2,0,t} + S'^2_{2,0,q}}$$

та кута орієнтації $\theta_{S_{2,0}}$

$$\theta_{S_{2,0}} = arctg\left(\frac{S'_{2,0,q}}{S'_{2,0,t}}\right).$$

Висновок. В роботі отримано перші та другі диференціали та їх часткові випадки для двовимірного локального поліноміального сплайну на основі *B*-сплайнів другого порядку, близького до інтерполяційного у середньому та наведено аналоги відомих операторів для визначення локальних особливостей ЦЗ. Запропоновані оператори мають властивості близькі до часткових випадків похідних функції Гаусса та мають низьку обчислювальну складність, що надає право рекомендувати їх для реалізації в програмному забезпеченні обробки ЦЗ та цифрового відео, в тому числі в режимі реального часу.

Подальші дослідження можуть полягати в отриманні аналогічних операторів на основі двовимірних комбінацій *B*-сплайнів порядку вище другого та аналізу можливостей їх застосування в задачах обробки цифрових зображень та відео.

Бібліографічні посилання

1. **Кухаренко Б.Г.** Алгоритмы анализа изображений для определения локальных особенностей и распознавания объектов и панорам // «Информационные технологии», № 7, 2011. Приложение. – 32 с.
2. **Prewitt J.M.S., Mendelsohn M.L.** The analysis of cell images // Annals of the New York Academy of Science. 1966. V. 128. P. 1035-1053.
3. **Sobel I.E.** Camera Models and Machine Perception. PhD Thesis. Stanford University, CA, 1970.
4. **Canny J.** A computational approach to edge detection // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 1986. V. 8. N 6. P. 679-698.
5. **Marr D.C., Hildreth E.** Theory of edge detection // Proceedings of the Royal Society of London. 1980. V. B207. P. 187-217.
6. **Schmid C., Mohr R., Bauckhage C.** Evaluation of interest point detectors // International Journal of Computer Vision. 2000. V. 37. N 2. P. 151-172.

7. **Lindeberg T.** Scale-space / Wah B., ed. Encyclopedia of Computer Science and Engineering. Hoboken, New Jersey: John Wiley and Sons. 2009. V. IV. P. 2495 – 2504.
8. **Koenderink J.J., van Dorn A.J.** Generic neighborhood operators // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 1992. V. 14. N 6. P. 597-605.
9. **Приставка П.О., Рябий М.О.** Модель реалістичних зображень на основі двовимірних сплайнів, близьких до інтерполяційних у середньому // Наукоємні технології. – 2012. –№3 (15). – С. 67-71.
10. **Приставка П.О.** Поліномаільні сплайни при обробці даних. – Д.: Вид-во Дніпропетр. ун-ту, 2004. – 236 с.
11. **Лигун А.А., Шумейко А.А.** Асимптотические методы восстановления кривых.- К.: ИМ НАНУ, 1997.- 358 с.
12. **Чуи Ч.** Введение в вэйвлеты // Пер. с. англ. –М.: Мир, 2001. –412 с.
13. **Василенко В.А., Зюзин М.В., Ковалков А.В.** Сплайн-функции и цифровые фильтры (под ред. А.С. Алексеева). – Новосибирск: Вычислительный центр СО АН СССР, 1984. – 141 с.
14. **Приставка П.О.** Обчислювальні аспекти застосування поліноміальних сплайнів при побудові фільтрів / Актуальні проблеми автоматизації та інформаційних технологій.- Д.: Вид-во Дніпропетр. ун-ту.- 2006. -Т.10. – С.3-14.
15. **Lowe D.G.** Distinctive image features from scale-invariant keypoints // International Journal of Computer Vision. 2004. V. 60. N 2. P. 91-110.

Надійшла до редколегії 1.06.15.