УДК 519.652:519.254

П.О.Приставка

ЛІНІЙНІ ОПЕРАТОРИ НА ОСНОВІ ПОЛІНОМІАЛЬНИХ СПЛАЙНІВ В ЗАДАЧІ ФІЛЬТРАЦІЇ ТРИВИМІРНИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ

Подано лінійні оператори, що можуть бути використані при автоматизованій обробці тривимірних послідовностей відліків гладких функцій. Оператори забезпечують низькочастотну та високочастотну фільтрацію тривимірного сигналу, а також контрастування.

Постановка проблеми. При автоматизованій обробці тривимірних сигналів, наприклад, цифрового відео, ключовою вимогою до математичного забезпечення є швидкодія обчислень при виконанні цільової функції обробки. Під цільовою функцією в контексті розуміється виконання конкретної задачі: низькочастотної або високочастотної фільтрації, контрастування, масштабування, тощо. Швидкодія обробки напряму залежить від кількості простіших арифметичних операцій процедури опрацювання. Вочевидь, подібній вимозі задовольняють лінійні оператори, які й використовуються при реалізації у відповідному програмному забезпеченні.

Останні дисятиріччя розвиток отримали методи, що базуються на обчислювальному аспекті, зокрема вейвлет-перетвореня, методи subdivision, часткові випадки локальних поліноміальних сплайнів на основі *B*-сплайнів. Проте, актуальним залишається питання подання обчислювальних схем обробки тривимірних сигналів, які б одночасно мали порівняно високу швидкодію і при цьому задовольняли вимогам до кінцевого результату обробки.

Аналіз досліджень та постановка задачі. Не відкидаючи можливостей застосування методів обробки тривимірних сигналів, викладених в інших публікаціях, пропонується розглянути питання про використання операторів, отриманих із залученням часткових випадків локальних поліноміальних сплайнів, близьких до інтерполяційних у середньому на основі *B*-сплайнів другого-четвертого порядків. Аргументацією до подібного підходу є викладені нижче міркування.

Технологія збереження (або передачі) цифрованого тривимірного сигналу, припускає, що кожен елемент p тривимірної послідовності можна подати у вигляді такої суми:

$$p = \overline{p} + \varepsilon, \qquad (1)$$

де $\overline{p}$ – усереднене значення; ε – похибка. Існує думка, що доречним є розглядати наступну суму:

$$p = p_{icm} + \varepsilon, \qquad (2)$$

де p_{icm} – істинне значення сигналу, що фіксується. Проте, є заперечення проти подібного визначення. Наприклад, для цифрованого відео вираз (2) не може виконуватись апріорі. По-перше, апаратні можливості камер фіксації сигналу не забезпечують виконання виразу (2) – розрішення кадру по-суті є визначальним у питанні скільки інформації можна зосередити на одиниці площі матриці фіксації. Отже, мова йде про інтегральну характеристику, дискретним аналогом якої є саме величина $\overline{p}$. По-друге, не маючи несуб'єктивних критеріїв стосовно якості візуальної інформації, вираз (2) логічно поступається в аргументації виразу (1).

Існує достатньо вичерпно досліджений математичний апарат обробки даних подібних (1), що відповідає вимозі швидкодії відповідних обчислювальних процедур. Це – різноманітні типи локальних сплайнів [1; 2]. В авторських роботах [3 – 7] подано приклади використання часткових випадків сплайн-операторів двох змінних в задачах субполосної фільтрації, контрастування та масштабування двовимірних послідовностей, які можуть бути узагальнені на випадок тривимірних послідовностей.

Виклад основного матеріалу. Зафіксуємо розбиття Δ_{h_t}, Δ_{h_q}, Δ_{h_g} осей T, Q, G точками $t_i = ih_t$, $i \in Z$, $h_t > 0$, $q_j = jh_q$, $j \in Z$, $h_q > 0$, $g_l = lh_g$, $l \in Z$, $h_g > 0$, відповідно до яких задається розбиття Δ_{h_t,h_q,h_g} дійсного простору $\mathbb{R}_3$ на однакові області. Нехай у вузлах розбиття Δ_{h_t,h_q,h_g} задано значення деякої гладкої функції $p(t,q,g) \in C^{r,r,r}$, $r = 2,3,4$: $p_{i,j,l}$, $i,j,l \in Z$, причому будемо вважати, що виконується

$$p_{i,j,l} = \overline{p}_{i,j,l} + \varepsilon_{i,j,l}, \qquad (3)$$

де

$\varepsilon_{i,j,l}$ – похибка;

$$\overline{p}_{i,j,l} = \frac{1}{h_t h_q h_g} \int\limits_{(i-0,5)h_t}^{(i+0,5)h_t} \int\limits_{(j-0,5)h_q}^{(j+0,5)h_q} \int\limits_{(l-0,5)h_g}^{(l+0,5)h_g} p(t,q,g)\,dtdqdg\,.$$

Якщо задано системи базисних функцій у вигляді *B*-сплайнів, то для вирішення задачі неперервної апроксимації функції $p(t,q,g)$ можемо використати тривимірні поліноміальні сплайни, що є близькими до інтерполяційних у середньому [2], що ставляться у відповідність послідовності $P = \left\{ p_{i,j,l} \right\}_{i,j,l \in Z}$ значень типу (3).

Як було показано в роботі [4], для отримання низькочастотних фільтрів достатньо використати значення сплайнів відповідного порядку у вузлових точках. Отже, нехай $S_{r,k}(p,t,q,g)$ - сплайн трьох змінних r -го порядку, k -го ступеня уточнення ($k = 0,1,2$). Будемо позначати

$$S_{r,k}^{(x;y;z)}$$

- функціонал, що є значенням сплайну $S_{r,k}(p,t,q,g)$ при набутті змінними x, y, z, $|x| \le 1$, $|y| \le 1$, $|z| \le 1$,

$$x = \frac{2}{h_t}\left(t - (i+0,5)h_t\right),\ y = \frac{2}{h_q}\left(q - (j+0,5)h_q\right),$$

$$z = \frac{2}{h_g}\left(g - (l+0,5)h_g\right), \qquad \text{при } r = 2,4,$$

$$x = \frac{2}{h_t}\left(t - ih_t\right), \qquad y = \frac{2}{h_q}\left(t - jh_q\right),$$

$$z = \frac{2}{h_g}\left(g - lh_g\right), \qquad \text{при } r = 3,$$

конкретних значень з проміжків $[-1;1]$. Наприклад, позначення $S_{2,1}^{\left(-\frac{1}{5};\frac{3}{5};1\right)}$ слід розуміти, як результат перетворення над сплайном $S_{2,1}(p,t,q,g)$ [4], отримане при покладанні змінних $x = -\frac{1}{5}$, $y = \frac{3}{5}$ та $z = 1$.

Введемо позначення $\gamma_{(x;y;z)}^{(r,k)}$ - тривимірна матриця, елементи якої після операції дискретної згортки з послідовністю P надають лінійний функціонал $S_{r,k}^{(x;y;z)}$, тобто:

$$S_{r,k}^{(x;y;z)} = \sum_{i\in\mathbb{Z}} \sum_{j\in\mathbb{Z}} \sum_{l\in\mathbb{Z}} \gamma_{(x;y;z)i,j,l}^{(r,k)} \cdot p_{i,j,l} \,.$$

Для отримання лінійних операторів низькочастотних фільтрів на основі зазначених сплайнів, достатньо обрахувати відповідний сплайн у точках

$$x = 0\,,\ y = 0\,,\ z = 0\,, \text{при } r = 2,4,$$

та

$$x = \mp 1\,,\ y = \mp 1\,,\ z = \mp 1\,, \text{при } r = 3\,.$$

Отже, маємо такі лінійні оператори, отримані з явних виглядів сплайнів, близьких до інтерполяційних у середньому:

$$S_{2,0}^{(0;0;0)} = \sum_{ii=i-1}^{i+1} \sum_{jj=j-1}^{j+1} \sum_{ll=l-1}^{l+1} \gamma н_{ii-i,jj-j,ll-l}^{(2,0)} \cdot p_{ii,jj,ll}\,, \tag{4}$$

$$S_{3,0}^{(-1;-1;-1)} = \sum_{ii=i-1}^{i+1} \sum_{jj=j-1}^{j+1} \sum_{ll=l-1}^{l+1} \gamma н_{ii-i,jj-j,ll-l}^{(3,0)} \cdot p_{ii,jj,ll}\,, \tag{5}$$

$$S_{4,0}^{(0;0;0)} = \sum_{ii=i-2}^{i+2} \sum_{jj=j-2}^{j+2} \sum_{ll=l-2}^{l+2} \gamma н_{ii-i,jj-j,ll-l}^{(4,0)} \cdot p_{ii,jj,ll}\,, \tag{6}$$

де

$\gamma н^{(r,0)} = \left\{\gamma н_{i,j,l}^{(r,0)}; i,j,l = \overline{-1;1}\right\}$, $r = 2,3$; $\gamma н^{(4,0)} = \left\{\gamma н_{i,j,l}^{(4,0)}; i,j,l = \overline{-2;2}\right\}$ - тривимірні маски низькочастотного фільтру, двовимірні складові яких

$$\gamma н_i^{(r,0)},\ i = \overline{-1;1}\,; \qquad \gamma н_i^{(4,0)},\ i = \overline{-2;2}\,,$$

такі:

$$\gamma н_{-1}^{(2,0)} = \gamma н_1^{(2,0)} = \frac{1}{512}\begin{pmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 6 & 36 & 6 \\ 1 & 6 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\gamma н_0^{(2,0)} = \frac{1}{512}\begin{pmatrix} 6 & 36 & 6 \\ 36 & 216 & 36 \\ 6 & 36 & 6 \end{pmatrix},$$

$$\gamma н_{-1}^{(3,0)} = \gamma н_1^{(3,0)} = \frac{1}{216}\begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\gamma н_0^{(3,0)} = \frac{1}{216}\begin{pmatrix} 4 & 16 & 4 \\ 16 & 64 & 16 \\ 4 & 16 & 4 \end{pmatrix},$$

$$\gamma н_{-2}^{(4,0)} = \gamma н_2^{(4,0)} = \frac{1}{Dv}\begin{pmatrix} 1 & 76 & 230 & 76 & 1 \\ 76 & 5776 & 17480 & 5776 & 76 \\ 230 & 17480 & 52900 & 17480 & 230 \\ 76 & 5776 & 17480 & 5776 & 76 \\ 1 & 76 & 230 & 76 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\gamma н_{-1}^{(4,0)} = \gamma н_1^{(4,0)} = \frac{1}{Dv}\begin{pmatrix} 76 & 5776 & 17480 & 5776 & 76 \\ 5776 & 438976 & 1328480 & 438976 & 5776 \\ 17480 & 1328480 & 4020400 & 1328480 & 17480 \\ 5776 & 438976 & 1328480 & 438976 & 5776 \\ 76 & 5776 & 17480 & 5776 & 76 \end{pmatrix},$$

$$\gamma н_0^{(4,0)} = \frac{1}{Dv}\begin{pmatrix} 230 & 17480 & 52900 & 17480 & 230 \\ 17480 & 1328480 & 4020400 & 1328480 & 17480 \\ 52900 & 4020400 & 12167000 & 4020400 & 52900 \\ 17480 & 1328480 & 4020400 & 1328480 & 17480 \\ 230 & 17480 & 52900 & 17480 & 230 \end{pmatrix},$$

де

$$Dv = 384^3 = 56623104\,.$$

У відповідність низькочастотним фільтрам (4)-(6) поставимо наступні високочастотні фільтри:

$$S^{в}_{r,0} = \sum_{ii=i-1}^{i+1} \sum_{jj=j-1}^{j+1} \sum_{ll=l-1}^{l+1} \gamma в^{(r,0)}_{ii-i,jj-j,ll-l} \cdot p_{ii,jj,ll}\ ,\ r = 2,3,$$

$$S^{в}_{4,0} = \sum_{ii=i-2}^{i+2} \sum_{jj=j-2}^{j+2} \sum_{ll=l-2}^{l+2} \gamma в^{(4,0)}_{ii-i,jj-j,ll-l} \cdot p_{ii,jj,ll}\ ,$$

де

$\gamma в^{(r,0)} = \left\{\gamma в^{(r,0)}_{i,j,l}; i,j,l = \overline{-1;1}\right\},\ r = 2,3;\ \gamma в^{(4,0)} = \left\{\gamma в^{(4,0)}_{i,j,l}; i,j,l = \overline{-2;2}\right\}$ - тривимірні маски високочастотних фільтрів, двовимірні складові яких

$$\gamma в^{(r,0)}_{i},\ i = \overline{-1;1}; \qquad \gamma в^{(4,0)}_{i},\ i = \overline{-2;2},$$

такі:

$$\gamma в^{(2,0)}_{-1} = \gamma в^{(2,0)}_{1} = -\gamma н^{(2,0)}_{-1},$$

$$\gamma в^{(2,0)}_{0} = \frac{1}{512}\begin{pmatrix} -6 & -36 & -6 \\ -36 & 296 & -36 \\ -6 & -36 & -6 \end{pmatrix},$$

$$\gamma в^{(3,0)}_{-1} = \gamma в^{(3,0)}_{1} = -\gamma н^{(3,0)}_{-1}$$

$$\gamma в^{(3,0)}_{0} = \frac{1}{216}\begin{pmatrix} -4 & -16 & -4 \\ -16 & 152 & -16 \\ -4 & -16 & -4 \end{pmatrix},$$

$$\gamma в^{(4,0)}_{-2} = \gamma в^{(4,0)}_{2} = -\gamma н^{(4,0)}_{-2},$$

$$\gamma в^{(4,0)}_{-1} = \gamma в^{(4,0)}_{1} = -\gamma н^{(4,0)}_{-1},$$

$$\gamma в_0^{(4,0)} = \frac{1}{Dv}\begin{pmatrix} -230 & -17480 & -52900 & -17480 & -230 \\ -17480 & -1328480 & -4020400 & -1328480 & -17480 \\ -52900 & -4020400 & 44456104 & -4020400 & -52900 \\ -17480 & -1328480 & -4020400 & -1328480 & -17480 \\ -230 & -17480 & -52900 & -17480 & -230 \end{pmatrix}.$$

Контрастні фільтри, що є зворотними [5] до низькочастотних (4)-(6), визначають наступні лінійні оператори:

$$S_{r,0}^{\kappa} = \sum_{ii=i-2}^{i+2}\sum_{jj=j-2}^{j+2}\sum_{ll=l-2}^{l+2}\gamma\kappa_{ii-i,jj-j,ll-l}^{(r,0)}\cdot p_{ii,jj,ll}\ ,\ r = 2,3,$$

$$S_{4,0}^{\kappa} = \sum_{ii=i-4}^{i+4}\sum_{jj=j-4}^{j+4}\sum_{ll=l-4}^{l+4}\gamma\kappa_{ii-i,jj-j,ll-l}^{(4,0)}\cdot p_{ii,jj,ll}\ ,$$

де

$\gamma\kappa^{(r,0)} = \left\{\gamma\kappa_{i,j,l}^{(r,0)}; i,j,l = \overline{-2;2}\right\}$, $r = 2,3$; $\gamma\kappa^{(4,0)} = \left\{\gamma\kappa_{i,j,l}^{(4,0)}; i,j,l = \overline{-4;4}\right\}$ - тривимірні маски контрастних фільтрів, двовимірні складові яких

$$\gamma\kappa_i^{(r,0)},\ i = \overline{-2;2}; \qquad \gamma\kappa_i^{(4,0)},\ i = \overline{-4;4},$$

такі:

$$\gamma\kappa_{-2}^{(2,0)} = \gamma\kappa_2^{(2,0)} = \frac{1}{39304}\begin{pmatrix} 1 & -8 & 48 & -8 & 1 \\ -8 & 64 & -384 & 64 & -8 \\ 48 & -384 & 2304 & -384 & 48 \\ -8 & 64 & -384 & 64 & -8 \\ 1 & -8 & 48 & -8 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\gamma\kappa_{-1}^{(2,0)} = \gamma\kappa_1^{(2,0)} = \frac{1}{39304}\begin{pmatrix} -8 & 64 & -384 & 64 & -8 \\ 64 & -512 & 3072 & -512 & 64 \\ -384 & 3072 & -18432 & 3072 & -384 \\ 64 & -512 & 3072 & -512 & 64 \\ -8 & 64 & -384 & 64 & -8 \end{pmatrix},$$

$$
\gamma\kappa_0^{(2,0)} = \frac{1}{39304}\begin{pmatrix} 48 & -384 & 2304 & -384 & 48 \\ -384 & 3072 & -18432 & 3072 & -384 \\ 2304 & -18432 & 110592 & -18432 & 2304 \\ -384 & 3072 & -18432 & 3072 & -384 \\ 48 & -384 & 2304 & -384 & 48 \end{pmatrix},
$$

$$
\gamma\kappa_{-2}^{(3,0)} = \gamma\kappa_2^{(3,0)} = \frac{1}{2744}\begin{pmatrix} 1 & -6 & 24 & -6 & 1 \\ -6 & 36 & -144 & 36 & -6 \\ 24 & -144 & 576 & -144 & 24 \\ -6 & 36 & -144 & 36 & -6 \\ 1 & -6 & 24 & -6 & 1 \end{pmatrix},
$$

$$
\gamma\kappa_{-1}^{(3,0)} = \gamma\kappa_1^{(3,0)} = \frac{1}{2744}\begin{pmatrix} -6 & 36 & -144 & 36 & -6 \\ 36 & -216 & 864 & -216 & 36 \\ -144 & 864 & -3456 & 864 & -144 \\ 36 & -216 & 864 & -216 & 36 \\ -6 & 36 & -144 & 36 & -6 \end{pmatrix},
$$

$$
\gamma\kappa_0^{(3,0)} = \frac{1}{2744}\begin{pmatrix} 24 & -144 & 576 & -144 & 24 \\ -144 & 864 & -3456 & 864 & -144 \\ 576 & -3456 & 13824 & -3456 & 576 \\ -144 & 864 & -3456 & 864 & -144 \\ 24 & -144 & 576 & -144 & 24 \end{pmatrix},
$$

$$
\gamma\kappa_{-4}^{(4,0)} = \gamma\kappa_4^{(4,0)} = \begin{pmatrix} \text{-3,0284E-10} & -0{,}00000002 & 0{,}00000012 & -0{,}00000037 & 0{,}00000099 & \cdots \\ -0{,}00000002 & -0{,}00000161 & 0{,}00000847 & -0{,}00002659 & 0{,}00007236 & \cdots \\ 0{,}00000012 & 0{,}00000847 & -0{,}00004466 & 0{,}00014016 & -0{,}00038136 & \cdots \\ -0{,}00000037 & -0{,}00002659 & 0{,}00014016 & -0{,}00043992 & 0{,}00119697 & \cdots \\ 0{,}00000099 & 0{,}00007236 & -0{,}00038136 & 0{,}00119697 & -0{,}00325681 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix},
$$

$$\gamma\kappa_{-3}^{(4,0)}=\gamma\kappa_{3}^{(4,0)}=\begin{pmatrix} \text{-0,00000002} & \text{-0,00000161} & \text{0,00000847} & \text{-0,00002659} & \text{0,00007236} & \cdots \\ \text{-0,00000161} & \text{-0,00011714} & \text{0,00061737} & \text{-0,00193773} & \text{0,00527231} & \cdots \\ \text{0,00000847} & \text{0,00061737} & \text{-0,00325372} & \text{0,01021241} & \text{-0,02778663} & \cdots \\ \text{-0,00002659} & \text{-0,00193773} & \text{0,01021241} & \text{-0,03205353} & \text{0,08721344} & \cdots \\ \text{0,00007236} & \text{0,00527231} & \text{-0,02778663} & \text{0,08721344} & \text{-0,23729632} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

$$\gamma\kappa_{-2}^{(4,0)}=\gamma\kappa_{2}^{(4,0)}=\begin{pmatrix} \text{0,00000012} & \text{0,00000847} & \text{-0,00004466} & \text{0,00014016} & \text{-0,00038136} & \cdots \\ \text{0,00000847} & \text{0,00061737} & \text{-0,00325372} & \text{0,01021241} & \text{-0,02778663} & \cdots \\ \text{-0,00004466} & \text{-0,00325372} & \text{0,01714808} & \text{-0,05382238} & \text{0,14644364} & \cdots \\ \text{0,00014016} & \text{0,01021241} & \text{-0,05382238} & \text{0,16893142} & \text{-0,45964022} & \cdots \\ \text{-0,00038136} & \text{-0,02778663} & \text{0,14644364} & \text{-0,45964022} & \text{1,25062073} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

$$\gamma\kappa_{-1}^{(4,0)}=\gamma\kappa_{1}^{(4,0)}=\begin{pmatrix} \text{-0,00000037} & \text{-0,00002659} & \text{0,00014016} & \text{-0,00043992} & \text{0,00119697} & \cdots \\ \text{-0,00002659} & \text{-0,00193773} & \text{0,01021241} & \text{-0,03205353} & \text{0,08721344} & \cdots \\ \text{0,00014016} & \text{0,01021241} & \text{-0,05382238} & \text{0,16893142} & \text{-0,45964022} & \cdots \\ \text{-0,00043992} & \text{-0,03205353} & \text{0,16893142} & \text{-0,53022226} & \text{1,44266517} & \cdots \\ \text{0,00119697} & \text{0,08721344} & \text{-0,45964022} & \text{1,44266517} & \text{-3,92530259} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

$$\gamma\kappa_{0}^{(4,0)}=\begin{pmatrix} \text{0,00000099} & \text{0,00007236} & \text{-0,00038136} & \text{0,00119697} & \text{-0,00325681} & \cdots \\ \text{0,00007236} & \text{0,00527231} & \text{-0,02778663} & \text{0,08721344} & \text{-0,23729632} & \cdots \\ \text{-0,00038136} & \text{-0,02778663} & \text{0,14644364} & \text{-0,45964022} & \text{1,25062073} & \cdots \\ \text{0,00119697} & \text{0,08721344} & \text{-0,45964022} & \text{1,44266517} & \text{-3,92530259} & \cdots \\ \text{-0,00325681} & \text{-0,23729632} & \text{1,25062073} & \text{-3,92530259} & \text{10,68023318} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

де, задля економії місця, для $\gamma\kappa_i^{(4,0)}$ приводяться коефіцієнти з індексами

$$\begin{pmatrix} (j-4,l-4) & (j-4,l-3) & (j-4,l-2) & (j-4,l-1) & (j-4,l) & \cdots \\ (j-3,l-4) & (j-3,l-3) & (j-3,l-2) & (j-3,l-1) & (j-3,l) & \cdots \\ (j-2,l-4) & (j-2,l-3) & (j-2,l-2) & (j-2,l-1) & (j-2,l) & \cdots \\ (j-1,l-4) & (j-1,l-3) & (j-1,l-2) & (j-1,l-1) & (j-1,l) & \cdots \\ (j,l-4) & (j,l-3) & (j,l-2) & (j,l-1) & (j,l) & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

а інші визначаються з урахуванням симетрії матриці $\gamma\kappa_i^{(4,0)}$.

Висновки. В роботі одержано тривимірні фільтри з використанням сплайнів відповідної розмірності на основі *B*-слайнів, близьких до інтерполяційних у середньому. Обчислювальні схеми, що можуть бути побудовані на підставі запропонованих лінійних функціоналів, задовольнятимуть вимозі функціонування програмного забезпечення в режимі реального часу.

Отримані результати можуть біти використані при вирішенні задач цифрової обробці тривимірних сигналів, зокрема відеосигналів. Подальші дослідження можна зосередити на розробці відповідних інформаційних та обчислювальних технологій, з урахуванням одержаних функціоналів.

Бібліографічні посилання

1. **Лигун А.А., Шумейко А.А.** Асимптотические методы восстановления кривых. . –К.: ІМ НАН України, 1996. - 358 с.
2. **Приставка П.О.** Поліномаільні сплайни при обробці даних – Д.: Вид-во Дніпропетр. ун-ту, 2004. – 236 с.
3. **Приставка П.О.** Поліноміальні сплайни в задачах бінарного поповнення / Актуальні проблеми автоматизації та інформаційних технологій.- Д.: Вид-во Дніпропетр. ун-ту.- 2003.-Т.7. –С.39-53.
4. **Приставка П.О.** Обчислювальні аспекти застосування поліноміальних сплайнів при побудові фільтрів / Актуальні проблеми автоматизації та інформаційних технологій.- Д.: Вид-во Дніпропетр. ун-ту.- 2006. -Т.10. – С.3-14.
5. **Приставка П.О.** Побудова контрастних фільтрів за використанням поліноміальних сплайнів / Актуальні проблеми автоматизації та інформаційних технологій.- Д.: Вид-во Дніпропетр. ун-ту.- 2007. -Т.11. –С.15-22.
6. **Приставка П.О.** Поповнення послідовностей відліків функцій двох змінних на основі поліноміальних сплайнів / Вісн. НАУ.- К.: НАУ.- 2007.- №3-4. -С. 36-39.
7. **Приставка П.О.** Поповнення зі згладжуванням послідовностей відліків функцій двох змінних на основі сплайнів / Математичне моделювання. – 2008. - №1(18). - С.9-12.

Надійшла до редколегії 17.06.08.