

АЕРОІНТЕГРАЦІЙНИЙ СПОСІБ ВИЗНАЧЕННЯ ВИТРАТ ВОДИ

Повень викликається різними причинами: інтенсивним таненням снігу у весняний час, сильними та довготривалими зливами, льодовими заторами, а також руйнуваннями дамб та гребель. Одним із методів контролю за розвитком весняної повені і прогнозування можливих її наслідків є порівняльний аналіз розвитку повені в поточному році в зіставленні з попередніми роками. Перспективним методом такого аналізу є аероінтеграційний спосіб визначення витрат води.

В основу аероінтеграційного способу визначення витрат води покладено поплавочну інтеграцію швидкостей течії по глибині потоку. Інтегратор – це штучно введене в потік тіло, яке володіє позитивною або негативною плавучістю. Занурюючись або спливаючи в річковому потоці воно проходить послідовно всі його шари, зміщуючись з шмири вниз чи вгору, тобто інтегруючи швидкість течії по глибині.

В рівномірному потоці на поплавок – інтегратор, вертикальні і горизонтальні розміри якого надзвичайно малі порівняно з відповідними розмірами потоку, діє система з чотирьох сил.

Архімедова сила F_A чисельно дорівнює вазі поплавка G_{II} за вирахуванням ваги витисненої ним води і направлено вертикально вгору або вниз в залежності від знаку плавучості поплавка. Протилежна їй за напрямком сила опору води R_A , яка визначається залежністю:

$$R_A = 0,5 P_a \xi_z f_z c_z^2,$$

де P_a – щільність води; ξ_z – коефіцієнт опору поплавка при переміщенні його у вертикальній площині; f_z – максимальний переріз поплавка горизонтальною площиною; c_z – вертикальна швидкість руху поплавка.

Сила, з якою потік діє на поплавок, що в ньому розганяється, і рівна їй по числовому значенню і протилежна за знаком сила опору воду R_w зоб'язані своїм походженням інерційності поплавка, через яку позовжкі складові його швидкості переміщення V_n завжди децю відрізняються від швидкості течії в шарі V , в якому він знаходиться на даний момент. Вираз для R_w аналогічний виразу для R_A

$$R_w = 0,5 P_a \xi_x f_x (V - V_n)^2,$$

де ξ_x – коефіцієнт опору поплавка при переміщенні його в горизонтальній площині; f_x – максимальний переріз поплавка вертикальною площиною.

В системі координат XOZ , початок якої суміщеній з точкою запуску поплавка, а абсциса направлена униз за течією, диференціальні рівняння

вертикального і горизонтального руху поплавка мають вигляд:

$$m_n \frac{dc_z}{dt} = F_A - R_A, \quad m_n \frac{dV_n}{dt} = R_w,$$

де m_n – маса поплавка; t – час.

Маючи на увазі, що $c_z = \frac{dz}{dt}$, після підстанов-

ки значень R_A , F_A та R_w можна записати ці рівняння таким чином:

$$m_{II} \cdot c_z \frac{dc_z}{dz} = (G_B - G_{II}) - 0,5 P_a \xi_z f_z c_z^2, \quad (1)$$

$$m_{II} \cdot c_z \frac{dV_{II}}{dz} = 0,5 P_a \xi_x f_x (V - V_{II})^2, \quad (2)$$

Розв'язок рівняння (1) відносно c_z (при $c_z=0$) приводить до наступного виразу для швидкості спливання поплавка-інтегратора:

$$c_z = c \left(1 - c \frac{2 P_a \xi_z f_z g}{P_{II} c^2} \right)^{0,5}, \quad (3)$$

де P_{II} – середня щільність поплавка; g – прискорення вільного падіння. Таким чином, швидкість спливання – величина змінна, хоча і швидко наближається до константи, що визначається залежністю:

$$c = \sqrt{\frac{2g(P_a - P_{II})V_{II}}{P_a \xi_z f_z}},$$

де V_{II} – об'єм поплавка.

Відхилення середньої швидкості спливання поплавка в шарі глибиною h від її граничного значення складає:

$$\Delta c_h = c - \bar{c}_h = c \left[1 - \frac{1}{h} \int_0^h \left(1 - c \frac{2 P_a \xi_z f_z}{P_{II} c^2} z \right)^{0,5} dz \right] =$$

$$= c \left[1 - \frac{\ln \frac{1 - P_a \xi_z f_z h}{1 + P_a \xi_z f_z h} + 2 P_a \xi_z f_z h}{a} \right],$$

$$\text{де } a = \frac{2gh}{c^2} \cdot \frac{P_a - P_{II}}{P_{II}}; P_c = (1 - e^{-a})^{0,5}$$

При $a \approx 5$ відносно значення цього відхилення може бути оцінено на основі наближеної залежності

$$\frac{\Delta c_h}{c_h} \approx 0,6 \frac{P_{II}}{P_a - P_{II}} \frac{c^2}{2gh} = 0,6 \frac{1}{\xi_z} \frac{P_{II}}{P_a} \frac{l_z}{h}$$

де l_z – параметр, який характеризує вертикальні розміри поплавка, і рівний V_{II}/f . Розрахунки, виконані за цією формулою для поплавків-інтеграторів, що мають форму кулі радіусом 1 см, показують, наприклад, що мінімальні глибини осереднення швидкості спливання поплавка, відповідночі відхиленню більше 0,5%, знаходяться в інтервалі 0,3–3,0 м при зміні середньої щільності поплавка від 0,10 до 0,95 г/см³. Таким чином, нерівномірність вертикального руху поплавка необхідно враховувати під час роботи на мілких водотоках. В інших випадках швидкість спливання може стати величиною постійною, рівною C .

Ці висновки без істотних змін можуть бути розповсюджені і на нисхідний рух поплавка. Оскільки при подальшому аналізі нисхідний рух буде нас інтересувати при наявності в початковий момент деякої, відмінної від нуля і більшої за C вертикальної швидкості C_0 , запишемо формулу (3) стосовно для цього випадку:

$$c_z = c \sqrt{1 + (\tilde{c}_0^2 - 1)e^{-b \frac{z}{h}}}$$

де $\tilde{c}_0 = c_0/c$. Переходячи до середньої швидкості занурення поплавка в шар заданої глибини h , запишемо:

$$c_h = \frac{c}{b} \ln \left[\frac{(P'_e + 1)(\tilde{c}_0 - 1)}{(P'_e - 1)(\tilde{c}_0 + 1)} \right] - 2P'_e + 2\tilde{c}_0$$

де $P'_e = \sqrt{1 + (\tilde{c}_0 - 1)e^{-b \frac{h}{h}}}$.

При $\tilde{c}_0 \geq 1$ b наближена залежність для оцінки відносного відхилення $\Delta c_h/c_h$ має вигляд

$$\frac{\Delta c_h}{c_h} \approx \frac{2\tilde{c}_0 - 2 \ln(\tilde{c}_0 + 1) - 0,6}{b + 2\tilde{c}_0 - 2 \ln(\tilde{c}_0 + 1)}$$

З цього виразу виходить, що при $c_0 \geq c$ оперування з постійним значенням швидкості занурення поплавка може привести до істотних помилок. Тому в кожному конкретному випадку можливість такого допущення підлягає додатковій перевірці.

Диференціальне рівняння (2), навіть якщо прийняти вертикальну швидкість переміщення поплавка-інтегратора постійною, в загальному вигляді не розв'язується. Тому тут одержується наближений розв'язок, який дає достатню уяву про вплив основних факторів на результати інтеграції швидкостей.

Після розділу змінних рівняння (2) приймає такий вигляд:

$$\frac{dV_{II}}{(V - V_{II})^2} = \frac{A}{C} dz, \quad (4)$$

де A – коефіцієнт інерційності поплавка-інтегратора, 1/м:

$$A = 0,5 \frac{P_B \xi_x f_x}{V_{II} P_{II}} = 0,5 \frac{\xi_x P_B}{l_x P_{II}}$$

Замінімо в лівій частині рівняння (4) перемінну швидкість течії V деякою постійною характерною швидкістю течії V_x , значення якої знаходиться в проміжку між максимальною і мінімальною швидкостями течії на вертикалі і підібрано таким чином, щоб ця заміна не відбувалася на кінцевому результаті розв'язку рівняння. Після інтегрування рівняння (4) при початковій умові $V_{II}(z=0) = 0$ отримаємо:

$$V_{II} = V_x \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{A}{C} V_x z} \right)$$

Повторне інтегрування цього виразу по глибині дає право записати:

$$g_{II} = \int_0^h V_{II} dz = V_x h - \frac{l_n \left(\frac{A}{C} V_x h + 1 \right)}{A/C} = g \left[a - \frac{l_n(aAL + 1)}{AL} \right] \quad (4)$$

де g – елементарна витрата води на вертикалі; L – горизонтальне зміщення поплавка-інтегратора при умові його руху зі швидкістю течії; a – відношення характерної швидкості V_x до середньої швидкості течії на вертикалі \bar{V} .

Введемо параметр, зворотній по числовому значенню другому множнику правої частини рівняння (5):

$$k_{imm} = \frac{AL}{aAL - (aAL + 1)}$$

Оскільки за допомогою цього параметра здійснюється перехід від результату поплавкової інтеграції (g_{II}) до елементарної витрати води

$$g = k_{imm} g_{II} \quad (6)$$

Якщо скористуватися поданням $dz = c dt$, то отримаємо змінну форму інтегралу (5):

$$g_{II} = c \int_0^T V_{II} dt = c L_{II} \quad (7)$$

де L_{II} – горизонтальне зміщення поплавка-інтегратора за час T інтеграції.

На основі виразів (6) і (7) запишемо:

$$\bar{V} = k_{\text{инт}} \frac{L_{II}}{T}$$

$$g = k_{\text{инт}} c L_{II}$$

будемо називати його в подальшому коефіцієнтом поплавкової інтеграції.

Якщо скористуватися поданням $dz = c dt$, то отримаємо змінену форму інтегралу(7):

$$q_{II} = c \int_0^T V_{II} dt = c L_{II}, \quad (8)$$

де L_{II} - горизонтальне зміщення поплавка-інтегратора за час T інтеграції.

На основі виразів (6) і (8) запишемо:

$$\bar{V} = k_{\text{инт}} \frac{L_{II}}{T}, \quad (9)$$

$$q = k_{\text{инт}} c L_{II}. \quad (10)$$

Ці вирази – основні рівняння способу поплавкової інтеграції. Перше з них вказує на можливість визначення середньої швидкості течії за фіксованими значеннями L_{II} і T .

Проведені дослідження мають значний науковий інтерес і можуть бути використані в практичних цілях при гідрологічних розвідуваннях мостових переходів.

Список використаної літератури

1. Абрамов Л.Г. Новые формулы и номограммы для расчетов линейной сети промгидростроения и населенных пунктов. М., Трансжелдориздат, 1969. – 205с.
2. Алексеев Г.А. Динамика инфильтрации воды в почву. – "Труды ГГИ", 1968, вып.6(60), – с.43–72.
3. Большаков В.О., Белятинский А.О. Застосування космічної зйомки для аналізу стану мережі автомобільних доріг та мостових переходів. Автошляховик України. – 2000. - № 2. - с.33–34.
4. Калинин Г.П. От аэрокосмических снимков к прогнозам и расчетам стока. Л., Гидрометеониздат, 1974. – 40с.