

## АНАЛІЗ ТОЧНОСТІ ПРЯМОЇ ГЕОДЕЗИЧНОЇ ЗАСІЧКИ

При аналізі точності прямої геодезичної засічки під час визначення відстані до недоступної точки використовуються відомі формули [1,2]. Середня квадратична лінійна похибка в положенні точки, відстань до якої визначають, буде:

$$M = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} = \frac{m\sqrt{S_1^2 + S_2^2}}{\sin \gamma}, \quad (1)$$

де  $m_x, m_y$  — середні квадратичні похибки визначення координат даної точки;  $S_1, S_2$  — відстані до даної точки від кінців базису;  $\gamma$  — кут засічки при точці, положення якої визначається;  $m$  — середня квадратична похибка вимірювання горизонтальних кутів (у радіанах).

© О. О. Бакуліч, А. О. Белятинський, 1998

При передачі координат через річку на одній із сторін вимірюють базис, а на другій закріплюють точку, координати якої  $x, y$  визначають.

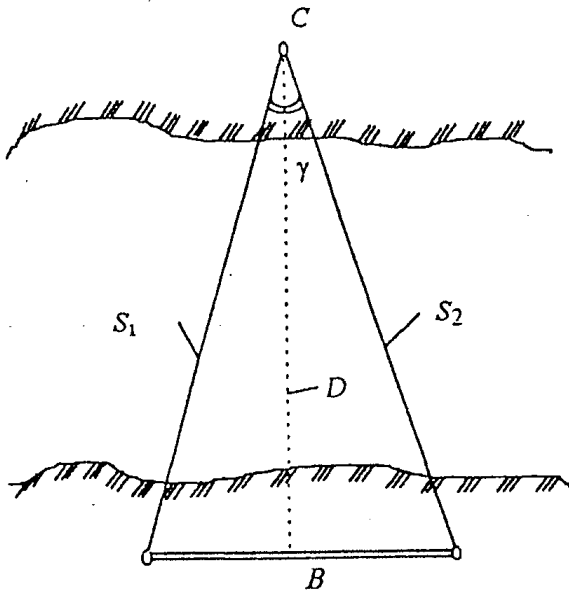
Розглянемо випадок, коли відстані  $S_1=S_2$ , тобто трикутник засічки рівнобедрений, а відстань  $D$ , обмежена шириною річки, постійна (див. малюнок).

У даному разі при  $S_1=S_2$  формула (1) матиме такий вигляд:

$$M = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} = \frac{mS\sqrt{2}}{\sin \gamma}. \quad (2)$$

Площу еліпса похибок визначають за формулою

$$P = \pi \frac{m^2 S^2}{\sin \gamma}, \quad (3)$$



Визначення недоступної відстані методом прямої геодезичної засічки.

За формулами (2) і (3) виконують обчислення, аналіз і визначають оптимальний кут  $\gamma$ , при якому координати даної точки С будуть отримані з найбільшою точністю. Цьому оптимальному куту, очевидно, буде відповідати і оптимальна довжина базису В. Тож при відомій ширині річки (відстані D) можна знайти конкретну довжину базису В.

Для конкретизації аналізу приймаємо величину недоступної відстані  $D = 100$  м, середню квадратичну похибку вимірювання кутів  $m = 30''$ . Середні квадратичні похибки координат  $m_x$ ,  $m_y$  і площу еліпса похибок обчислимо за формулами

$$m_x = \frac{m \cdot \sqrt{2} \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}}{p \sin \gamma} \cdot D, \quad (4)$$

$$m_y = \frac{m \cdot \sqrt{2}}{p \sin \gamma} \cdot D, \quad (5)$$

$$P = \frac{\pi \cdot m^2}{p \sin \gamma \cos^2 \frac{\gamma}{2}} \cdot D^2, \quad (6)$$

які отримані з загальних формул, призначених для рівнобедреного трикутника засічки, що розглядається для визначення відстані до недоступної точки.

Оскільки для рівнобедреного трикутника

$$S = D \frac{1}{\cos \frac{\gamma}{2}},$$

то формула (2) набуде вигляду:

$$M = \frac{m \cdot \sqrt{2}}{p \sin \gamma \cos^2 \frac{\gamma}{2}}. \quad (7)$$

Ми провели обчислення значень М. Інтервал значень кутів засічок  $\Delta\gamma$  приймався рівним  $5^\circ$ . З аналізу обчислень було встановлено, що оптимальне значення  $\gamma$

за значеннями М буде при  $\gamma_{\text{опт}} \approx 70^\circ$  і за значеннями Р, буде при  $\gamma_{\text{опт}} \approx 60^\circ$ .

Більш точні значення  $\gamma$ , отримані класичним методом математичного аналізу, будуть відповідно при  $\gamma_{\text{опт}} = 70^\circ 30'$  та  $\gamma_{\text{опт}} = 60^\circ$ .

Таким чином, при визначенні відстаней до недоступних точок, коли ширина перешкод приблизно однакова (наприклад, ширина річки на мостових переходах):  $D = \text{const}$  і  $S_1 = S_2$ , тобто, коли форма засічки — рівнобедрений трикутник, не слід прагнути до формування кута засічки  $\gamma \approx 90^\circ$ , як це звичайно рекомендується. Теоретичні розрахунки показують, що при засічці, яка має форму рівнобедреного трикутника, при кутах засічки  $\gamma \approx 60-70^\circ$  має місце найбільша точність. Це пояснюється тим, що на точність засічки значно впливає не тільки кут засічки  $\gamma$ , але і відстань до визначуваної точки.

Для виявлення закономірності зміни точності визначення прямої засічки, що має форму рівнобедреного трикутника при  $D = \text{const}$  і  $S_1 = S_2$ , обчислимо відношення  $M/M_{\min}$  та  $P/P_{\min}$ , приймаючи значення  $M_{\min}$  і  $P_{\min}$ , що відповідають  $\gamma_{\text{опт}}$  в  $70^\circ 30'$  та  $60^\circ$ . На основі формул (7) та (6) ці відношення становитимуть:

$$\frac{M}{M_{\min}} = \frac{\sin 70^\circ 30' \cos 35^\circ 15'}{\sin \gamma \cos^2 \frac{\gamma}{2}} = \frac{1}{\sin \gamma \cos^2 \frac{\gamma}{2}}, \quad (8)$$

$$\frac{P}{P_{\min}} = \frac{\sin 60^\circ \cos^2 30^\circ}{\sin \gamma \cos^2 \frac{\gamma}{2}} = \frac{1}{\sin \gamma \cos^2 \frac{\gamma}{2}}. \quad (9)$$

Аналіз обчислень, виконаних за формулами (8) та (9), показує, що найкращий кут засічки у формі рівнобедреного трикутника буде при  $\gamma \approx 70^\circ$ , коли  $M/M_{70^\circ}$  та  $P/P_{60^\circ}$  дорівнюватимуть одиниці. Практично, як показують

обчислення, точність засічки мало відрізнятиметься від оптимальної при  $\gamma = 70^\circ$  в межах зміни кута засічки від  $45^\circ$  до  $100^\circ$ . Таким чином, для зв'язку теодолітних ходів, прокладених на берегах річки, можна рекомендувати кути засічок у межах  $\gamma = 45^\circ - 100^\circ$  для засічки, що має форму рівнобедреного трикутника.

Виходячи з цього, можна вирахувати допустимі довжини базисів при заданій довжині відстані до недоступної точки.

Як видно з малюнка, базис

$$B = 2D \operatorname{tg}(\gamma/2).$$

Тоді допустимі довжини базису в залежності від кутів засічки  $\gamma = 45^\circ - 100^\circ$  будуть:  $B_{\min} = 0,83 D$ ,  $B_{\max} \approx 2,4 D$ .

Відповідно до цих співвідношень між  $B$  та  $D$  і обчислюються допустимі значення довжин базисів при різній ширині річки.

Наші дослідження переконують, що допустимі в технічній літературі кути засічки в межах  $\gamma = 30^\circ - 150^\circ$  для роз-

глянутого випадку, коли форма засічки близька до рівнобедреного трикутника, не можуть бути рекомендовані. У випадку, коли  $\gamma$  більше  $100^\circ$  і менше  $45^\circ$ , слід, очевидно, збільшити точність вимірювання кутів. Необхідну точність вимірювання кутів можна визначити за формулою (1):

$$m'' = p'' \frac{\sin \gamma}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2}} \cdot M,$$

де  $p''$  — радіан в секундах, значення якого становить  $206\,265''$ . Для контролю визначення відстані з точністю, рівною точності вимірювання базису, необхідно виконати вимірювання з застосуванням додаткового базису.

#### Література

1. *Справочник геодезиста* / Под ред. В. Д. Большакова и Г. П. Левчука. — М.: Недра, 1985. — 455 с.
2. Федоров В.И., Шилов П.И. *Инженерная геодезия*. — М.: Недра, 1982. — 351 с.

*Е. А. Бакуліч, А. А. Белятинский*

Анализ точности прямой  
геодезической засечки

#### Резюме

В статье произведен анализ точности прямой геодезической засечки при определении расстояния до неприступной точки. Даны рекомендации по выбору угла засечки при определяемой точке, а также ее базиса.

*O. O. Bahulich, A. O. Beliatynsky*

The analysis of accuracy of direct  
geodetic intersection

#### Summary

The article states the analysis of accuracy of direct geodetic intersection for definition of inaccessible distance. The recommendations about the choice of a intersection angle with a determined point, and also of its basis are given.

Український транспортний університет

Надійшла 01.07.97