COMPUTER ENGINEERING

UDC 621.396.551.553(045)
DOI:10.18372/1990-5548.64.14855

[1]**P. I. Bidyuk,**
[2]**R. I. Manuylenko,**
[3]**R. L. Pantyeyev,**
[4]**Yu. A. Opanasiuk**

HYPERBOLOID PARAMETERIZATION USING IN THE MOVING OBJECT POSITION AND TRAJECTORY DETERMINATION

[1]National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine
[2]Systems Control Theory Department, Institute of Applied Mathematics NASU, Slovyansk, Ukraine
[3,4]Aviation Computer-Integrated Systems Department, National Aviation University, Kyiv, Ukraine
E-mails: [1]pbidyuke_00@ukr.net ORCID 0000-0002-7421-3565, [2]ronma2016@gmail.com,
[3]romanpanteevmail@gmail.com ORCID 0000-0003-4707-4608, [4]yuriy.opanasiuk@gmail.com

Abstract**—***The problem of the coordinates determining of the radio emission source in the passive radio monitoring complexes is very relevant, but complex calculation procedure. There are many factors that negatively affect the accuracy of the method. The method proposed in this article will more accurately determine the coordinates of the object. The article considers a mathematical model of space-time objects and a complex radio source. Based on parameterization and coordinate transformation, the hyperbolic system of object position equations is reduced from three to two equations. As a result, reducing the number of iterations and the number of calculations in one iteration of Newton's method are more accurate coordinates of the object. Parameterization quickly determines the new location of the object at the maximum possible speed. Usually airplanes and drones move at a lower speed, so the use of difference-range method and parameterization of hyperboloids allow you to find a new location of the object in one iteration.*

Index Terms—Passive radio monitoring; parameterization; convergence; hyperboloid; radio emission object; passive search direction, Newton's method; reduction of matrix dimension.

I. INTRODUCTION

The problem of determining the coordinates of the source of radio radiation in the complexes of passive location is a relevant but complex calculation procedure. There are many factors that negatively affect the accuracy of the method. The method proposed in this article will more accurately determine the coordinates of the object.

Object detection can be performed on two types of known methods – amplitude-azimuthal and time-difference of arrival method [1] – [4]. The time-difference of arrival method is to solve a system of hyperbolic equations at the central point of reception. In order to determine the state of the object, the points of n observations are selected, the base point is chosen among them, and the difference in the time of arrival of the signal is determined by a system of n – 1 equations. The system of mathematical equations expressing the values of time delays of communication of signals at the station of receipts consists of many unknowns with a minimum number of known parameters. The system of equations must be well conditioned, i.e., to ensure the stability of solutions of measurement error parameters.

It is clearly impossible to solve such a system, and therefore the system of nonlinear equations is solved approximately by iterative methods [5], [6]. The most common method of solving such systems is Newton's method. One of the problems that arise when solving systems of equations of Newton's method is to ensure an acceptable rate of convergence of the method.

II. PROBLEM STATEMENT

Generally, the operation principle of the passive location multi-position systems on the basis of TDOA method is based on use of four accepting stations: L_1, L_2, L_3, and C (Fig. 1), where C is a central station of reception.

Basic data are observation stations coordinates, speed c and signal passing time τ_i from the object to the observation station, where i is a number of the observation station. Location of the central station of reception is accepted as the coordinate's origin of the three-dimensional space.

Signal delay period is defined τ_1, τ_2, τ_3 on the known coordinates of stations and time of receiving signal:

$$\tau_i = \frac{1}{c}\left(\overline{OL_i} + \overline{CL_i} - \overline{OC}\right), \qquad (1)$$

where τ_i is the signal arrival time delays of i – object signal on station C from stations L_i; OL_i is the distances between RES and stations; CL_i is the distances between the side and central stations; OC is the distance between RES and the central station.

Ratios (1) connect RES signal arrival times with the distances between stations L_i and a central station C, with distances between all stations and RES and also with a speed c of the RES signal distribution speed in the atmosphere.

Having expressed ratios (1) in the coordinate system of the stations position and RES, we will receive the system of the nonlinear equations in which all values except coordinates of provision of RES are known (x, y, z):

$$F_i(\vec{s}) = \frac{1}{c}\left(\sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + (z-z_i)^2} + D_i - \sqrt{x^2+y^2+z^2}\right) - \tau_i = 0, \qquad (2)$$
$$D_i = \overline{CL_i}, \quad i = 1, 2, 3.$$

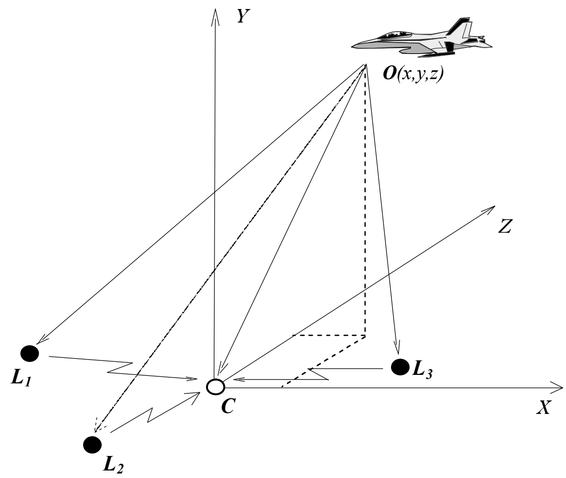

Fig. 1. Operation principle of the RES coordinates determination by the passive monitoring system

By the software development for the passive location complexes the problem of the computing operations volume reduction, increasing accuracy of the received solutions and also receiving reliability of the accepted result in the conditions of the limited temporary resource of the real-time system is very important.

The purpose of this work is to build a mathematical model of the space-time situation, which solves the problem of determining the coordinates of the object, as well as improving the real process of calculations aimed at reducing the time spent on the calculation.

III. HYPERBOLOID PARAMETERIZATION FOR THE MOVING OBJECT

Define the limits of the interval to set the delay time. If the object, the base C and one of the receiving stations are on the same straight line, and the station L_i is located between the base and the object, the signal is sent to the base through L_i. The delay time is zero. If the base station is located on a straight line between L_i and the radiation source, the signal is sent to the base station and then to L_i and return to the base. Thus, the delay time $\tau_i = 2D_i / c$.

Using the inequality of the triangle, the boundaries will be written

$$0 \prec \tau_i \prec (2D_i / c). \qquad (3)$$

If the object is on a perpendicular plane between the base point and the auxiliary station, the signals of these stations come simultaneously. The time delay is equal to the time of passage of the signal between stations $\tau_i = D_i / c$.

Equation (2) determines the geometric location of points, the difference between the distances from which to two given points has a certain value $2r$. This surface is a hyperboloid of rotation. The hyperboloid equation can be written in a simpler form if the foci lie on the same coordinate axis. Thanks to the rotation transformation and parallel transfer, it can be moved to a new coordinate system x_p, y_p, z_p.

If the signal source lies on the same line with the main and one of the other receiving stations or in a plane perpendicular between them, the hyperboloid degenerates in a straight line. The accuracy of the calculations will be better if you use a hyperboloid closer to a straight line to calculate

$$\min(1-\omega_i)^2 \sqrt[4]{\omega_i^2}(\omega_i+1)^2 \quad \omega_i = \frac{\tau_i c}{D_i}, \qquad (4)$$

The coordinate system is transformed so that the foci of the hyperboloid are located on one of the coordinate axes.

$$\frac{\left(y_p - (D_2/2)\right)^2}{r^2} - \frac{x_p^2}{q^2} - \frac{z_p^2}{q^2} = 1, \qquad (5)$$

where $q = \sqrt{\left(D_2^2/4\right) - r^2}$.

This transformation is a combination of rotations around the axis y on the angle φ_1 and around the axis z on the angle φ_2.

The distance between the points in this transformation remains unchanged, the angles are equal

$$\begin{cases} \varphi_1 = -\operatorname{arctg}\dfrac{z_2}{x_2}, \quad \varphi_2 = -\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{z_2^2 + x_2^2}}{y_2}. \end{cases} \quad (6)$$

The turn matrix has the form

$$P^{+} = \begin{pmatrix} \cos\varphi_2 \cos\varphi_1 & -\sin\varphi_2 & -\cos\varphi_2 \sin\varphi_1 \\ \sin\varphi_2 \cos\varphi_1 & \cos\varphi_2 & -\sin\varphi_2 \sin\varphi_1 \\ \sin\varphi_1 & 0 & \cos\varphi_1 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Inverse matrix

$$P^{-} = \begin{pmatrix} \cos\varphi_2 \cos\varphi_1 & \sin\varphi_2 \cos\varphi_1 & \sin\varphi_1 \\ -\sin\varphi_2 & \cos\varphi_2 & 0 \\ -\cos\varphi_2 \sin\varphi_1 & -\sin\varphi_2 \sin\varphi_1 & \cos\varphi_1 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

The parametric equation of the hyperboloid will be written as follows:

$$\begin{cases} x_p = q \operatorname{sh} t \cos\varphi, \\ y_p = \dfrac{D_2}{2} + r \operatorname{sgn}(D_2 - \tau_2 \cdot c) \operatorname{ch} t, \\ z_p = q \operatorname{sh} t \sin\varphi. \end{cases} \quad (9)$$

Thus, the three coordinates are expressed in terms of two hyperboloid parameters: angle φ of the circle and the height parameter t. One equation of this system is performed identically from this parameterization.

Thus, the system of equations is reduced to two equations with two unknowns:

For the general case

$$\begin{cases} F_j(t, \varphi) = 0 \\ F_k(t, \varphi) = 0 \end{cases}$$

choose the initial parameters t_0, φ_0 (Figs 2 and 3).

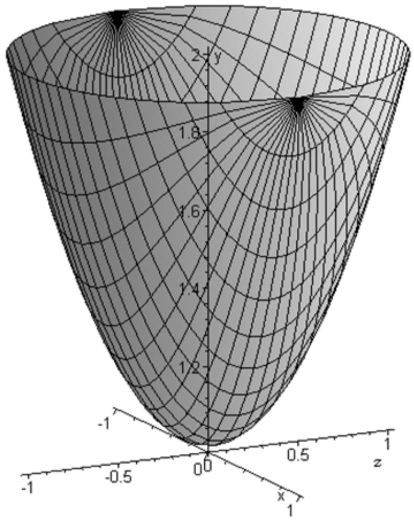

Fig. 2. The surface on which to look for an object

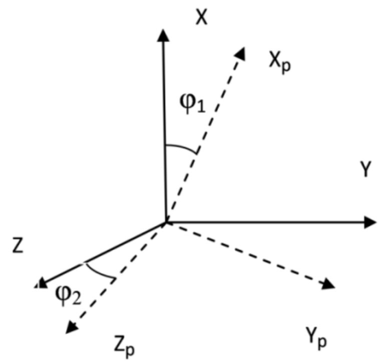

Fig. 3. Coordinate system turn

The derivative matrix has the form

$$M = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial F_j}{\partial t} & \dfrac{\partial F_j}{\partial \varphi} \\ \dfrac{\partial F_k}{\partial t} & \dfrac{\partial F_k}{\partial \varphi} \end{pmatrix}.$$

The following parameter approximations are determined from the matrix equation

$$\begin{pmatrix} t_{n+1} \\ \varphi_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_n \\ \varphi_n \end{pmatrix} - M^{-1} \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

IV. Mathematical Modeling

Finding the parameters t and φ, and then use the representation (8) and (6) of the coordinates of the object in the new coordinate system. Multiplying the matrix **P** – by the resulting vector, we obtain the answer: the coordinates of the position of the object in the original coordinate system. The system was reduced from three to two equations. It can be reduced the dimension of the Jacobean matrix and the inverse matrix and thus reduce the number of calculations in each iteration by the Newton method.

The selection of the desired hyperboloid can also approximately determine the angles between the direction from the base station to the object and from the base station to the auxiliary, which allows you to more accurately select the first approximation for the iterative method.

Analysis of the results showed that the construction of the hyperboloid and the determination of the coordinates of the object by parameterization significantly speeds up the calculation.

Consider how, when using the parameterization of the hyperboloid, you can find the coordinates of the source of radio radiation, taking into account its displacement in the observation zone.

As the object is moved, its coordinates change. In the general case, the difference between the distances between the observation stations also changes. Therefore, another hyperboloid must be constructed to find the object (Fig. 4).

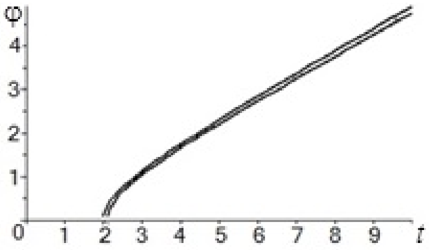

Fig. 4. Hyperboloids, which determine the position of a moving object

Parameters t, φ choose the same ones that were found at the previous time (Fig. 5).

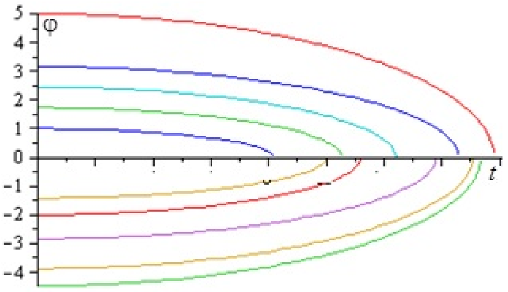

Fig. 5. Lines of equal parameters t, φ by delay time change τ

V. CONCLUSIONS

As can be seen from Fig. 5, if the delay time is changed, the lines of equal parameters t, φ are the arcs of ellipses. Calculations were performed for a space rocket that flies 8 m in a period of 10^{-3} s. It is shown that to find new parameters t, φ and, accordingly, the new coordinates of the radio emission source, usually used one iteration of Newton's method, sometimes two iterations.

Parameterization quickly determines the new location of the object at the maximum possible speed. Usually airplanes and drones move at a lower speed, so the use of time-ifference of arrival method and parameterization of hyperboloids allow you to find a new location of the object in one iteration.

REFERENCES

[1] A. I. Kanaschenkov, V. I. Merkulov, O. F. Samarin, *The appearance of promising radar systems. Features and limitations.* Moscow, 2002, 376 p. (in Russian)

[2] M. V. Mikhailov, “The history of the emergence and development of generalized methods and adaptive algorithms for processing trajectory information,” *Proceedings of the IV International Scientific and Practical Conference "Dynamics of Scientific Research*, vol. 25, Dnepropetrovsk: Science and Education, 2005, 92 p. (in Russian)

[3] O. M. Rybytska, D. M. Bilonoga, and P. I. Kalenyuk, *Linear algebra and analytical geometry: teaching book*. Publishing house of Lviv Polytechnica, 2011, 124 p. (in Ukrainian)

[4] L. Yang, J. Cao, & W. Yang, “TDOA location based on modified Newton method,” *2016 IEEE 13th International Conference on Signal Processing (ICSP)*. https://doi.org/10.1109/ICSP.2016.7878079.

Received April 11, 2020.

Bidyuk Petro. orcid.org/0000-0002-7421-3565. Doctor of Engineering Science. Professor.
Institute for Applied System Analysis, National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute,” Kyiv, Ukraine.
Education: Kyiv Polytechnic Institute, Kyiv, Ukraine, (1972).
Research area: mathematical modeling of nonstationary nonlinear processes in different fields, methods of statistical data analysis, adaptive forecasting, automatic control of technological processes and technical systems.
Publications: more than 650 scientific papers.
E-mail: pbidyuke_00@ukr.net

Manuilenko Roman. Candidate of Engineering Science. Scientific Employee.
Systems Control Theory Department Institute of Applied Mathematics and Mechanics, National Academy of sciences, Slovyansk, Ukraine.
Education: Donetsk National University, Donetsk, Ukraine, (1994).
Research area: calculation of coordinates of radio emission sources, differential equations, linear algebra and analytical geometry.
Publications: more than 10 scientific papers.
E-mail: ronma2016@gmail.com

Pantyeyev Roman. Candidate of Engineering Science. Assistant Professor.
Aviation Computer-Integrated Systems Department, Faculty for Aeronavigation, Electronics and Telecommunication, National Aviation University, Kyiv, Ukraine.
Education: Donetsk National Technical University, Donetsk, Ukraine, (2001).
Research area: Information Systems, Control Systems Design, Identification of Complex Systems, Mathematical Modeling.

Publications: more than 20 scientific papers.
E-mail: romanpanteevmail@gmail.com

Opanasiuk Yuriy. Senior Lecturer.
Aviation Computer-Integrated Systems Department, Faculty for Aeronavigation, Electronics and Telecommunication, National Aviation University, Kyiv, Ukraine.
Education: Kyiv State University named after T.G. Shevchenko, Kyiv, Ukraine, (1973).
Research area: optimal control, information theory, general relativity and cosmology.
Publications: 59 papers.
E-mail: yuriy.opanasiuk@gmail.com

П. І. Бідюк, Р. І. Мануйленко, Р. Л. Пантєєв, Ю. А. Опанасюк. Застосування параметризації гіперболоїда під час визначення положення і траєкторії рухомого об’єкту

Задача визначення координат джерела радіовипромінювання в комплексах пасивного радіомоніторингу є дуже актуальною, але процедура обчислення координат є досить складною. Існує багато факторів, які негативно впливають на точність різницево-далекомірного методу. Метод, запропонований в даній статті, дозволяє точніше визначати координати об'єкту. У статті розглянуті математичні моделі просторово-часових об'єктів. На основі параметризації і координатного перетворення гіперболічна система рівнянь положення об’єкта скорочується з трьох до двох рівнянь. В результаті зменшення кількості ітерацій метода Ньютона і кількості обчислень в одній ітерації точніше знаходяться координати об'єкту. Параметризація доволі швидко визначає нове місцезнаходження об’єкта за максимально можливої швидкості. Зазвичай літаки та безпілотники рухаються з меншою швидкістю, тому застосування різницево-далекомірного методу і параметризація гіперболоїдів дозволяють знайти нове місцезнаходження об’єкту за одну ітерацію.
Ключові слова: пасивний радіомоніторинг; параметризація; конвергенція; гіперболоїд; об’єкт радіовипромінювання; пасивний напрямок пошуку; метод Ньютона; зменшення розмірності матриці.

Бідюк Петро Іванович. orcid.org/0000-0002-7421-3565. Доктор технічних наук. Професор.
Кафедра математичних методів системного аналізу, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського», Київ, Україна.
Освіта: Київський політехнічний інститут, Київ, Україна, (1972).
Напрямок наукової діяльності: математичне моделювання нестаціонарних нелінійних процесів у різних галузях, методи статистичного аналізу даних, адаптивне прогнозування, автоматичне управління технологічними процесами і технічними системами.
Кількість публікацій: понад 650 наукових робіт.
E-mail: pbidyuke_00@ukr.net

Мануйленко Роман Іванович. Кандидат технічних наук. Науковий співробітник.
Відділ теорії керуючих систем, Інститут прикладної математики та механіки Національної академії наук України, Слов'янськ, Україна.
Освіта: Донецький національний університет, Донецьк, Україна, (1994).
Напрямок наукової діяльності: розрахунок координат джерел радіовипромінювання, диференціальні рівняння, лінійна алгебра і аналітична геометрія.
Кількість публікацій: понад 10 наукових робіт.
E-mail: ronma2016@gmail.com

Пантєєв Роман Леонідович. Кандидат технічних наук. Доцент.
Кафедра авіаційних комп’ютерно-інтегрованих комплексів, Факультет аеронавігації, електроніки та телекомунікацій, Національний авіаційний університет, Київ, Україна.
Освіта: Донецький національний технічний університет, Донецьк, Україна, (2001).
Напрямок наукової діяльності: інформаційні системи, проектування систем управління, ідентифікація складних систем, математичне моделювання.
Публікації: понад 20 наукових робіт.
E-mail: romanpanteevmail@gmail.com

Опанасюк Юрій Арценович. Старший викладач.
Кафедра авіаційних комп’ютерно-інтегрованих комплексів, Факультет аеронавігації, електроніки та телекомунікацій, Національний авіаційний університет, Київ, Україна.
Освіта: Київський державний університет ім. Т.Г. Шевченко, Київ, Україна, (1973).
Напрямок наукової діяльності: теорія тяжіння та загальна теорія відносності, астрофізика та космологія, релятивістська динаміка, аеронавігація.
Публікації: 59 робіт.
E-mail: yuriy.opanasiuk@gmail.com

П. И. Бидюк, Р. И. Мануйленко, Р. Л. Пантеев, Ю. А. Опанасюк. Применение параметризации гиперболоида при определении положения и траектории движущегося объекта
Задача определения координат источника радиоизлучения в комплексах пассивного радиомониторинга очень актуальна, однако, процедура вычисления координат является достаточно сложной. Существует много факторов, которые негативно влияют на точность разностно-дальномерного метода. Метод, предложенный в данной статье, позволит точнее определить координаты объекта. В статье рассматривается математические модели пространственно-временных объектов. На основе параметризации и координатного преобразования гиперболическая система уравнений положения объекта сокращается с трех до двух уравнений. В результате уменьшения количества итераций метода Ньютона и количества вычислений в одной итерации, точнее находятся координаты объекта. Параметризация довольно быстро определяет новое местонахождение объекта при максимально возможной скорости. Обычно самолеты и беспилотники движутся с меньшей скоростью, поэтому применение разностно-дальномерного метода и параметризация гиперболоидов позволяют найти новое местонахождение объекта за одну итерацию.
Ключевые слова: пассивный радиомониторинг; параметризация; конвергенция; гиперболоид; объект радиоизлучения; пассивный направление поиска; метод Ньютона; уменьшение размерности матрицы.

Бидюк Петр Иванович. orcid.org/0000-0002-7421-3565. Доктор технических наук. Профессор.
Кафедра математических методов системного анализа, Институт прикладного системного анализа, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт им. Игоря Сикорского», Киев, Украина.
Образование: Киевский политехнический институт, Киев, Украина, (1972).
Направление научной деятельности: математическое моделирование нестационарных нелинейных процессов в различных областях, методы статистического анализа данных, адаптивное прогнозирование, автоматическое управление технологическими процессами и техническими системами.
Количество публикаций: более 650 научных работ.

Мануйленко Роман Иванович. Кандидат технических наук. Научный сотрудник.
Отдел теории управляющих систем, Институт прикладной математики и механики Национальной академии наук Украины, Славянск, Украина.
Образование: Донецкий национальный университет, Донецк, Украина, (1994).
Направление научной деятельности: расчет координат источников радиоизлучения, дифференциальные уравнения, линейная алгебра и аналитическая геометрия.
Количество публикаций: более 10 научных работ.
E-mail: ronma2016@gmail.com

Пантеев Роман Леонидович. Кандидат технических наук. Доцент.
Кафедра авиационных компьютерно-интегрированных комплексов, Факультет аэронавигации, электроники и телекоммуникаций, Национальный авиационный университет, Киев, Украина.
Образование: Донецкий национальный технический университет, Донецк, Украина, (2001).
Направление научной деятельности: информационные системы, проектирование систем управления, идентификация сложных систем, математическое моделирование.
Публикации: более 20 научных работ.
E-mail: romanpanteevmail@gmail.com

Опанасюк Юрий Арценович. Старший преподаватель.
Кафедра авиационных компьютерно-интегрированных комплексов, Факультет аэронавигации, электроники и телекоммуникаций, Национальный авиационный университет, Киев, Украина.
Образование: Киевский государственный университет им. Т. Шевченко, Киев, Украина, (1973).
Направление научной деятельности: теория тяготения и общая теория относительности, астрофизика и космология, релятивистская динамика, аэронавигация.
Публикации: 59 работ.
E-mail: yuriy.opanasiuk@gmail.com