УДК 519.6 : 504.064

А.В. Яцишин, В.О. Артемчук

МАТЕМАТИЧНА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗМІЩЕННЯ ПУНКТІВ СПОСТЕРЕЖЕНЬ МЕРЕЖІ МОНІТОРИНГУ СТАНУ АТМОСФЕРНОГО ПОВІТРЯ

Staged by the problem of optimal allocation of observation network MSA (according to the criteria of information usefulness of the observations), which enables to find the coordinates for the establishment of observation points depending on their type of problems that relate to the networks. The task is presented as a nonlinear integer optimization problem conditional on not convex or incoherent region. Refs: 7 titles.

Вступ. Моніторинг стану атмосферного повітря (МСАП) є одним з основних способів оцінки стану еколого-енергетичної безпеки, який реалізується мережею пунктів спостереження. Розвиток міст та зміна вимог законодавства обумовлюють необхідність побудови мережі моніторингу чи її розширення. Як при побудові мережі моніторингу, так і при її модернізації необхідно враховувати вимоги міжнародного та національного законодавства, розташування джерел викидів, вплив метеофакторів, пріоритетність територій (розташування житлових масивів, підприємств) тощо. Тому задача отримання максимуму інформації при використанні обмеженого числа пунктів спостереження є актуальною. Вирішення цієї задачі можливе за умов побудови математичної моделі інформаційної цінності як пунктів спостереження, так і мережі в цілому, а на цій основі − визначення раціонального розміщення пунктів спостережень мережі МСАП.

Вирішення задачі. Проведено аналіз різних підходів до вирішення задачі розміщення пунктів спостережень мережі МСАП, визначені їх основні переваги та недоліки (див. табл. 1). В результаті за основу для подальших досліджень обрано підхід Верлана В.А [1 та ін.].

Підхід, запропонований в роботах Верлана В.А., базується на припущеннях з теорії ігор, де стратегіями гравця є різні варіанти розстановки постів мережі моніторингу. На основі формул (1)–(3) запропоновано будувати матрицю виграшів та матрицю ризиків, після чого вирішувати задачу розміщення постів спостережень за допомогою теорії ігор з врахуванням обмеження на мінімальну відстань між постами.

$$З_{ij}^{p} = \sum_{l=1}^{t} \delta_l \left(\frac{q_{ijl}^{p}}{ГДК_{cdl}} \right)^{C_l}, \qquad (1)$$

$$K_{ij}^{p} = З_{ij}^{p} \left(1 + \frac{H_{ij}}{H_{\max}} + \frac{E_{ij}}{E_{\max}} \right), \qquad (2)$$

$$\delta_l = \begin{cases} 0, & q_{ijl}^p < 0,5ГДК_{сдl} \\ 1, & q_{ijl}^p \geq 0,5ГДК_{сдl} \end{cases}, \qquad (3)$$

де: $З_{ij}^p$ – забруднення у вузлі *(i,j)* регулярної сітки в *p-ій* метеоситуації; K_{ij}^p – коефіцієнт збитку у вузлі *(i,j)* регулярної сітки в *p-ій* метеоситуації; q_{ijl}^p – концентрація *l-ої* ЗР в *p-ій* метеоситуації у вузлі сітки *(i,j)*; $ГДК_{сдl}$ – середньодобова граничнодопустима концентрація *l-ої* ЗР; C_l – безрозмірний коефіцієнт, що приводить рівень забруднення *l-ою* ЗР до рівня забруднення речовини третього класу небезпеки; t – загальне число домішок, що беруть участь в розрахунку; H_{ij} – середня густина населення (тис.чол./км^2); H_{max} – максимальна густина населення на даній території; E_{ij} – безрозмірний показник соціально-економічної цінності ділянки території; E_{max} – максимальне значення показника соціально-економічної цінності на даній території.

Таблиця 1

Характеристики підходів до розміщення мережі МСАП

Підхід / Характеристика	Економіч-ний підхід	Ймовірносно-статистичний („метеоро-логічний”) підхід	Ряд інших підходів	Підхід Верлана В.А.
Можливість задання пріоритетів	—	—	—	—
Врахування метеопараметрів	+	—	+**	+**
Врахування пріоритетності та заселеності територій	+	—	+	+
Врахування багатьох забруднюючих речовин (ЗР)	+	+**	+	+
Врахування структури розташування ДВ	+	—	+	+
Врахування типу ПСЗ	—	—	—	+**
Можливість використання різних моделей забруднення	+	+**	+**	+**
Комп’ютерна реалізація	—*	—*	—*	—

Примітки:

* – в доступних літературних джерелах та мережі Internet інформація відсутня;

** – частково.

Проте даний підхід має ряд суттєвих недоліків:

1. При побудові матриці виграшів та матриці ризиків використовується лише 8 основних напрямків вітру та 6 інтервалів швидкостей, тобто розглядається лише 48 метеоситуацій. При цьому не враховуються всі інші метеопараметри: стратифікація атмосфери, температура повітря, вологість,

опади тощо. Таким чином, виникає необхідність врахування всіх перерахованих параметрів, а також інтерполяції проміжних напрямків вітру.

2. Не обґрунтовано використання суми $H_{ij}/H_{max}+E_{ij}/E_{max}$ в формулі (2), оскільки в житлових районах згідно методики, за якою визначається E_{ij}, його значення буде пропорційним H_{ij}. Таким чином врахування густини населення відбувається двічі, при тому що для незаселених територій (лісів, промплощадок тощо) значення H_{ij} є рівним нулю, тобто суму $H_{ij}/H_{max}+E_{ij}/E_{max}$ варто замінити лише значенням E_{ij}/E_{max}.

3. Виходячи з формули (3), можлива ситуація, коли точка, де всі концентрації ЗР наближаються $0{,}5ГДК_{сд}$, але менші за $0{,}5ГДК_{сд}$, взагалі не буде врахована в дослідженнях, проте точка, де концентрація лише однієї ЗР перевищує $0{,}5ГДК_{сд}$, а всі інші концентрації ЗР наближаються до нуля, уже може бути серед пріоритетних. Таким чином, від використання формули (3) варто відмовитись, оскільки навіть незначні концентрації (менші від $0{,}5ГДК_{сд}$) деяких ЗР за тривалий час мають значний негативний вплив на населення.

4. При вирішенні задачі розміщення постів мережі накладається лише одне обмеження на мінімальну відстань між постами, хоча при цьому відстань від встановлюваного поста до уже існуючих ПСЗ повинна безпосередньо впливати на пріоритетність його встановлення.

5. При обчисленні q_{ijl}^{p} використовується застаріла методика ОНД-86, яку, згідно з дослідженнями, представленими в роботах Попова О.О. [2 та ін.], рекомендується замінити на статистичну модифікацію моделі МАГАТЕ.

Загалом недоліки 1-5 практично виключають використання даного підходу для вирішення задачі оптимального розміщення стаціонарних пунктів спостережень мережі МСАП.

На основі проведених досліджень здійснено наступну *постановку задачі розміщення пунктів спостережень мережі МСАП*: на заданій території, що розбита на квадрати фіксованого розміру, розмістити не більше заданої кількості пунктів спостережень із заданим радіусом „представництва”, враховуючи: 1) пріоритетності та значення рівня забруднення атмосфери, показника соціально-економічної цінності ділянки території та просторового охоплення території; 2) обмеження на мінімальну відстань між ПСЗ; 3) наявність чи відсутність існуючої мережі та можливості її перенесення; 4) можливість проведення на одному ПСЗ спостережень за декількома ЗР одночасно; 5) різні типи ПСЗ (стаціонарні чи маршрутні).

При цьому всі точки квадратів є рівноцінними щодо розміщення ПСЗ; центри квадратів використовується в якості розрахункових точок; пункти спостережень однієї мережі МСАП вважаються ідентичними.

Виходячи з перерахованих недоліків підходу на основі формул (1)–(3) та табл. 1, запропоновано *модель інформаційної корисності проведення спостережень на даній території (4)–(6).*

На заданій території, згідно вимог сучасного державного та міжнародного законодавства, доцільність (k) проведення МСАП,

визначається рівнем забруднення (z), що залежить від характеру викидів шкідливих речовин, метеопараметрів, особливостей процесів розповсюдження ЗР, та значенням соціально-економічної цінності території з врахуванням її заселеності (e). При цьому мережа повинна охоплювати максимально можливу територію, тому доцільність (k) проведення МСАП також залежить від відстані (d) з центру заданої території, до найближчого ПСЗ. Таким чином:

$$k = f(z, e, d). \tag{4}$$

При цьому, виходячи зі здійсненої постановки задачі розміщення пунктів спостережень мережі МСАП, формули (2) та її недоліків, доцільність (k) проведення МСАП на заданій території запропоновано визначати як:

$$k = z\left(\alpha + \beta\frac{e}{e_{\max}} + \gamma\frac{d}{d_{\max}}\right), \tag{5}$$

де: α, β, γ – пріоритетності врахування рівня забруднення, показника соціально-економічної цінності ділянки території та відстані до найближчого ПСЗ відповідно; e_{max} – максимальний показник соціально-економічної цінності для досліджуваної території (наприклад, міста); d_{max} – максимальна відстань між будь-якою точкою в межах досліджуваної ділянки території та найближчим ПСЗ.

Тоді інформаційну корисність (g) проведення спостережень на даній території з врахуванням її власних значень доцільності (k) проведення МСАП, значень зваженої доцільності (k) проведення МСАП для прилеглих територій та розташування уже встановлених постів запропоновано визначати як:

$$g = \sum_{(p,q)\in(s\text{-}s_{вст})} k_{pq}\cdot\frac{R-d_{s\,pq}}{R} + \sum_{(p,q)\in s_{вст}} k_{pq}\cdot\frac{R-d_{s\,pq}}{R}\cdot\frac{d_{pq}}{R}, \tag{6}$$

де: s – площа, що „представляється” постом, розміщеним в центрі даної території; R – радіус „представництва” посту; $s_{вст}$ – площа, яка визначається перетином площ встановлених ПСЗ і передбачуваного посту, d_{spq} – відстань від центру даної території до точки (p,q).

Отриману модель інформаційної корисності проведення спостережень на даній території (4)–(6) покладено в основу *математичної постановки задачі оптимального розміщення пунктів спостережень мережі МСАП (7)–(19)*, що задовольняє всі характеристики табл. 1 та не містить недоліків, властивих іншим підходам.

Функція цілі F, що максимізує загальну інформаційну корисність мережі МСАП, має вигляд:

$$F = F(A) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\cdot b_{ij}\cdot g_{ij}(A) \to \max, \tag{7}$$

де: mxn – розмірність матриць після розбиття досліджуваної території (найчастіше міста) на mxn квадратів; A – матриця керованих змінних:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ якщо в квадрат } (i, j) \text{ буде встановлено ПСЗ} \\ 0, \text{ в інших випадках} \end{cases}; \qquad (8)$$

B – матриця опису досліджуваної території (міста):

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ якщо квадрат } (i, j) \text{ належить території міста} \\ 0, \text{ в інших випадках} \end{cases}; \qquad (9)$$

$g_{ij}(A)$ – інформаційна корисність проведення спостережень на даній території *(i,j)*, яка виходячи з (6) задається формулою:

$$g_{ij}(A) = \sum_{(p,q) \in (s_{ij} - s_{ij\ вст})} k_{pq}(A) \cdot \frac{R_{ij} - d_{s\,pq}}{R_{ij}} + \sum_{(p,q) \in s_{ij\ вст}} k_{pq}(A) \cdot \frac{R_{ij} - d_{s\,pq}}{R_{ij}} \cdot \frac{d_{pq}(A)}{R_{pq}}, \qquad (10)$$

де: s_{ij} – площа території, що „представляється" постом *(i,j)*; $d_{ij}(A)$ – відстань між даною точкою *(i,j)* та найближчим ПСЗ:

$$d_{ij}(A) = \min\left(\sqrt{(x_k - x_{ij})^2 + (y_k - y_{ij})^2}\right), \ k = \overline{1, N'}; \qquad (11)$$

N'' – кількість зафіксованих ПСЗ на даний момент; *C* – вектор координат (x_k,y_k) існуючої (з N' ПСЗ) та зафіксованої мережі з N'' ПСЗ; (x_{ij},y_{ij}) – координати центру квадрату *(i,j)*; $k_{ij}(A)$ – доцільність проведення МСАП для території квадрата *(i j)*, що визначається за формулою:

$$k_{ij}(A) = z_{ij}\left(\alpha_{ij} + \beta_{ij}\frac{e_{ij}}{e_{\max}} + \gamma_{ij}\frac{d_{ij}(A)}{d_{\max}(A)}\right), \qquad (12)$$

де: α_{ij}, β_{ij}, γ_{ij} – пріоритетності врахування рівня забруднення, показника соціально-економічної цінності ділянки території та відстані до найближчого ПСЗ відповідно (при цьому $\alpha_{ij} + \beta_{ij} + \gamma_{ij} = const$); e_{ij} – показник соціально-економічної цінності ділянки території, що враховує густину населення; e_{max} – максимальний показник соціально-економічної цінності ділянки території:

$$e_{\max} = \max_{b_{ij}=1}(e_{ij}), \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}; \qquad (13)$$

$d_{max}(A)$ – максимальна відстань між будь-якою точкою в межах досліджуваної території (наприклад, міста) та найближчим ПСЗ:

$$d_{\max}(A) = \max_{b_{ij}=1}(d_{ij}(A)), \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}; \qquad (14)$$

z_{ij} – коефіцієнт забрудненості (індекс забруднення атмосфери – ІЗА):

$$z_{ij} = \sum_{p=1}^{t}\left(\frac{q_{ij\ p}}{ГДК_{сд\ p}}\right)^{C_P}, \qquad (15)$$

де: q_{ijp} – концентрація *p-ої* ЗР у квадраті *(i,j)*; $ГДК_{сдр}$ – середньодобова граничнодопустима концентрація *p-ої* ЗР; C_p – безрозмірний коефіцієнт, що

приводить рівень забруднення *р-ою* ЗР до рівня забруднення речовини третього класу небезпеки. Для речовин першого класу небезпеки $C_p=1,7$; для другого – *1,3*; для третього – *1,0*; для четвертого – *0,9*; t – загальне число домішок, що беруть участь в розрахунку.

При цьому накладаються обмеження на кількість постів та мінімальну відстань між ними:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \le N\,, \tag{16}$$

$$d_{ij}(A) \ge d_{\min ij} \quad \forall\ (i,j) \quad a_{ij} = 1\,, \tag{17}$$

де: N – кількість нових ПСЗ, що може бути встановлена; $d_{min\ ij}$ – мінімальна відстань між ПСЗ території квадрата *(i j)* та будь-яким іншим ПСЗ.

Крім того на значення $d_{ij}(A)$ впливає параметр V:

$$V = \begin{cases} 0, \textit{ якщо в місті нема мережі, або нею можна знехтувати} \\ 1, \textit{ в інших випадках} \end{cases}. \tag{18}$$

Таким чином, якщо $V=0$, то до визначення координат першого ПСЗ матимемо:

$$d_{\text{ij}}(A) \to \infty \Rightarrow \frac{d_{\text{ij}}(A)}{d_{\max}(A)} = 1\,. \tag{19}$$

Відповідно до понятійного апарату дослідження операцій математична постановка задачі (7)–(19) оптимального розміщення пунктів спостережень мережі МСАП характеризується наступним чином: 1) ціль дослідження операцій — знаходження такої матриці A (і як наслідок набору координат для розміщення не більше ніж N ПСЗ), що загальна інформаційна корисність мережі F є найбільшою; 2) керовані змінні – матриця A; 3) вхідні дані – вектор C та параметр V (які визначають початковий вигляд матриці $D(A)=\{d_{ij}(A)\}$), матриці B, $E=\{e_{ij}\}$ та $Z=\{z_{ij}\}$, значення N та N', параметри R, α, β, γ, d_{min}; 4) обмеження – формули (16)–(17); 5) критерій оптимальності – максимальна загальна інформаційна корисність мережі МСАП (7).

Вирішення поставленої задачі оптимального розміщення пунктів спостережень мережі МСАП ускладнюється тим, що:

1) елементи матриці $D(A)=\{d_{ij}(A)\}$ (рис. 1, *в*), а, отже, і коефіцієнти $g_{ij}(A)$ функції цілі F (рис. 1, *г*) залежать від матриці керованих змінних A, а тому змінюються в процесі вирішення задачі, що робить її задачею динамічного програмування;

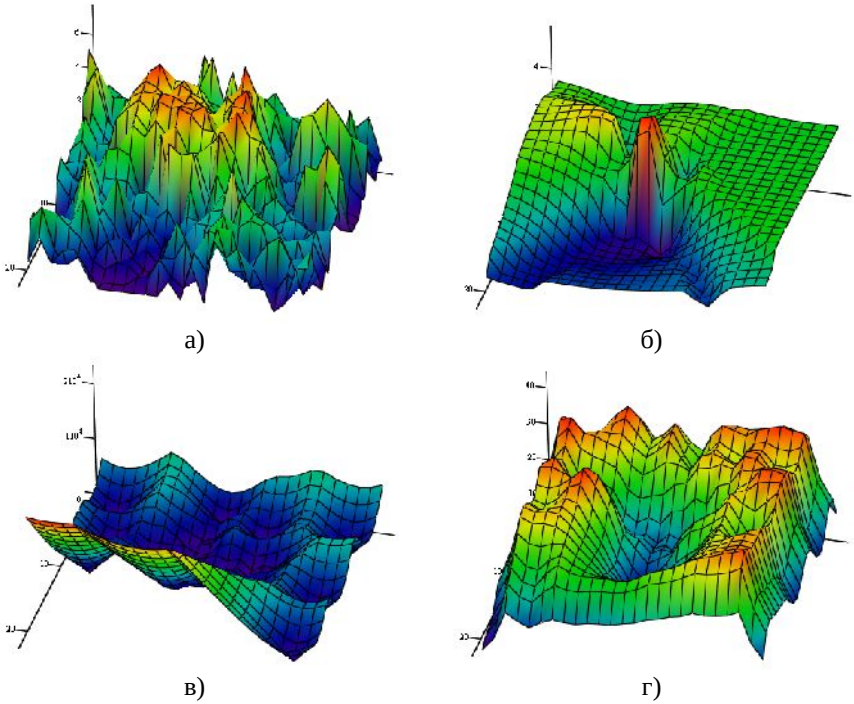
2) коефіцієнти b_{ij} (9) функції цілі F (7), що описують досліджувану територію (наприклад місто), – тобто область, на якій здійснюється розміщення, можуть приймати такі значення, що область розміщення може бути неопуклою (наприклад для м. Київ), або навіть незв'язною (якщо оптимізується мережа декількох міст-сусідів одночасно), а, отже, задача (7)–(19) не є задачею опуклого програмування;

3) виходячи з (11) обмеження (17) є нелінійним, а, отже, задача (7)–(19)

є задачею нелінійного програмування;

4) оскільки в задачі (7)–(19) є обмеження (16)–(17), то вона є задачею умовної оптимізації;

5) множина розв'язків задачі (7)–(19) є дискретною (цілочисельною та навіть бінарною), а тому задача (7)–(19) є задачею комбінаторної оптимізації.



а) б)

в) г)

Рис. 1. Приклад візуалізації матриць $E=\{e_{ij}\}$ (а), $Z=\{z_{ij}\}$ (б) та $D(A)=\{d_{ij}\}$ (в), що утворюють коефіцієнти функції цілі $G(A)=\{g_{ij}\}$ (г)

Отже, поставлена задача (7)–(19) є детермінованою бінарною нелінійною задачею умовної оптимізації на неопуклій або незв'язній області.

Висновки. Запропоновано модель інформаційної корисності проведення спостережень на даній території, що базується на вимогах сучасного державного та міжнародного законодавства щодо планування та задач мережі моніторингу стану атмосферного повітря. Запропонована модель враховує пріоритетності та значення рівня забруднення атмосфери, показника соціально-економічної цінності ділянки території та відстані до найближчого пункту спостережень. Здійснено постановку задачі оптимального розміщення пунктів спостережень мережі МСАП відповідно до інформаційної корисності проведення спостережень, що дає можливість знаходити координати для встановлення пунктів спостережень в залежності від їх типу, мети

функціонування тощо. Показано, що отримана математична постановка задачі оптимального розміщення пунктів спостережень мережі МСАП є детермінованою бінарною нелінійною задачею умовної оптимізації на неопуклій або незв'язній області. Розробка методів вирішення даної задачі буде здійснено в рамках системи, описаної в [3-7].

Література:

1. *Верлан, В. А.* Оптимизация размещения сети постов мониторинга за загрязнением атмосферы в промышленном городе [Текст] : дис. ... канд. геогр. наук / В. А. Верлан. — О., 1999. — 167 с.
2. *Попов О.О.* Математичне та комп'ютерне моделювання техногенних навантажень на атмосферу міста від стаціонарних точкових джерел забруднення [Текст] : автореф. дис. ... канд. техн. наук : спец. 01.05.02 "Математичне моделювання та обчислювальні методи" / О.О. Попов. – К., 2010. – 20 с.
3. *Артемчук В.О.* "Математичні та комп'ютерні засоби для вирішення задачі розміщення пунктів спостережень мережі моніторингу стану атмосферного повітря" : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня кандидата технічних наук : 01.05.02 / Артемчук Володимир Олександрович. – Київ, 2011. – 20 с.
4. *Артемчук В.А.* Информационно-аналитическая система эколого-энергетического мониторинга / В.А. Артемчук, О.А. Грибан // Моделювання та інформаційні технології. – 2010. – Т. 1, спец. вип. С. 120-128
5. *Каменева І.П.* Методи визначення екологічного ризику за атмосферним фактором / І.П. Каменева, О.О. Попов, А.В. Яцишин, В.О. Артемчук // Моделювання та інформаційні технології. – 2009. – Вип. 53. – С. 23–32.
6. *Яцишин А.В.* Методы и технологии анализа рисков для здоровья на основе данных мониторинга / А.В. Яцишин, И.П. Каменева, В.А. Артемчук, А.А. Попов // IV Международная научная конференция «МОДЕЛИРОВАНИЕ-2012». Сборник трудов конференции., К., 2012. – С. 470-473.
7. *Яцишин А.В.* Комп'ютерна система для прогнозу стану атмосфери міста / А.В.Яцишин, І.П.Каменева, О.О.Попов, В.О. Артемчук // Організація управління в надзвичайних ситуаціях : Матеріали 11-ї Всеукраїнської науково-практичної конференції, 30 вересня - 1 жовтня 2009 р. – К.: ІДУЦЗ УЦЗУ, 2009. – С. 323–325.
8.